

## 対象となる図形の意味理解を重視した基本作図の学習指導

－「図形を条件を満たす点の集合とみること」に焦点を当てて－

Learning and Teaching of Geometric Construction  
with Emphasis on Understanding the Meaning of the Objective Figure  
－Focus on Seeing a Figure as the Set of Points of satisfying the Conditions－

藤原大樹  
お茶の水女子大学附属中学校

### 要 約

これまでの基本作図の学習指導では、作図の必要性の感得やその活用に課題がある。そこで本研究の目的を「基本作図の活用に向けて、対象となる図形の意味理解を重視した指導への示唆を得るとともに、小単元『基本作図』の学習指導計画を提案すること」とする。現実事象の問題を扱い、作図の必要性を感得しつつ、その中で、直観的に予想した結果を振り返り、「図形を条件を満たす点の集合とみること」に基づいて作図対象となる図形を見だし、基本作図を基に現実事象の問題を解決する展開を提案し、その有効性が示された。また、小単元「基本作図」の学習指導計画を提案した。

**キーワード：**基本作図，条件を満たす点の集合，現実事象の問題

### 1. 研究の背景

中学校第1学年の基本作図の学習指導では、作図の必要性を感得したり具体的な問題解決に作図を活用したりすることに課題がある。例えば具体的な問題解決で、2点から等距離にある点の集合をかく必要があるという見通しを基に垂直二等分線を作図するなど、図形を条件を満たす点の集合としてみる必要がある。図形を条件を満たす点の集合としてみることは、作図対象となる図形の意味を

理解することである。基本作図を具体的な問題の解決に生徒が活用できるようにするには、未知の点を特定できるなどの作図する必要性を生徒が感得しながら、作図対象となる図形の意味理解を重視した学習展開に向けて指導を改善すべきであると考えられる。

しかし、平成29年(以下、H29などと略記)告示の中学校の学習指導要領(以下、CS)及びその解説には「図形を条件を満たす点の集合としてみること」や「条件を満たす図形を

作図すること」の扱いに明確な記載がなく、対象となる図形の意味理解は重視されているとはいいがたい（文部科学省，2017；2018）。

## 2. 研究の目的と方法

本研究の目的を「基本作図の活用に向けて、作図対象となる図形の意味理解を重視した指導への示唆を得るとともに、小単元「基本作図」の学習指導計画を提案すること」とする。

そのために、文献調査を行った上で手立てを検討して授業を構想し、実践する。授業の様子は3台のビデオで撮影し、生徒の行動観察や記述からその手立ての効果を検証する。

## 3. 学習指導の課題と授業の方向性

「図形を条件を満たす点の集合としてみること」は、S44 告示から S53, H01 告示まで中学校 CS で継承された（文部省，1969, 1978a, 1989）。例えば、S53 告示の中学校 CS の指導書（pp.91-92）では、「図形を条件を満たす点の集合としてみること」の意義について次の記述がある（文部省，1978b 下線は筆者）。

…（中略）…、与えられた条件を満たす図形を作図することを扱うが、その場合にも、図形を条件を満たす点の集合とみる見方が、作図の方法の発見や理解を容易にする。

作図の方法の発見や理解を助けるという「図形を条件を満たす点の集合としてみる見方」の意義について述べられている。

ところが、H10 告示の中学校学習指導要領ではいわゆる“内容の3割削減”により「図形を条件を満たす点の集合としてみること」及び「条件を満たす点の集合を作図すること」は削除された。それ以降、H20, H29 告示の中学校 CS では、「図形を条件を満たす点の集合としてみること」などについての記述はない（文部科学省，2008；2017；2018）。H29 告示の中学校 CS に示された基本作図に関する内容は、次の3つである。（文部科学省，2017；2018）。

- ・角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線などの基本的な作図の方法を理解すること
- ・図形の性質に着目し，基本的な作図の方法を考察し表現すること
- ・基本的な作図や図形の移動を具体的な場面で活用すること

