横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校個人研究論文集　第３号

１次関数を学ぶ意義と「みなす活動」についての一考察

藤原　大樹

目　次

横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校
平成 22（2010）年３月

１次関数を学ぶ意義と「みなす活動」についての一考察

藤原　大樹＊

要約

本研究では，生徒に実感させたい「1 次関数を学ぶ意義」をその必要性やよさとの関連から捉え，これを実感させるため,「みなす活動」についての指導について考察した。

まず先行研究から，指導上の留意点として，①みなすことの段階的指導を行うこと，②みなすことの是非についての言語活動を充実させること，③問題解決の主体を明示することを見いだした。次に，これらに基づいて指導計画を立て, 実践した結果, 8 割の生徒に学ぶ意義を実感させることができた。

今後の課題としては，これらの留意点にさらなる理論的な考察を加えるとともに,生徒の具体的な活動を質的に分析し実証することなどがあげられる。

キーワード：1 次関数，学ぶ意義，みなす活動，予測

1. 研究の背景

生徒が数学の学習において，学ぶ意欲を高めることや，学ぶことの意義や有用性を実感することは重要である（中央教育審議会，2008)。関数の指導においても，学ぶ意義を重視し，特に社会との関連において実感させていく必要があると考える。なぜなら，関数は社会との関連が強く，実生活や職業における問題場面で変化や対応を捉える際に有効な道具となるからである。問題場面の主人公は，その目的に応じて数式，表，グラフ，言葉などの様式を用いて数量関係を表現し必要な値を求めたりその過程を説明したりしていくのである。

例えば，家の電球が切れてしまった状況を考えよう。安い白熱電球を買うか，少し高いが経済的な電球形蛍光灯を買うか，あるいは，さらに高いが将来的にとても経済的な LED 電球を買うか，迷いどころである（日本経済新聞，2009)。これを人は，財布の中身や希望の明るみの種類，電球の寿命などを考慮して総合的に判断していかなくてはならない。数学的に考えるとすれば，3 種類の電球を同じ時間同じように使用したと仮定して，電気代が使用時間に比例するとみなしたり，電気代に電球代を加えた総費用が使用時間の 1 次関数であるとみなしたりする(実際には変域のある階段関数である)。

＊横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校

そして，関数関係を表・式・グラフで表し，変域や買い換え時期も考慮に入れて考え，総費用が逆転する時間を求めることで，「～時間（日）後からは～がお得である」という予測を立てることが考えられる。

この例のように，社会には1次関数かどうかはっきりしないが1次関数とみなすことができる事象が数多く存在する。社会の問題場面では，事象をある関数とみなして解決できるかどうかが重要であり，みなして問題を解決する力を伸ばすことが，学ぶ意義を実感する上で重要であると考えられる。

ところが全国学力・学習状況調査によると，1次関数に関して，事象を理想化・単純化してその特徴を的確にとらえることに課題がある（国立教育政策研究所，2008）。問題解決に1次関数を適切に利用できないようでは，学ぶ意義を実感することはできないであろう。事象を1次関数とみなす活動の指導はどのように行っていけばよいのだろうか。

そこで本研究では，1次関数を学ぶ意義を実感させることをねらいとして，1次関数とみなす活動についての指導について明らかにしようと考えた。

2．研究の目的

本研究の目的を次の2つとする。

（1）学ぶ意義を実感させる上で重要である「1次関数とみなす活動」の指導における留意点を見いだすこと。

（2）上記(1)の留意点に基づいて授業を実践し，指導への示唆を得ること。

3．研究の方法

上記2.の目的を達成するために，次の方法で研究を進めていく。

（1）生徒に実感させたい「1次関数を学ぶ意義」は何なのかを検討する。

（2）数学を学ぶ意義について筆者の指導する中学2年生がどのように捉えているかについて，自由記述式の質問紙と選択肢式の質問紙を用いて事前調査する。

（3）先行研究から，1次関数を学ぶ意義を実感させる指導上の留意点を，1次関数とみなす活動との関連から見いだし，単元指導計画と具体的な教材を考案する。

（4）立てた単元指導計画に基づいて授業実践し，特に本研究の目的に関わりの深い授業と定期テストにおける生徒の反応を考察する。

（5）1次関数を学ぶ意義について中学2年生がどのように捉えているかについて，自由記述式の質問紙を用いて事後調査し，本研究における実践の可能性を探り，指導への示唆を得る。

4. 1次関数を学ぶ意義

（1） 生徒に実感させたい「1次関数を学ぶ意義」

生徒にとって「1 次関数を学ぶ意義」は何であろうか。筆者のこれまでの現場経験から推測するに，ある中学生に「1 次関数を勉強するとどんないいことがありますか？」聞くと，次のような回答が返ってきそうである。

「テストでいい点数が取れるから・・・？」

「受験でよく出るから・・・？」

「わからない。」

生徒にとって「1 次関数を学ぶ意義」は，教師の期待とは裏腹に多岐に渡るように思われる。その中には，教育的な「意義」とはいえないようなものも含まれるであろう。上記（1）での数学教育の目的や数学を学ぶ意義を合わせて考えると，生徒に実感させたい「1 次関数を学ぶ意義」についてはどのように捉えていけばよいのだろうか。

これに関して，熊倉（2009）の研究が参考になる。熊倉は，数学を学ぶ意義を重視した授業を考えるに当たって，

視点ア　単元の必要性やよさが分かる

視点イ　単元の有用性を認識できる

視点ウ　楽しさ・面白さを味わえる

視点エ　数学的に考える力が身に付いたと実感できる。

の視点が重要であるとしている。また特に視点アに関連して，関数を学ぶ意義を次のように定義している。

2 つの数量の関係を調べて，未知の部分を予測する

これを踏まえ，1 次関数を学ぶ意義について次のように定義している。

一様に変化する事象を調べる関数のモデルとして，一次関数を学ぶ

つまり，一様に変化する事象について 1 次関数を用いて調べることで未知の部分を予測することができるから学ぶ意義があるのだと，生徒に実感させようとしているものである。

また，中学校で学習する関数は現実社会の中にたくさん現れる。日野（2008）は，現実の世界から関数の世界へ乗せる過程における際の目的意識の重要性を述べた上で，次のように述べている。

何故，事象を関数の目で捉えるのか。それは，1 つは，二つの数量の関係に比例等の美しい関係が見つかれば，その数量の変化や対応について様々な特徴を捉えることができるからであり，1 つは，二つの数量の関係を理想化・単純化して，比例等の既知の関数とみなすことで，変化や対応の様子について予測ができるか

らである。

これを踏まえ本研究では，1 次関数の必要性やよさに関連して，生徒に実感させたい「1 次関数を学ぶ意義」を次のように捉えることとする。

【1 次関数を学ぶ意義】

一様に変化する事象を考察する際，1 次関数をそのモデルとすることで，変化や対応を理解したり，未知の部分を予測したりすることができる。

（2）1 次関数を学ぶ意義を実感させる指導についての分析

1 次関数を学ぶ意義を実感させるための指導上の留意点について示唆を得るため，日本数学教育学会誌におけるいくつかの先行研究を見ていく。

①先行研究から

ア．清水（2003）の「比例とみて問題を解く」ことについての研究

清水の実践の目的は，電車の速さを一定とすることにより，道のりが速さに比例すると見て問題を解決する力を生徒に付けさせ，そのよさを感じさせることである。ダイアグラムからトンネル内ですれ違う時刻を求めるという教材を扱っている。中学 1 年生の「比例・反比例」の単元の最後に位置付けてあるため式化はできないが，グラフの始点と終点を線分で結ぶ作業を繰り返し，ダイアグラムを方眼用紙に作成してトンネル周辺でのグラフの交点について考察している。その際，電車の速度を一定であると仮定することで電車が走る時間と速度が比例しているとみている。

比例ではないものを意図的に取り上げ，比例とみることのよさを感じさせ点や，早い段階からグラフが問題解決に有効に働く場面を設定した点がとても参考になる。

イ．清野（2004）の「仮定の意識化」（1 次関数）についての研究

清野の研究目的は，「仮定の意識化」を指導方針として「一次関数とみる」ことの学習を計画，実施，評価し，それを通して，関数の学習指導において，「仮定の意識化」が有効な指導指針であることを示すことである。具体的には，教科書の追いつき算の問題及びそれに対応する現実事象の問題を扱い，これまで生徒が教科書の問題の中で与えられた条件として扱ってきたものを仮定として捉えさせ，教科書の問題に対応する現実事象の問題の解決において，その仮定が有効に機能することを感得させている。この指導方針は，筆者が 10 年前に提案した，文章題を解決後にその問題に潜む条件・仮定を振り返る展開にも通じる（藤原，1999）。

清野の研究は，現実事象を数学の舞台に乗せる際に仮定を意識化させ，吟味させる必要性を強調するものであり，共感できる。また，「仮定の意識化」は数学的モデリングの「定式化」の段階のみならず「解釈・評価・比較」の段階にも機能することが示されている。ここでの仮定とは事象を 1 次関数とみなすための根拠にもなるものであり，1 次関数の授業ではぜひ重視したい部分である。

ウ．永田（2004）の「比例するとみなす」についての研究

永田の研究では，「定義に正確にあてはまらなくても，そのようにみなす」という活動の取り扱いに注目し，「比例する」ことだけでなく，「比例するとみなす」ことを指導する必要性について提案している。比例するとみなす場面として，「①物理法則などとして，比例することが分かっているが，測定による誤差などの影響で，定義に当てはまらなくなる場合」と「②厳密な意味では比例するとは言えないが，比例に近い数量の関係になる場合」のうち，マラソン選手の時間と走行距離の関係を扱った②についての実践を行っている。

その中で，次の留意点を成果として得ている。

(1)学んだ数学を通して身のまわりの事象を考察することの有効性を子どもたちが認識できるようにするために，「比例する」ことと「比例するとみなす」ことを区別して指導するべきである。

(2)「比例するとみなす」ことの指導では，推測や予測などその目的が明確にされるべきである。

(3)「みなす」ことの指導は学年段階を追って適切に位置付けられるべきである。

(4)「みなす」ことを無制限に奨励するのは問題であり，教師の適切な判断と指導が必要である。

特に(1)の区別した指導や(3)の段階的な指導などの留意点は，本研究に大いに参考になりそうである。ただ(3)については，学年段階もあるが，同一学年においても単元の学習の中で段階があるように感じる。また(2)の目的は，誰にとって問題解決（予測など）が有益なのかなどといった現実的な文脈の必要性を示唆していると解釈できる。

エ．新井（2005）の「事象を読み取る力」（1 次関数）についての研究

新井の実践の目的は，中学校の関数領域において，事象を読み取る力を生徒につけさせる指導のあり方を明らかにすることである。実際には，平成 11 年度における各都道府県（長野県以外）の人口，戸数，乗用車の保有台数の

統計データから，長野県の自動車保有台数をできるだけ正確に予測するという問題を扱っている。1 次関数でも 2 次関数でもないデータを扱い，何と保有台数の 2 変数を考察すべきか，またどのグラフで回帰すべきかを生徒はグラフ電卓を片手に探究している。2 変数の間に何らかの関数関係が成り立つものと仮定して事象を読み取り考察する活動の必要性を提案しており，何と何が関数関係にあるのかといった関数的な考えが大いに発揮される実践である。しかし，この実践の前に 1 次回帰と 2 次回帰を経験しており，1 次関数（あるいは 2 次関数）とみなすことの是非について生徒間でどのような議論があったのかについては記述されておらず，疑問が残る。

上記ア，イ，ウ，エの先行研究からもわかるように，比例を含めて中学校の関数の指導では，既習の関数であるとみなすことが重要である。また，みなす目的は，未知の値の予測であることがほとんどである。これらの実践では，関数で社会の問題を解決する力を伸ばすことと同時に，数学の有用性や学ぶ意義をねらっている。

その指導については，永田が述べるように段階が必要であることはわかるが，具体的な段階，特に同一学年における段階とは何か，またどのように扱っていくべきかは詳細には記述されていない。そこで，例えば 1 次関数の指導では，次の 3 種類を教師側で区別して段階的に扱うことが考えられる。

Ⅰ．1 次関数である事象
Ⅱ．ほぼ 1 次関数である事象
Ⅲ．1 次関数であるかどうか不明な事象
（これらの区分はあくまで相対的なものである）

なお，これらのⅠ.～Ⅲ.は，それぞれ Usiskin.Z.（1989）における

- 同形なモデル
- ほとんど同形なモデル（理論付け可能なモデル）
- 印象的モデル（理論付けできないモデル）

に対応している（和訳は池田（1990）による）。

また，特に清水と永田の実践では，問題の解決が誰にとって有益なのか，誰にとっての解決場面なのかを生徒に理解させようとしていることが読み取れる。このことは，学ぶ意義を実感させる上で重要であると考える。なぜなら，「何をはっきりさせたいか，何をしたいかという目的意識」（日野，2008）に直結すると考えられるからである。

そこで今度は，単元全体の指導について示唆を得るために，研究グループによるいくつかの実験教科書から，上記Ⅰ.～Ⅲ.の扱いがどうなっているか，

また，問題解決の主体が明示されているかどうか，について調べていく。なお，前者については，特に上記Ⅲ.の扱い方について詳しく見ていくことにする。なぜなら，上記Ⅰ.とⅡ.については生徒が 1 次関数であるとそれほど無理なくみなすことができるだろうが，特に上記Ⅲ.については特別な指導，特別な話し合いがないと，生徒は 1 次関数であるとみなすことに抵抗を覚え，結局「実際には 1 次関数は“使えない”」という認識になることが予想されるからである。教科書という性格上，記述方法の制約は予想されるが，どのような指導を執筆者が意図しているのかをできるだけ汲んで分析する。

②実験教科書分析から

現実事象における予測を重視したカリキュラムとして，次の 3 つの実験教科書における「1 次関数」の章を見ていく。

ア．杉山ら（2007）による『生かす数学　中学校 2 年』

単元の導入のページでは，さおばかりの実験を行い，散布図（Ⅰ．1 次関数である事象）から直線のグラフをかき，未知の値を読み取り（予測）をしている。その後で一次関数を定義付けている。

利用のページでは,線香を燃やす実験や標高と気温の関係などの教材(Ⅱ．ほぼ 1 次関数である事象）を用いて，散布図や表から，1 次関数とみなせるとして未知の値を予測している。誤差については何も触れられていない。

課題学習のページでは，桜の開花日予測やスピードスケートの男女優勝タイムなどの教材（Ⅲ．1 次関数であるか不明な事象）を用い，散布図や表から 1 次関数であるとみなして未知の値を予測している。

全体として，グラフ電卓を用いて散布図からデータを直線回帰することが前提となった記述であり，生徒が 1 次関数とみなしてよいかどうかを議論するための問いや吹き出しは全く設けられていない。また，淡々と問題が続く形であり，それぞれの問題解決が誰にとって有益なのかといった記述は見られない。

イ.東京学芸大学附属国際中等教育学校数学教育研究会(2008)による『TGUISS 数学 2』

単元の導入のページでは，一定の速さで 360°回転する札幌市内の展望レストランにおける回転時間と回転した角度の関係（Ⅰ．1 次関数である事象）を表とグラフで表し，未知の値を読み取ることで予測している。

グラフと式のページでは，首都高速道路の与えられた区間の料金を求める教材（Ⅰ．1 次関数である事象）を用いて，表からグラフ，さらには式化し，与えられた値を代入することで未知の値を予測している。富士登山の教材(Ⅲ.