以上により，S44 告示から H29 告示までの中学校 CS における基本作図に関する記述を概観し，基本作図の学習で本来育成すべき資質・能力のうち，知識及び技能と思考力，判断力，表現力等について端的に表現すると，表1に整理されると考える。

表1 本来育成すべき資質・能力

【知識及び技能】
・作図対象となる図形の意味理解 ・作図方法の理解
【思考力，判断力，表現力等】
・作図方法の考察・表現 ・基本作図の活用

例えば，垂直二等分線の作図方法を理解する際や垂直二等分線を具体的な問題に活用する際，2点からの距離が等しい点の集合がその2点を結ぶ線分の垂直二等分線であるという理解に基づいた見通しによってなされる。このように，「作図方法の理解」や「基本作図の活用」のためには「作図対象となる図形の意味理解」が必要である。しかし，H29 告示の中学校 CS では「図形を条件を満たす点の集合としてみること」などが位置付けられていない（文部科学省，2017；水谷，2021）。教科書の中には，「図形を条件を満たす点の集合としてみること」についての事実に触れているだけのもの（例えば，澤田ほか，2019）や，全く触れられていないもの（例えば，岡本ほか，2019）がある。

また，H30 告示の高等学校 CS の解説では，数学Ⅱ「図形と方程式」の指導に関して「中学校では，図形を条件を満たす点の集合としてみることは，必ずしも取り扱っていないことに配慮する必要がある」（p.58）とある。そ

の一方で、数学 A「図形の性質」における思考力・判断力・表現力等の指導に関しては「どのような性質に着目して作図を行うべきか方針を立てたり、作図の過程を振り返って、作図した図形上の点がすべて条件に適しているか、条件を満たす場合が他にないかを図形の性質に立ち返って確認したりすること」が重視されている（文部科学省，2019，p.91）。中高接続の視点からも、「図形を条件を満たす点の集合とみること」の指導を再考する必要がある。

#### 4. 授業の構想

本研究では、「図形を条件を満たす点の集合としてみること」を具体的な問題解決に位置付ける学習指導の方法を検討したい。そこで、本時では島田（1977）の「数学的活動」を背景に、生徒が現実事象の問題の解決に主体的に関わる中で、「図形を条件を満たす点の集合としてみること」を通して作図対象となる図形の理解を深めていくとともに、本時での学習を過去の学習と関連付けることを通して基本作図についての知識を生徒の中につくりあげていく学習指導を目指す。

本時の対象は都内国立大学附属中学校の1年生1学級（帰国生徒教育学級11名）で、平成30年10月に、単元「平面図形」の最後（基本作図は筆者以外の教員が一通り指導済み）に実施する。対象生徒は中学校入学前に日本以外の多様な国で教育を受けており、そのうちのほとんどが我が国に比べて図形の学習機会を十分に受けていない。そのような生徒がいかに関形を条件を満たす点の集合としてみることに気づき、作図対象となる図形をいかに見いだして問題解決に生かしていくかを主な分析の視点とする。

本時では、図1の問題を扱う（藤原ほか，2018）。本教材「アンテナを立てよう！」の背景にはボロノイ図がある。ボロノイ図とは、平面上に複数の点（母点）があるとき、母点以外の点をどの母点に最も近いかによって領

あなたは携帯電話会社「BAMBOO PHONE」の社員です。住宅が増えつつあるこの町には、携帯電話のアンテナが図のA、B、C、Dなどの地点に設置されています。住民から「電波が届きにくい場所がある」と言われていたので、1、2か所を特定して設置します。あなたならどこに設置するか、部長を説得するために根拠を基に説明しましょう。

図1 本時で扱う問題

域を分割してできる図である。分割する境界線をボロノイ線といい、2つの母点を結ぶ線分の垂直二等分線である。ボロノイ図は、キタキツネの勢力圏、コンビニの商圈、伝染病の感染源特定などに活用されている（杉原，1999）。また、ボロノイ図を基にした実践には、例えば公立中学校の学区の境界線を作図するもの（藤原，2008）がある。