1 次関数であるか不明な事象）なども扱っている。

1 次関数と連立方程式のページでは，新潟県の高速艇とフェリーについての情報（Ⅰ．1 次関数である事象）からグラフ化し，すれ違う時刻を式とグラフの両面から予測している。

全体として現実事象を扱った興味深い教材が豊富に揃えられている。その問題の解決が誰にとって有益なのかという視点も数ヶ所で見られ，文脈を重視していることが伺えるが，まだ十分でないように感じる。1 次関数とみなしてよいかどうかを議論するための問いや吹き出しは設けられていない。この点については，執筆者側で教科書という性格上の困難さを認めながら，修正を試みようと実践を重ねている（高橋・小林・西村，2009）.

ウ．東京理科大学数学教育研究会・数学教育研究所（2009）による『予測のための中等数学 2』

導入のページでは，現実事象との関連は見られない。1 次関数と 1 次方程式のページでは，ある種類の木の根元の太さとその木の高さの関係（Ⅰ．1 次関数である事象）を教材として，未知の値を予測している。

利用のページでは，ばねばかりにつるすおもりの重さとばねばかりの長さの関係（Ⅰ．1 次関数である事象）を表とグラフで表し，式化して未知の値を予測している。その後，時計の長針と短針の重なる時間についての教材（Ⅰ．1 次関数である事象）を用い，複数の直線のグラフから交点を読み取り，未知の値を予測している。さらには，水の加熱実験データや年齢と平均身長のデータ（Ⅲ．1 次関数であるか不明な事象）などから，近似直線を代数的に求めて引き，未知の値を予測している。

最後の項は「直線を使って予測する」であり，新幹線のダイアグラムを教材として，1 次関数や折れ線関数（1 次関数を組み合わせたグラフ）を扱っている。

全体として，各項のねらいが最初に明示されており，予測する力を身に付ける上でその項の学習がどのような位置付けなのかがよくわかる。しかしその一方で，生徒が問題を解決する必要感を抱くというよりも，執筆者側の意図した主たる問題が唐突に提示され，その後に解説と練習問題が続く流れが，過度に一方的・誘導的な印象を受ける。その問題の解決が誰にとって有益かという記述も見られない。

また上記ア，イとは異なり，テクノロジーの使用が全く設定されていない。折れ線グラフの近似直線を代数的に求める学習に力を入れているが，これは発達段階的に中学 2 年生にとって高度な処理を要しているように感じる。

以上のように，3 つの実験教科書の分析から，1 次関数とみなす活動の指導について以下の 4 点がわかった。

・実験教科書で扱われる事象は，おおむね

Ⅰ．1 次関数である事象
Ⅱ．ほぼ 1 次関数である事象
Ⅲ．1 次関数かどうか不明な事象

の順で扱われている。1 次関数を理解し，適用場面を広げていくという方向からであると思われる。しかし，これらの区別は明示されていない。

・Ⅱ.やⅢ.を扱う際に 1 次関数とみなしてよいかどうかの議論を促すような吹き出しや問いは，教科書としての記述の限界からか，ほとんどみられない。しかし，吹き出しや問いの必要性を感じ，記述の修正を試みた研究がある。

・各問題の解決が誰にとって有益なのかという記述は，一部を除いて見られない。

・散布図を多用し，関数関係のグラフ表現を重視している。

5. 本研究における学ぶ意義の実感を促す「みなす活動」の指導

（1）単元「1 次関数」の指導

「社会における問題解決に 1 次関数が使える」と生徒に実感させるためには，生徒が自分たちの力で社会の問題解決に 1 次関数を使う際に必要な見方・考え方，例えば関数的な考え（片桐，1995）を身に付け，自分の力で使えるようになることが必要であろう。

関数的な考えはこれまでも指導されてきた関数的な考えであり，今後も引き続き指導すべきである。しかし，これまではこのような考え方を授業で伸ばそうとする際，教師が扱うのは，「Ⅰ．1 次関数である事象」が中心であったであろう。学習指導要領の趣旨からして，これからは，「Ⅱ．ほぼ 1 次関数である事象」や「Ⅲ．1 次関数であるか不明な事象」をも授業で扱い，1 次関数とみなすことで一定の解決に向かえるような活動を積極的に仕掛ける必要がある。今後の指導では，事象を 1 次関数とみなす際の見方や考え方に注目する必要がある。これに関して，池田（1999）による，数学的モデリングを促進する考え方がとても参考になる。数学的モデリングとは，社会における問題を数学的に解決する一連のプロセスのことを意味している。

モデリングを促進する考え方に焦点を当てたとき，モデリングを上手に進展させるには，現実場面を厳密に分析しようとする考え方と数学的に処理しやすくするための考え方との両方を引き出し，それらの

相対的な重要性を考慮に入れながら，次のような止揚された考え方へと到達することが期待される。

①単純化，理想化しようとする条件・仮定を正当化しようとする考え方

②本質的要因を含む単純なモデルから始め，徐々に現実場面へと近づけていこうとする考え方

この①と②で，1 次関数とみなすことについていえば，①，つまり 1 次関数とみなすための条件・仮定を正当化しようとする考え方が重要であると考える。この考えが引き出されるように，1 次関数とみなしてもよいかどうかについて生徒同士が話し合える場面を十分に設定する必要がある。このことについては，日野（2008）も，全国学力学習状況調査の「水の加熱実験」の問題を例に出しながら指摘している。

現前の数量関係をある関数とみなすことで将来を予測する場面は，とりわけ関数の役割が見えやすい場面である。そこでは，成功例ばかり見せるよりも，どんな関数とみなせるか，みなすかを，生徒自身があれこれと考えあうことが大切である。

また，②，つまり 1 次関数と見なして結論を得た後，はじめの条件・仮定に目をやり，修正する必要はないかどうかを確かめる考え方についても，前述の話し合いが重要であると考える。関数的なモデルの限界を意識することについては，学習指導要領解説書にも明記されてある（文部科学省，2008　p. 46，pp.76－77）。

また，生徒自ら 1 次関数を問題解決に利用していこうと考えていくには，生徒が問題場面に対して意欲的に取りかかっていくことが大切である。このことについて島崎（2001）は以下のように述べている。

授業の計画を立てるにあたり，教師は，子どもが探究の必要性を感じるようにしたい。本来は，問題場面自体に子どもが探究の必要性を感じるものであることが望ましいのだが，必要性を感じない子どもも出てくることがあるだろう。そこで，1 つの方法として，子どもが，探究を必要としている人の立場に近付けるように，誰が，どのようなときに，何のために，このようなことを探究する必要が生じるのかが伝わるように工夫する。

生徒がどの場面で 1 次関数が使えるのかを具体的に実感するためには，問題解決の主体を明確にする必要があることを島崎は述べている。分析した実験教科書にはその配慮があまり感じられなかったが，ぜひ意識して授業に臨みたいものである。

以上から，次の 3 点に留意して 1 次関数の授業を構想することにした。

①社会における問題を解決する場面では，次の事象Ⅰ.とⅡ.とⅢ.を区別し，段階的に扱う。**〔みなすことの段階的指導〕**

Ⅰ．１次関数である事象
Ⅱ．ほぼ１次関数である事象
（後の「携帯電話料金プラン」に関連）
Ⅲ．１次関数かどうか不明な事象
（後の「イチローの新記録予想」「富士登山」に関連）

②上記Ⅱ.とⅢ.を扱う際には，その事象を１次関数と見なしてもよいかどうか，よいならば何をどのように仮定して理想化・単純化するか，ということについて，十分に生徒が話し合う場面をつくる。**〔みなすことの是非についての言語活動〕**

③生徒が解決の必要性を感じ，主体的に取り組めるように，誰にとってその問題解決が有益なのかがわかるようにする。また，問題文の中でその主人公と生徒をすり替えることで，数学的根拠に基づいた判断と説明を生徒に要する形で問題提示する。**〔問題解決の主体の明示〕**
（後の「携帯電話料金プラン」「イチローの新記録予想」「富士登山」「白熱電球と電球形蛍光灯とLED電球」に関連）

(2) 単元「1次関数」の指導計画

実践対象の生徒（中学２年生）は，前年度に筆者からの指導は受けていない。１年次「比例・反比例」単元の授業記録を見ると，関数関係の意味の学習，比例とみなして解決する学習について十分でないように感じた。したがって，次の対処を講じた。

・関数関係の意味の学習に時間を割き，１次関数とそうでない関数との違いや１次関数と比例の関係の理解をじっくり行う。
・散布図において散らばりの大きい事象（１次関数とみなしにくい事象）の取り扱いを控える。

また，関数関係の意味の学習において，いろいろな関数がある中で，これから学ぶ１次関数を位置付けたかったため，単元の導入は社会の問題ではなく，数学的事象であるタイルの問題（藤原，2007a，2007b）を用いた。

小単元	時	主な授業内容
変化と対応	2	規則的に並べた正方形のタイルにおける変化と対応を，表，式，グラフを用いて帰納的・演繹的に捉え，比例，１次関数，２次関数を生徒自身が見いだす。これから学んでいく１次関数の存在を知り，その定義を理解する。

関数関係と1次関数	1	社会における様々な事象から,関数関係にあるものとないものを区別することで，比例・反比例も含め，関数関係についての理解を深める。
	1	式に表せない関数（PISA2003「身長の問題」（国立教育政策研究所，2004)））や指数関数（シェルピンスキー・ガスケット）についての問題を解き，正方形タイルの授業で現れた1次関数や2次関数とグラフを比較することで，1次関数は変化の割合が一定であることをグラフの概形から認識する。
1次関数になる事象とグラフ	1	水槽に毎分 2cm ずつ水位が高くなるように水を入れていく場面から，時間と水位の関係を表・式（変域)・グラフで表すことで，事象と数学的な表現を理解する。
1次関数のグラフ	1	様々な1次関数の式からグラフのかき方を理解する。比例のグラフとの関係も考察する
	1	1次関数 y＝ax＋b の a や b の値とグラフの形状との関係を考察してまとめる。変域のあるグラフで絵を描く。
直線の式	1	与えられた条件から直線の式を求める方法を考える。グラフから式を考える場面，表から式を考える場面，1点の座標と切片から式を考える場面，2点の座標から式を考える場面などを扱う。
2元1次方程式とグラフ	1	周が 10cm の二等辺三角形の底辺と等辺の長さの関係から，2元1次方程式の解とグラフの関係を考察する。
	1	連立方程式のグラフと1次関数の関係を理解する。携帯電話の料金プランを迷っている主人公に,どれがお得かについてのアドバイスを考える。
1次関数の利用	1	イチローが日本で打った総安打数とアメリカでの毎年の安打数から,今後も同じ程度のヒットを打ち続けると仮定して，現役最多安打記録を達成する時期を予測する。
	1	定期テスト。富士登山するために，昨年の近隣のデータから気温が標高の1次関数であるとみなし，目的地である8合目の気温を予測する問題を含む。
	1	白熱電球と電球形蛍光灯のどちらが経済的に得かを，1個の値段と1時間の使用電力と1個の寿命のデータから考察する。総費用が時間の1次関数であるとみなして式化，グラフ電卓でグラフを表示して損益分岐点を求める。

6. 事前調査

筆者の指導しようとする生徒の実態を把握するために，自由記述式の質問紙（レポート）と選択記述式の質問紙（アンケート）の両面から分析することにする。

（1）自由記述式の質問紙（レポート）から

平成 21 年 4 月初旬，1 年間の数学科授業のガイダンスをした後，次のような指示が書かれた B5 表裏のプリントを配布し，30 分間で記述させた。

「なぜあなたたちは算数・数学を学ぶのでしょうか。具体例をあげて，自分の考えを文章で表現しなさい。」

なぜ自由記述式にしたかというと，選択肢式は生徒の回答を誘導してしまう要素があるからである。まずは，問われて自然に語られる生徒の言葉に注目することにする。

また，ここでは関数だけではなく，数学を学ぶ意義について問うている。対象生徒は前年度に筆者からの指導を受けておらず，筆者の授業をこれから 1 年間受ける前の現状を把握する意図もあった。

生徒が記述した言葉の中から，キーワードを拾っていったり，記述内容の意味･意図を汲んだりしながらレポートを分析した結果,次のようになった。

Ⅰ．有用性	①算数が生活に役立つから	79.1%
	②中学校の数学が生活に役立つから	35.1%
	③社会や職業で役立っているから	32.8%
	④次の数学を学ぶのに役立つから	6.7%
	（②③④のどれかの記述があるもの）	53.7%
Ⅱ．思考力・表現力	思考力や表現力が伸びるから	42.5%
Ⅲ．文化	先人が創った文化や遊びを伝承する必要があるから	6.7%
Ⅳ．進学・就職	進学や就職に有効に働くから	23.1%
Ⅴ．義務教育	義務教育で学ぶことになっているから	11.9%
Ⅵ．達成感	できたときに嬉しいから	3.7%
Ⅶ．成長・常識	自分の成長を感じるから 知らないと恥ずかしいから	12.7%
Ⅷ．目的は不明	学ぶ目的が正直わからない	6.0%
Ⅸ．数学は不必要	数学はこの世に必要ないと思う	4.5%

Ⅰ.の有用性に関して,「算数は生活に役立つから」を挙げる生徒は約 8 割

いることがわかった。記述はないがその考えに賛同する生徒は，実際にはもっと多そうである。その一方で，「中学校の数学が生活に役立つ」や「社会や職業で役立っている」を挙げる生徒はともに全体の約 3 分の 1 で，かなり少ない。生徒の発達段階や関心の広さにもよるであろうが，この 2 つについての認識をいっそう上げたいと考える。

また，生徒の約 4 分の 1 が「受験のため」「就職のため」といったⅣ.の進学・就職をあげている。彼らの中で，「中学校の数学が生活に役立つ」「社会や職業で役立っている」とも重複して記述している者はごく少数である。

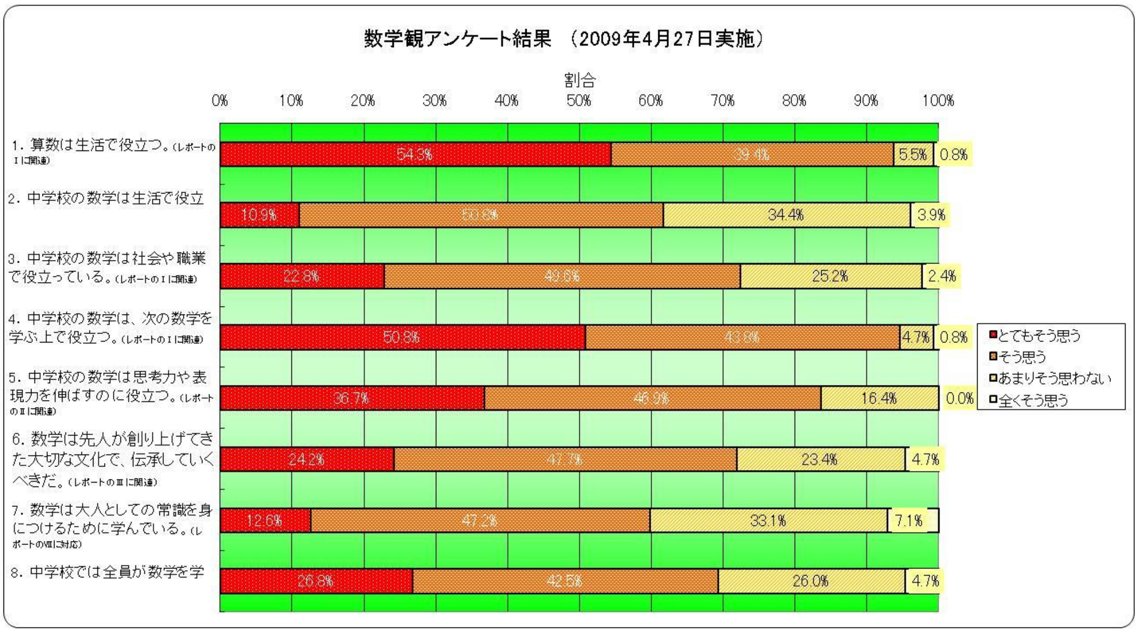
さらに，学ぶ目的がわからないというⅧ.と，数学が必要ないというⅨ.に重複がなかったことから，30 分間考えても算数・数学を学ぶ意義が思い浮かばない生徒が 1 割（40 人学級で 4 人）程度いる事態も由々しき現状である。