なお本教材は、2点から等距離にある点の集合に関する題材を筆者が生活において探す中で思いついたものである。携帯電話は生徒に身近なツールである上、快適な生活を市民が送れるように会社員として上司に働きかける場面設定は、持続可能な社会に参画する疑似体験となると考え、教材化を試みた。

本研究では、共同研究者と学習指導案を検討するための事前研究会を基に、次の5つの手立てを講じることとした。

[手立て1：現実事象の問題] ワークシートには地図情報のある図2と無い図3を用意し、空間を平面的に考えたり地図情報を無視したりするなど、現実的な事象を数理化する機会を設ける。図2, 3における図の下に「電波が『弱』になる距離」の線分（点線矢印）を示してある。

[手立て2：直観と論理] 問題場面を意図的に単純化し、2点から等しい距離にある点がどの辺りにあるかを直観的に調べる活動を設ける。その後の論理的な考察につなげる。



図2 地図情報のある提出用ワークシート

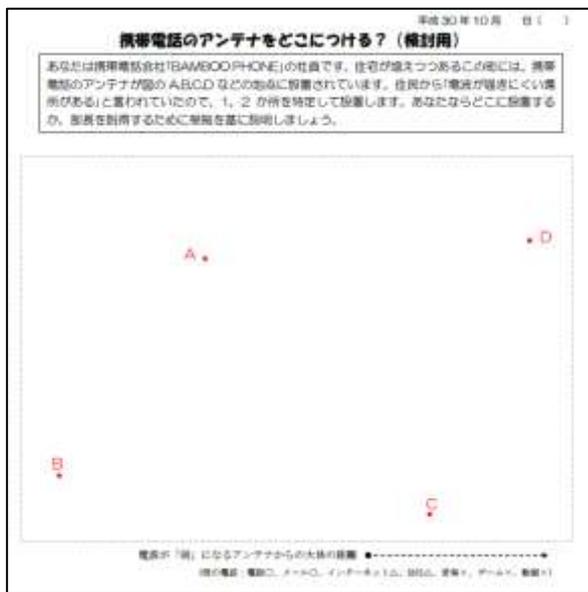


図3 地図情報の無い検討用ワークシート

- [手立て3: 直観と論理] 直観的に調べた点の集合が既習の何の図形で表されるかを振り返って論理的に考察する機会を設ける。
- [手立て4: 言語活動] 図3の検討用ワークシートに記述した新たなアンテナ位置とその理由などを基に、生徒が互いに考えを伝え合う意見交流の機会を設ける。
- [手立て5: 現実事象の問題] 架空の上司への提案書(図2)に、新たなアンテナ位置

とその根拠を記述させる。

以上の5つの手立てに基づき、直観的に予想したり点を置いたりした後、振り返って作図する図形を見だし、作図していく展開を通して、「図形を条件を満たす点の集合をしてみることを生徒が導出する授業を試みる。

### 5. 授業の実際

教師から問題場面と問題を提示し、活動の見通しをもたせた後、電波が弱そうな大体の位置を問いかけ、2名の生徒に円形マグネットを貼らせたところ、地図の中央付近に2名とも貼った。[手立て1]を受けて、問題場面の複雑さについて筆者から話題にし、生徒の意見を基に、図3の地図情報の無い状態で考えていくことになった。

その後、どこに新たなアンテナを付けるか自由に考える時間を5分ほどとったが、活動が滞っている様子がみられたので、各自の活動を一旦止めて、全体で進めることにした。

まず、線分ACと線分BDの交点に着目した考えが発表され、筆者が「弱いかも」と板書し、上記の予想位置に近いことを確認した(図4)。次に、別の生徒にも考えを尋ねたところ、「電波が『弱』になる距離」を半径、点