（2）選択記述式の質問紙（アンケート）から

上記(1)のレポートの分析の後，得られた回答類型Ⅰ～Ⅸに対応する形で設問をつくり，アンケートを平成 21 年 4 月下旬に実施した。

	とてもそう思う	そう思う	そう思わない	全くそう思う
1．算数は生活で役立つ	54.3%	39.4%	5.5%	0.8%
2．中学校の数学は生活で役立つ	10.9%	50.8%	34.4%	3.9%
3．中学校の数学は社会や職業で役立っている	22.8%	49.6%	25.2%	2.4%
4．中学校の数学は，高度な数学を学ぶ上で役立つ	50.8%	43.8%	4.7%	0.8%
5．中学校の数学は思考力や表現力を伸ばすのに役立つ	36.7%	46.9%	16.4%	0.0%
6．数学は先人が創り上げてきた大切な文化で，伝承していくべきだ	24.2%	47.7%	23.4%	4.7%
7．数学は大人としての常識を学ぶために中学校で学んでいる。	12.6%	47.2%	33.1%	7.1%
8．中学校では全員が数学を学ぶべきだ	26.8%	42.5%	26.0%	4.7%

選択肢式の質問紙の誘導的要素について言及したが，自由記述式の質問紙への回答との差から，やはり「言われてみればそうかもしれない」といった生徒の反応が多そうである。



「中学校数学は生活や社会で役立っている」ということに関して，アンケートでは約 70%が肯定的に回答しているが，学ぶ理由を書いたレポートでは約 35%しか記述していない。これは，約 70%の生徒のうちの半数は，中学校の数学が役立っていることはわかるが，それが学ぶ理由や学ぶ意義につながっていないという現状を表しているとも捉えられる。

また，設問 8 への回答をみると，生徒の 3 割は中学校で数学を学ばなくてもよいという意見であり，学ぶ意義を実感させる指導の必要性を強く感じる。

本研究では，具体的な単元指導の後，「なぜ 1 次関数を学ぶのか」という質問に対して，数学と社会とのつながりにおいて語ることのできる生徒を増やしていきたい。

7. 授業の実際

前述の 5.（1）では，指導上の留意点を 3 つあげた。

①社会における問題を解決する場面では，次の事象Ⅰ.とⅡ.とⅢ.を区別し，段階的に扱う。**〔みなすことの段階的指導〕** Ⅰ．1 次関数である事象 Ⅱ．ほぼ 1 次関数である事象 （後の「携帯電話料金プラン」に関連） Ⅲ．1 次関数かどうか不明な事象 （後の「イチローの新記録予想」「富士登山」に関連） ②上記Ⅱ.とⅢ.を扱う際には，その事象を 1 次関数と見なしてもよいかどうか，よいならば何をどのように仮定して理想化・単純化するか，ということについて，十分に生徒が話し合う場面をつくる。**〔みなすことの是非についての言語活動〕** ③生徒が解決の必要性を感じ，主体的に取り組めるように，誰にとってその問題解決が有益なのかがわかるようにする。また，問題文の中でその主人公と生徒をすり替えることで，数学的根拠に基づいた判断と説明を生徒に要する問題提示にする。**〔問題解決の主体の明示〕** （後の「携帯電話料金プラン」「イチローの新記録予想」「白熱電球と電球形蛍光灯」「富士登山」に関連）

ここでは，これらを意図して行った小単元「1 次関数の利用」についての授業とテストについて述べる。

（1）**携帯電話の料金プラン**（授業者：教育実習生）

連立方程式と1次関数のグラフを学習した後，次のような問題を扱った。

問題　やっと中学生になったのび太くんは，この前の数学のテストでまさかの 100 点をとったので，念願の携帯電話を買ってもらえることになりました。のび太くんは今，パンフレットを見ながら料金プランをどれにするか考えています。
のび太くんは悩みながらも，料金プランを A プランか B プランのどちらかにしようと決めました。A プランと B プランは以下の通りです。

	月額基本使用量	1分ごとの通話料
A プラン	3500 円	25 円
B プラン	2000 円	40 円

1ヶ月の総費用を安くするには，A プランと B プランのどちらがいいか，のび太くんにアドバイスしてあげましょう。ただし，メールや Web の使用量は考えないものとします。

指導上の留意点については以下の通りである。

①みなすことの段階的指導	：Ⅱ．ほぼ1次関数である事象
②みなすことの是非についての言語活動	：引き出す
③問題解決の主体の明示	：あり（のび太くん→生徒個人）

携帯電話の使用時間と総費用は，厳密には階段関数であり，1 次関数ではない。自力解決時には多くの生徒が 1 次関数と「して」解決を試みようとする生徒が多かった。しかし「1 次関数の単元だから」と考える生徒もいた。

その一方で，「これは 1 次関数ではない」とつぶやき，プリントには階段関数を書き始める生徒も数名いた。そこで，全体の作業を一旦止め，解決の方針について検討させることにした。以下，そのときの意見である。

T :「さきほどから「1 次関数ではない」との発言が聞かれたけれど…」

S1 :「これは 1 次関数ではないです。だって，A プランだったら 59.9 秒まで 25 円だけど，60 秒になった瞬間 50 円になる。1 年生のときにやった階段関数になると思う。」

S2 :「私も同じです」

S3 :「でもそんなに細かく見ていたら解決できないし，ほとんど 1 次関数みたいなもんだから，1 次関数でいいんじゃないかと思います。」

この後 S3 の意見が主流を占め，S1 や S2 のような考えの生徒も納得した。1 次関数とは厳密にはいえないが，問題を解決する上で 1 次関数とみなして考えても支障がなさそうなので，とりあえず 1 次関数とみなして考えよう，グラフの交点付近において，階段関数的にみて，「～分以上ならば…」について考えよう，となった。

（2）イチローの新記録予想

散布図からグラフをかく学習として，五十嵐（2009）を参考に，次の問題を扱った。

問題　一昨日の 9 月 14 日（月），大リーグで活躍するプロ野球選手イチロー選手（35 歳）が，大リーグ 9 年連続年間 200 本安打という偉業を成し遂げました。素晴らしい記録ですが，ファンとしてはついつい次の大記録を期待してしまいます。

　イチロー選手は昨年 7 月 30 日に日米通算 3000 本安打を達成しました。今も記録を更新していますが，世の中に上には上がいて，大リーグの現役最多安打記録はピート・ローズ選手の 4256 本（1986 年）です。今後，イチロー選手はこの記録に到達することができるとすると，いつ頃できると考えられるでしょうか。グラフを使って予測しましょう。

年度	安打数
92～00 年（日本）	1278
01 年	243
02 年	208
03 年	212
04 年	262
05 年	206
06 年	224
07 年	238
08 年	231
09 年	2??