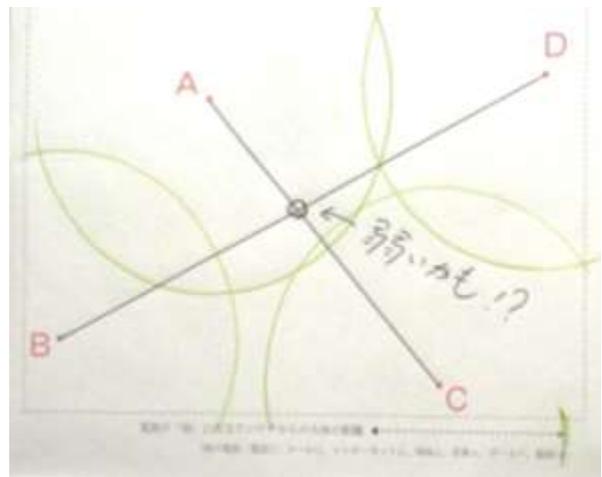


図4 電波が弱い位置についての考え(2本の線分の交点、点A, B, C, Dを中心とする円の外側)をかいた黒板の図

A, B, C, D を中心として円弧を作図して、円の外が電波の届きにくいところであるという考えが発表された (図 4)。その発表した生徒が、電波が弱い部分として、黒板の図の点 A, B, C を中心とする 3 つの円周に囲まれた領域に色を付けた (図 5)。

ここで、[手立て 2] を受け、点 B, C のみに単純化して、「点 B, C だけしかアンテナがないとしたらどこに新たに付け

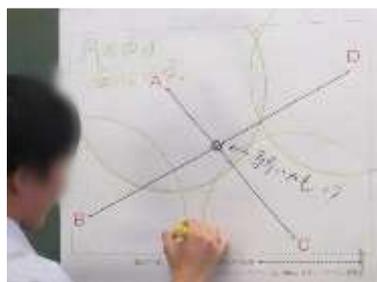


図 5 電波が弱い部分に色を付ける様子

ますか」と全体に問いかけた。1 名の生徒を指名すると、線分 BC の中点にマグネットを貼った。続いて点 B の電波の届き具合と点 C から電波の届き具合が同じくらいの部分はどこかについて問いかけ、7 名の生徒にマグネットを貼ってもらったところ、図 6 の位置に貼った。残りの生徒もこれらの位置が正しいと同意していた。

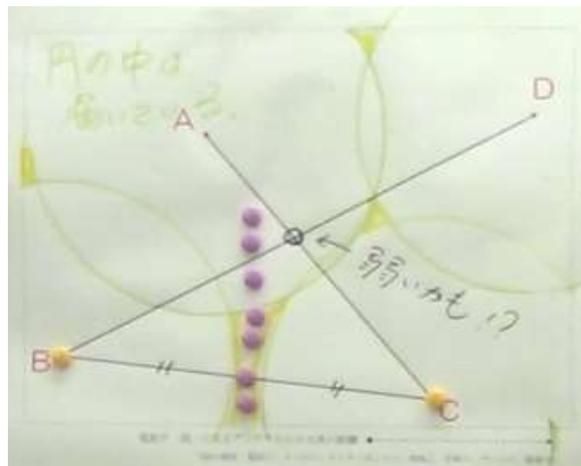


図 6 図に円形マグネットを貼った結果

[手立て 3] を受けて、図 6 の円形マグネットを基に、2 点から距離が等しい点の集合はどんな図形になるかを問いかけ、振り返りを促すと、生徒たちは既存の知識を想起して、何度も言い換えながら「垂直二等分線」と答

えた。生徒とのやりとりの過程で、St 生は、筆者と他の生徒とのやりとりを聞きながら、指を動かして二等辺三角形をつくっていた (図 7)。この後、St 生はこの後、ノートに垂直二等分線の作図のページを開いて確認していた (図 8)。St



図 7 指で二等辺三角形をつくる様子

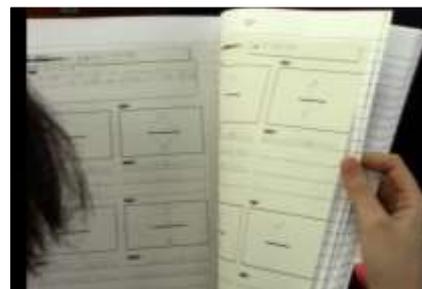


図 8 ノートを基に本時の学習と過去の学習を関連付けている様子

生にとっては、二等辺三角形やたこ形をつくって垂直二等分線を作図した授業を想起し、過去の学習と本時の学習が関連付けられたと解釈できる。筆者はこの関連を全員に紹介したところ、納得している様子が確認された。

その後、図 6 の円形マグネットの点の集合が BC の垂直二等分線上にあることを改めて確認し、その後はまた自由に考える時間をとった。図 9 のように BC の垂直二等分線を作図する生徒や、加えて AB などの垂直二等分線も作図する生徒、これらの交点をアンテナの位置とする生徒が確認された。提案書を配付し、進んだ生徒には記述するように伝えた。



図 9 BC の垂直二等分線を作図する様子

最後約 10 分にさしかかった頃、[手立て 4]を受けて、考えを互いに説明し伝え合う機会を設けた。すると、Kc 生は過去の「銅鏡の復元」の授業のノート(図 10)を開いて振り返り、本時の学習と関連付けられることに気付き、そのことを他の生徒に説明していた。

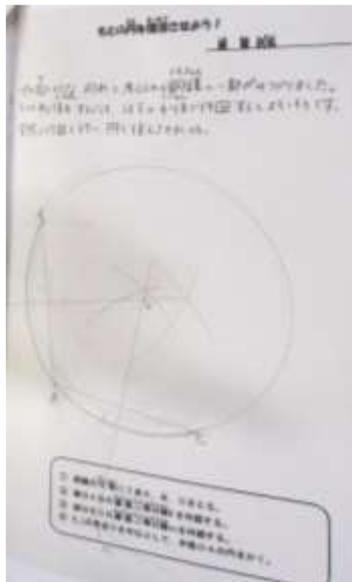


図 10 生徒が本時の学習と関連付けた「銅鏡の復元」の授業のノート

「銅鏡の復元」の授業とは、発掘された架空の銅鏡(円形)の一部から、元の銅鏡の円を作図するものである。

提案用ワークシートを仕上げる上で、対象生徒の中には帰国してあまり月日が経っていない生徒も含むため、理由の説明を記述することが難しいと予想された。そこで、説明に使えそうな用語を挙げる場面を設けた。「線分」を筆者から例示した後、生徒は既知の用語を想起しながら、「接点」「垂直二等分線」「交点」と発言した。最初に出た「接点」は、本時での説明に必要なと思われる用語であるが、その意味を生徒と改めて確認して、使うか使わないかは各自に任せる旨を伝えた。

授業の最後に、本時と関連しそうな過去の授業があるかどうかを生徒に問いかけたところ、単元の導入の「宝探し」の授業や「銅鏡の復元」の授業を挙げた。「銅鏡の復元」の授業を挙げた Kc 生は、この授業と同様に、検討用ワークシートに△ABC の外接円を作図しており、筆者はそのことを全員に紹介した。

授業後に回収した提案用ワークシートには、Ab 生がかいた図 11 や Yk 生がかいた図 12 な

どがあった。

図 11 では、線分 AB, BC, CD の各垂直二等分線の交点、線分 AC, CD, DA の各垂直二等分線の交点をそれぞれ点 E, F とし、点 E, F の位置に新たなアンテナを付けるという旨が記述されている。作図痕が必要以上にあり、試行錯誤をしながら特定した様子が窺える。図の下の理由の記述には「どのアンテナからも離れていて、アンテナから離れるほど電波は弱くなるので、点 E (F) が一番電波が届きにくいと考えました」とあることから、作図対象である垂直二等分線の意味理解に基づき、数学的な作図と現実的な意味を結び付けられているものと解釈できる。