指導上の留意点については以下の通りである。

① みなすことの段階的指導　　　　　：Ⅲ．1 次関数かどうか不明な事象
② みなすことの是非についての言語活動：引き出す
③ 問題解決の主体の明示　　　　　　：あり（ファン→生徒個人）

　生徒は，データから散布図をつくり，仮定を設定して理想化・単純化することで 1 次関数とみなすことは初めての経験である。

　本時で,「来年以降もイチロー選手がだいたい同じペースでヒットを打ち続けること」が「とりあえずの解決」のための仮定であり，その根拠はない。しかし，未知の部分を予測する上で頼るものが他に何もなければ，たとえ現状からの推測であったとしても,「同じペースでヒットを打ち続けること」が予測の根拠となり得る。ただし，そこで得られる予測（結果）は，仮定とセットである。仮定を設定して予測する方法を学ぶことと同時に,「～と仮定すると～と予測できる」という，数学を利用した際の結果の見方についての理解を深めることも本時のねらいにした。

　授業では，生徒同士の意見の対立を引き出すことができた。

　S1 :「だいたい直線に並ぶけど，直線を引いていいの？」

　S2 :「先生，直線をだいたいで引いていいんですか？」

T :「みんな，S1 や S2 が直線を引いていいか困ってるんだけど，どう思いますか？」

S :「1 次関数を習ったとこだし引いちゃった。」

S :「でも，35 歳だし，数年後は同じペースで打てないと思う。打てるとは限らないと思います。」

S :「でも，ここにある情報だけで予想するんだったら，同じペースで打てることにしないと予想できないんじゃない。」

T :「確かに情報はここにあるものだけです。未知の値を予測するためには，「同じペースで打ち続けるとする」などと仮に決めて，1 次関数で考えていくのがベターです。関数を実社会の問題に利用する際に大事なことです。」

S :「実際に打てなかったら予想は間違いということになるんですよね。」

T :「その通りです。」

S :「へー，引いちゃっていいんだ・・・。」

S :「それなら簡単。」

T :「ただし，「何々と仮定すると何々という結果が得られる」というのがセットなので，予測した結果のところにも必ず仮定を書いておくようにしましょう。」

S : 再び黙々と作業に入る。

解決を急ぐあまり，教師が“しゃべりすぎた”部分もあった。中には「そんなのでいいの？」と疑問を抱きながら解決している生徒もいたかもしれない。不確定な事象を扱うときには，数学内の事象におけるスッキリ感が得られづらい。できるだけ根拠を基にして考える指導をしていくが，～とみなして考える経験を積んでいくことがこのモヤモヤ感を解消する 1 つの方策となるのではないかと考える。

このイチローの新記録予想は,「同じペースでヒットを打ち続けること」という仮定のもとに，予測する展開であった。この仮定は全く根拠のない仮定でもあり，生徒にとって納得しづらい部分もあったかと思われる。しかし，生徒たちのプリントには授業中の「得られた予測（結果）は仮定とセットである」という見方について色ペン等で強調している者が多く，生徒たちにとって重要事項として映ったようである。

問題解決の主体については「ファンとして」と明示したが，携帯電話の料金プランより野球は興味がないという生徒もおり，生徒の主体的な学習を引き出す上ではそれほど有効ではなかったかもしれない。しかし，未知の数値を予測する場面で関数が有効に働くことを実感させる意味では，場の設定が明確で，効果があったと考える。

（3） **白熱電球と電球形蛍光灯**

平成 21 年度全国学力・学習状況調査の B 問題（国立教育政策研究所教育課程研究センター，2009）を改題し，グラフ電卓の使用を前提として，1 次関数の単元のまとめに次の問題を扱った。グラフ描画という煩雑な作業をグラフ電卓に任せ，考えることに専念させるためである。

問題　はじめさんは家の白熱電球が切れたので，新しい電球に取り替えようと考えています。インターネットでお得な電球を探していると，電球形蛍光灯（以下，蛍光灯）の存在について知りました。

白熱電球(左）と 蛍光灯

【蛍光灯について分かったこと】

◎値段が高い
◎電気代が安い
◎寿命が長い

	白熱電球	蛍光灯
1 個の値段	110 円	1000 円
1 時間の使用電力	54W	10W
1 個の寿命	1000 時間	10000 時間

※1 時間の電気代は 1W につき 0.022 円，1 日の電気使用時間は平均 5.5 時間とする。

この情報から，白熱電球と蛍光灯ではどちらの費用が安いといえるでしょうか？　数学的な根拠をもとに，総費用にこだわるはじめさんにわかりやすくアドバイスしなさい。

問題は，前述(1)の「携帯電話の料金プラン」と同じく，階段関数を 1 次関数とみなして，2 つのグラフの交点の座標を求めるタイプである。本時は，より実生活の場面に近付ける意味で，定式化に関わる要因を増やし，様々な数値を整理して定式化する力を伸ばそうというのがねらいである。また，実際に実生活で起こりうる場面設定であるため，生徒が学ぶ意義を実感しやすいと考えた。指導上の留意点については以下の通りである。

①みなすことの段階的指導　　　　　：Ⅱ．ほぼ 1 次関数である事象
②みなすことの是非についての言語活動：引き出す
③問題解決の主体の明示　　　　　　：あり（はじめさん→生徒個人）

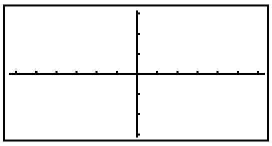
授業では，例えば 10 時間使ったとしたら…などと具体的な数値を求めて比較し始める生徒，寿命までにかかる電気代を求めだそうとする生徒など，多様な考え方が出されていた。四則計算に手間取っている生徒も多かったので，グラフ電卓（CASIO fx-9860-G）を各自に渡した（この授業までに 20 分間ほどグラフ電卓を操作している）。しかし，なかなか結論へ結び付かない状況であった。

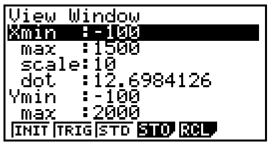
そこで，使用時間を x 時間，総費用を y 円として，y を x の式で表してい

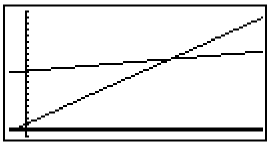
た生徒を指名し，どのような式になるか，なぜその式になるのかを発表させた。白熱電球と蛍光灯の式は，次の通りである。

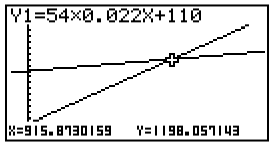
白熱電球　y＝0.022×10×x＋110

蛍光灯　　y＝0.022×54×x＋1000









ここで，生徒たちに「総費用は使用時間の1次関数でよいのか」と問うた。するとある生徒から「イチローの授業と同じで本当は階段みたいになるけど，細かくみるときりがない」「1次関数としても大きな問題はない」との意見が出された。他の生徒たちも納得といった様子で活動に入った。

途中段階で考えを共有することで，多くの生徒が見通しをもち，これらの式をグラフ電卓に入力し始めた。そして交点の座標を求めようとし始めた。2つのグラフやそれらこれらの交点が表示されないことに困っている生徒が増えてきたのを見取り，そのタイミングで画面表示範囲の設定を変える必要性があることを共有した。また，この設定の変更方法（View-Window機能）について説明した。さらに，座標を読み取るためにTrace機能を使って，だいたいの座標を求めていった。生徒によっては，グラフの概形は把握できたので，正確な交点の座標を連立方程式で求める者もおり，後で紹介した。

$$\begin{cases} y=0.022\times 10\times x+110 \\ y=0.022\times 54\times x+1000 \end{cases}$$