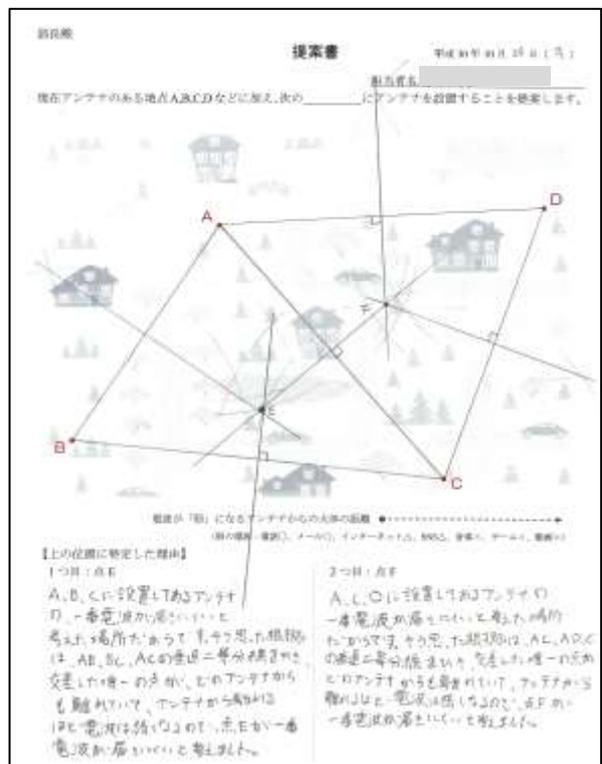


図 11 Ab 生の提出用ワークシートへの記述

図 12 では、図 11 の Ab 生と同様に作図痕が必要以上にある。理由の記述には、表現に不十分さが残るものの、点 E, F にアンテナを付ける旨が記述されている点は図 11 の Ab 生と同じである。作図対象である垂直二等分線の意味を理解した上で作図しているが、数

学的な作図と現実的な意味を結び付けられているかどうかは読み取れない点は Ab 生とは異なる。Yk 生は、授業中での行動観察や筆者との対話からは、作図対象となる図形の意味理解が不十分である様子が見られたが、本時後半の他者との言語活動を基に粘り強く取り組み、目的に沿って作図することができた。



図 12 Yk 生の提出用ワークシートへの記述

## 6. 授業の考察

①アンテナからの電波が弱そうな位置を直観的に予想する、②2つのアンテナからの電波が同じくらいの場所に円形マグネットを直観的に貼り付ける、③円形マグネットの並びを振り返って「垂直二等分線は2点からの等距離である点の集合である」ことを論理的に理解する、④既知の学習と本時の学習を関連付ける、という流れは、本時が支障なく進んだ点から、有効であったと考えられる。また、Yk 生のように理解が途中まで不十分であった生徒が他者との対話を通して目的に合う作図ができた点から、言語活動の意義が見いだ

せる。対象生徒が帰国生徒であることを含めて考えると、数学的な理由や根拠の記述については、引き続き指導していく必要がある。

本時を振り返ると、本教材において垂直二等分線は2つのアンテナからの電波の強さが等しい点の集合を意味し、2つのアンテナ間の境目の直線に着目することが第一の困難性であった。また、その境目の直線同士の交点を見いだす際にも第二の困難性があった。基本作図の小単元の前半の、作図対象となる垂直二等分線の意味や作図方法を理解する学習場面で扱うのは障壁が多いと考えられる。

そこで、小単元の前半では、境目の直線にかくこと自体が問題解決の目的になる教材を位置付けるのが相応しい。その教材には、例えば公立中学校の学区の境界線を作図するもの（藤原，2008）が挙げられる。このような教材を扱って、上記①～④のような展開で授業を立案することが考えられる。その中で「図形を条件を満たす点の集合としてみること」などを扱い、未知の点などを特定できるなど作図する必要性を感得し、作図対象となる図形の意味を理解する実践を構想することが望ましいと考える。