…

1.188x＋110＝0.22x＋1000

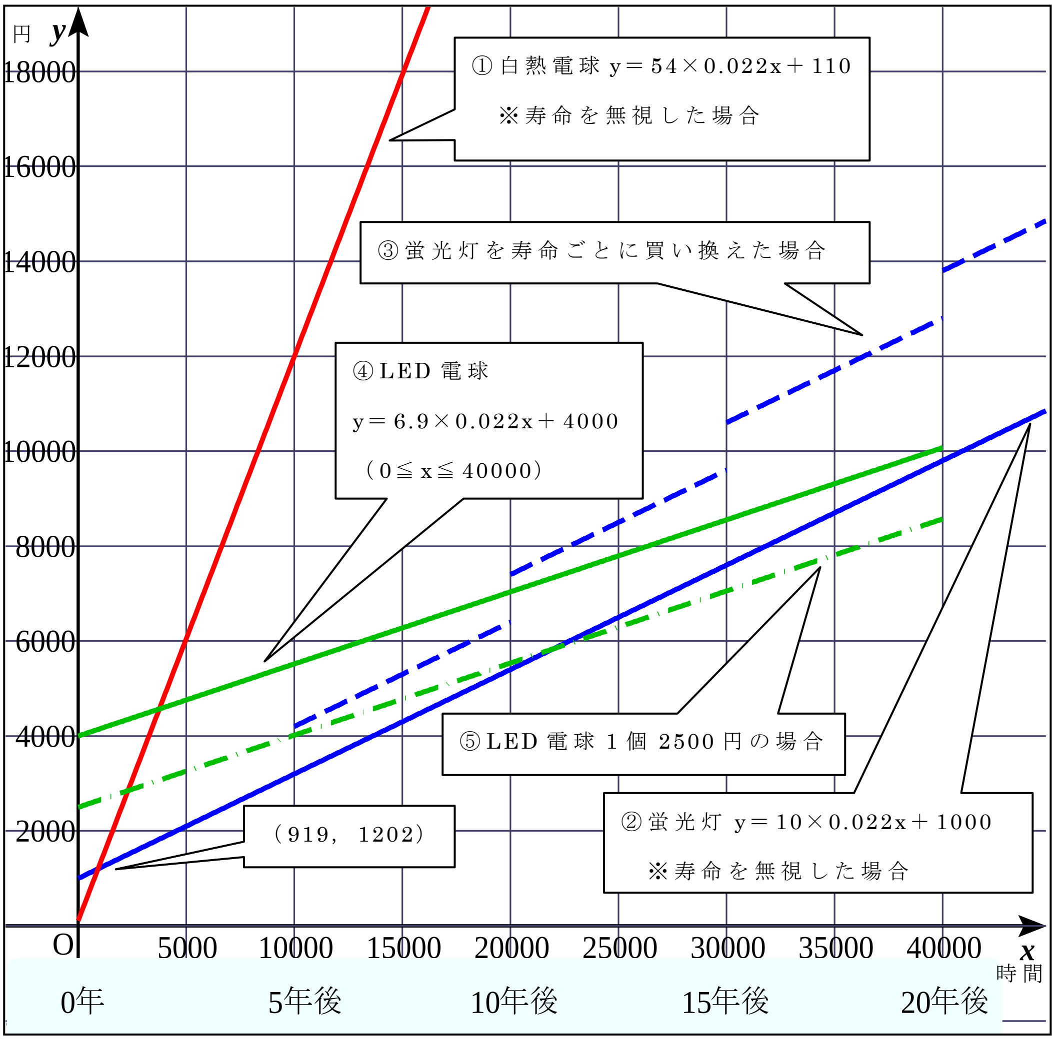
…

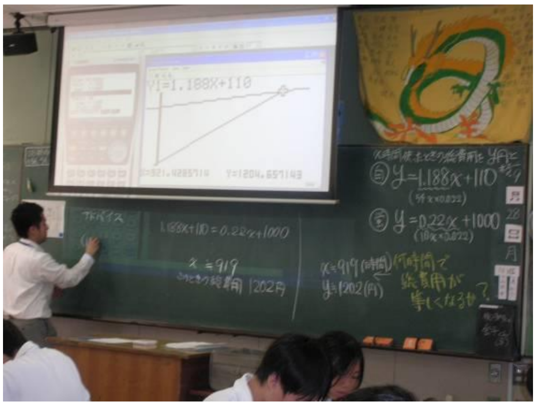
x≒919，y≒1202

これらのことから，学級としてのアドバイスとしては「920時間（5.6か月）以上使う場合には蛍光灯の方が総費用が安くなる」という結論に達した。

この後補足として，関数グラフ描画ソフトGrapesを教室のスクリーンに投影し，LED電球との比較も教師側で行った。現在は1個4000円前後なので切片は4000となるが，1時間で6.9Wしか電気を使わないために直線の傾きは他と比べて明らかに緩やかになる。

今度は，グラフの切片を小さくし，値段が安くなったときの状況をシミュレートさせた。すると，LED電球が2500円まで下がると，10000時間たって蛍光灯の寿命で買い替えるときに，LED電球の方が安くなることを理解させた。グラフの利便性を実感させることができた。

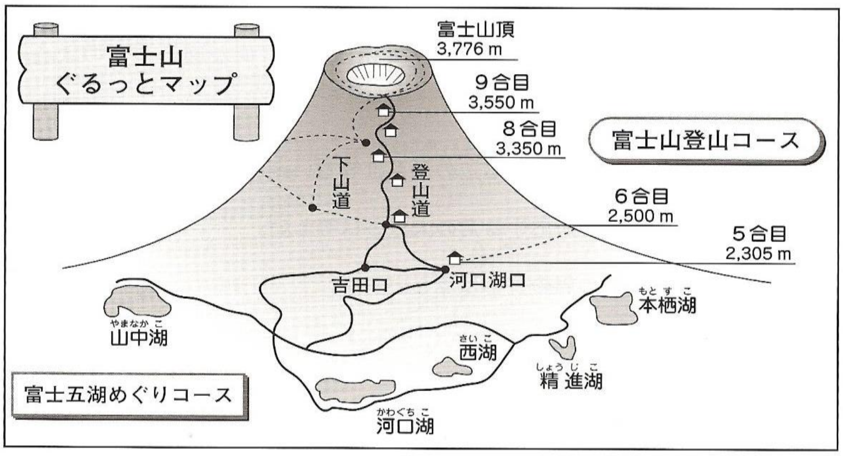

円 y
18000
16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
O
5000
10000
15000
20000
25000
30000
35000
40000
x
時間
0年
5年後
10年後
15年後
20年後
①白熱電球 y＝54×0.022x＋110
※寿命を無視した場合
③蛍光灯を寿命ごとに買い換えた場合
④LED 電球
y＝6.9×0.022x＋4000
（0≦x≦40000）
⑤LED 電球 1 個 2500 円の場合
（919， 1202）
②蛍光灯 y＝10×0.022x＋1000
※寿命を無視した場合



（4）富士登山（定期テスト）

上記(2)についての評価問題として，平成 20 年度全国学力・学習状況調査における「富士登山の問題」（国立教育政策研究所，2008）をアレンジして扱った。評価問題ではあるが，テスト後の解説も含めて指導的な意味合いもあるため載せておく。問題は以下の通りである。

問 12　はじめさんは，下のパンフレットを見ながら，9 月の連休に家族と行く「富士五湖めぐり」と「富士山 8 合目登山」の計画を立てています。



はじめさんは，持ち物や服装を準備しておこうと，例年の気温について調べようと思いました。しかし，気象庁のホームページを見ても富士山 8 合目の気温が見当たらず，次のデータしか入手できませんでした。

観測所	標高(m)	平均気温(℃)	観測所	標高(m)	平均気温(℃)
A(甲府)	273	20.4	D(河口湖)	860	17.4
B(勝沼)	394	19.6	E(山中)	992	16.6
C(古関)	552	18.2	F(富士山)	3775	1.9

【富士山周辺における 2008 年 9 月 22 日平均気温（気象庁ホームページより）】

困っていたところ,友人のあつしさんから「地上 1 万 m ぐらいまでは，標高が高くなるのにともなって,ほぼ一定の割合で気温が下がるらしい」というアドバイスを聞き，このデータから 8 合目のおよその気温を予想することができるのではないかと考えました。この発想にしたがい，このデータを使って，次の問いに答えなさい。（座標平面を使って可）

（1）今年の 9 月 22 日の富士山 8 合目の気温は，およそ何℃だと予想されますか。数学的な根拠をもとに，わかりやすく説明しなさい。

（2）標高が 100m 高くなるのにともなって，およそ何℃気温が下がることがわかりますか。数学的な根拠をもとに，わかりやすく説明しなさい。

設問については(1)が本研究に大きく関わる部分である。散布図をつくり，遠い点を意識しながら直線のグラフを引き，このグラフから 8 合目 3350m 地点の気温を読み取って予測値を得ることを意図している。134 人分の生徒の解答を次の 4 つの視点で評価したところ，結果は以下の通りになった。