その上で、本教材の「アンテナを立てよう！」のような境目の直線に着目することが難しい教材は、小単元の後半に位置付け、既習である「図形を条件を満たす点の集合としてみること」に基づいて既習の作図方法を活用し、問題解決する実践を行うことが相応しいと考えられる。

以上のことを踏まえ、表2の小単元「基本作図」の学習指導計画を提案する。表中の「数」は数学の世界の問題解決、「現」は現実の世界の問題解決を表している。

## 7. 研究の成果と課題

「図形を条件を満たす点の集合としてみること」などを扱う際に、直観的に予想したり点を取ったりした結果を基に、作図する図形

表2 小単元「基本作図」の学習指導計画

時	主な問い（「」）と学習活動（・）
1 現 ↓ 数	「A中とB中の学区の境界線はどこにすればよいだろうか」 ・具体的な問題解決を通して、2点から等しい距離にある点の集合を作図する必要性を感じ、垂直二等分線を見いだす。
2 数	「垂直二等分線はどのように作図すればよいだろうか」 ・作図の方法とその根拠を見いだす。 ・垂直二等分線の作図の練習をする。
3 数	「垂直二等分線の作図で、弧の半径が等しくなかったら何が作図できるのだろうか」 ・条件を緩めてみて、垂線とその作図方法を見いだす。 ・垂線の作図の練習をする。
4,5 数	「2直線から等しい距離にある点の集合はどんな直線だろうか」 ・垂直二等分線を意味する点の集合の「2点」を「2直線」に変えて発展的に考え、角の二等分線を見いだす。 ・角の二等分線の作図の練習をする。 ・平角の二等分線の作図を、垂線の作図と統合的に捉える。
6 数	「どんな大きさの角なら作図できるだろうか」 ・特定の角の作図に既習の基本作図を活用する。
7 現	「地図上のどこにアンテナを立てればよいだろうか」 ・具体的な問題解決を通して、2点から等しい距離にある点の集合である境目に着目し、垂直二等分線の作図を活用する。

を見いだし、作図していく一連の展開の効果が窺えたことが成果である。扱う教材については、小単元の前半では、問題解決を通じた垂直二等分線の意味と作図方法の理解をねらいとして、2点からの境目の直線にかくこと自体が目的である教材を扱うことが考えられ

る。また、後半では、基本作図を問題解決に活用することをねらいとして、境目の直線に着目しづらい教材を扱うことが考えられる。

表2の計画を基に実践し、その可能性と限界を検証することなどが今後の課題である。

#### 引用・参考文献

藤原大樹(2008). 学区を考え直そう. 下田好行・岩田修一・山崎浩二編, 「知の活用力」をつける理数教育 中学校数学の教材開発・授業プラン (pp.69-75). 学事出版.

藤原大樹・水谷尚人・國宗進・鈴木康志・鈴木誠・小石沢勝之(2018). 中1での図形指導の改善—数学的モデリングを活かした作図の指導—. 日本数学教育学会誌第100回大会特集号, 264.

文部省(1958). 中学校学習指導要領.

文部省(1969). 中学校学習指導要領.

文部省(1978a). 中学校学習指導要領.

文部省(1978b). 中学校指導書数学編.

文部省(1989). 中学校学習指導要領.

文部省(1998). 中学校学習指導要領.

文部科学省(2008). 中学校学習指導要領.

文部科学省(2017). 中学校学習指導要領.

文部科学省(2018). 中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編. 日本文教出版.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説数学編. 学校図書.

水谷尚人(2021). 中学校第1学年の図形領域における学習の状況と課題について. 第9回春期研究大会論文集.

岡本和夫ほか47名(2019). 未来へひろがる数学1. 新興出版社啓林館.

澤田利夫ほか23名(2019). 中学数学1. 教育出版.

島田茂編(1977). 算数・数学科のオープンエンドアプローチ. みずうみ書房. pp.14-21.

杉原厚吉(1999). 高等学校数学への期待—工学部の立場から—. 日本数学教育学会誌, 81(1), 33.