評価の観点	通過率（%）
a．散布図を正しくかけているか	80.6
b．1 次関数とみなしてもよい理由（仮定）を明記しているか 「あつしさんのアドバイスでは「地上…らしい」ので」 「散布図で点がほぼ一直線に並ぶので」	33.6
c．遠い点を意識し，多くのデータを満足できるような直線のグラフを引けているか	77.6
d．直線のグラフから必要な情報が読み取れているか	75.4

評価の観点 a.の散布図については 8 割の生徒が正しく書けている。数学の授業で現実事象における散布図を扱ったのは「イチローの新記録予想」の授業だけである。しかし生徒は，小学校算数科や中学校理科の授業で折れ線グラフなどを書いた経験などから，正しく散布図をかけたと考えられる。現実事象における散布図はあまり現行の中学校数学科教科書には扱われないが，意外と生徒にとっては馴染みの深い数学的表現であることがわかる。

次に，評価の観点 b.については，通過率が 3 割程度と低い。問題文を読み，理由（仮定）を明記せずに暗黙のうちに 1 次関数とみなしている生徒もいると考えられる。しかし，「イチローの新記録予想」の授業で「得られた予測（結果）は仮定とセットである」という見方と，これを明記する重要性を強調していたので，ここでは明記して欲しかった。これまであまり指導されていなかった部分でもあり，継続指導が必要である。

評価の観点 c.と d.についてはともに 8 割弱の生徒ができている。理科の授業での経験が生かされているとも考えられる。ただ，理科では「現象の定性的な理解」に主眼を置いてグラフをかくことが多いが，数学科では「現象の定量的な理解を基にした未知の予測」に主眼を置いてグラフをかく場合が多い。特に本研究ではその点を重視している。理科と数学科とのグラフの扱いについて考慮した指導について考えていく必要も感じる。

テスト返却の際には，上記の内容を生徒にも話した。特に今回のテストで通過率があまりよくなかった「得られた予測（結果）は仮定とセットである」という見方については，2 度目ではあるがよい指導機会となった。

8. 事後調査

一通り 1 次関数の単元を学習し終えた直後に，「なぜ中学生は 1 次関数を学ぶのか」という質問に記述式で答える形のアンケートを実施した。この回答を，前述の 4.(1)における生徒に実感させたい「1 次関数を学ぶ意義」に照らして，次の A～D の 4 つに分類した。

A：変化と対応の理解や未知の部分の予測など，具体的に記述しているもの
B：社会に関数が潜んでいることや関数的な考えが社会で役立つことについて記述しているが，変化と対応の理解や未知の部分の予測については記述がないもの
C1：学ぶ意義がわからない，義務教育だからなどと記述しているもの」
C2：上記 A～C 以外の記述のもの
D：未記述のもの

これらの具体例は次の通りである。判定にあたり微妙な記述もあるが，前後の文脈や授業中の反応などから総合的に解釈して判定している者もいる。

A．変化と対応の理解や未知の部分の予測など，記述しているもの

- Mn 生「今後の結果を予想したい時，一次関数を使って自分なりに予想できる」
- Ng 生「今後の予想をしたい時など…社会に役立てるため」
- Ni 生「日常の生活で関数をうまく使い，損をしないため」
- Yt 生「関数はただ文字で答えを出すのではなく，グラフで成り行きを見ることができるから」
- Ns 生「これから生活していく上で（例えば会社など）比較をしてお得かなどということを自分で考えていくことが大切だから」
- Hr 生「損をしないため！　大まかな計画を立てるため。～ならば～と考えられるようになるため」
- Wt 生「大人になった時，この授業のように，少し先の未来を予想することができるようになるから。」
- Yn 生「考える力をつけ，社会に出たときに考える力で何かに勝つため。データを元に目安を出し，お得に生きるため。」
- Mt 生「これからいろいろと予想して自分によくする！」

B．社会に関数が潜んでいることや関数的な考えが社会で役立つことについて記述しているが，変化と対応の理解や未知の部分の予測については記述がないもの

- Ar 生「日常に関数は多く生活に必要となるから」
- Hr 生「世の中に関数がたくさんあるから」

・Kr 生「根拠を使って説明する力を上げるため」

・Mz 生「社会に出てから役に立っていくる要素があるから。関数から連立方程式や方程式へと広がっているので。」

・Si 生「生活について数学的意思ができるようになるからだと思う」

・Hm 生「数学によって物事に対する視点を変えるため」

・Ak 生「身近な問題をわかりやすく解決するため」

C1．学ぶ意義がわからない，義務教育だからなどと記述しているもの

・Os 生「分かりません…」

・Fk 生「義務教育だから。としか考えられません。でも買い物で役立つと思います。」

・Oo 生「日常生活ではあまり必要ないと思う。受験など今後のため」

・Or 生「受験」

・Tk 生「知らない」

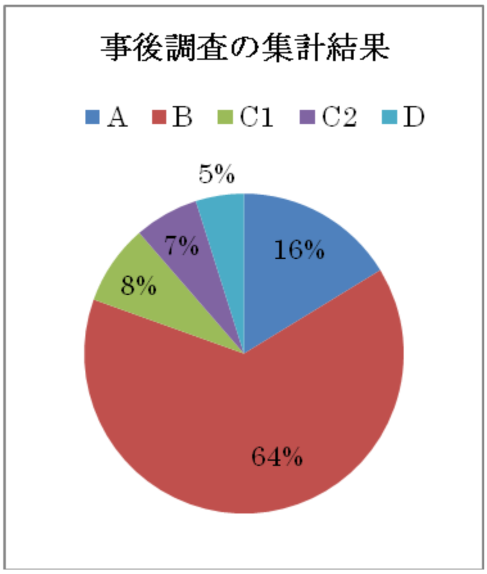
C2．上記 A～C1 以外の記述のもの

・Sb 生「数学という学問の中で，何かと何かを比べるという物でグラフは役に立つから」

・Hd 生「数学の応用のため」

・Hr 生「高校や大学で使うから」

D．未記述のもの



回収した 123 人分を集計した結果，右のグラフのようになった。B と判定した生徒の中には実は A の生徒もいるかもしれないが，記述からは読み取れなかったため B と判定した。1 次関数を学ぶ意義に関して肯定的な反応は 80%（A と B の和）である。このことから，生徒に実感させたい「1 次関数を学ぶ意義」を多くの生徒に実感させることができたということができる。だがその一方で，「受験のため」「義務教育だから」との認識を根強くもつ生徒もおり，今後の課題である。

本研究での事後調査は単元全体を終えての記述のため，授業ごとの生徒の意識については聞いていない。

また，特に B の生徒の記述を見ると，その多くが「授業のように～」と授業の場面を例に出していた。厳密にそうとは言い切れないが，これには各授業で問題解決の主体を明示したことも影響していると解釈できる。

9. 研究のまとめ

(1) 主な知見

本研究では，1 次関数の必要性やよさに関連して，1 次関数を学ぶ意義を次のように捉えた。

> **【1 次関数を学ぶ意義】**
> 一様に変化する事象を考察する際，1 次関数をそのモデルとすることで，変化や対応を理解したり，未知の部分を予測したりすることができる。

この学ぶ意義を実感させることをねらいとした「1 次関数とみなす活動」の指導について，次の留意点を得た。

①みなすことの段階的指導を行うこと

②みなすことの是非についての言語活動を充実させること

③問題解決の主体を明示すること

以下に，それぞれの留意点とそれと関連する指導への示唆を述べる。

①みなすことの段階的指導を行うこと

1 次関数を利用して社会における問題を解決する場面では，例えば次の事象Ⅰ.とⅡ.とⅢ.を区別し，段階的に扱ことが重要である。

> Ⅰ. 1 次関数である事象
> Ⅱ. ほぼ 1 次関数である事象
> Ⅲ. 1 次関数かどうか不明な事象
> （これらの区分はあくまで相対的なものである）

ただし，この厳密な区分の仕方とその必要性については，理論的な考察を含めて一考の余地がある。

なお，生徒の状況にもよるが，上記Ⅲ.に関して，散布図による回帰グラフについて，中学校段階では代数的手法には踏み込まず，データの多くを満足しそうな直線を手描き，もしくはグラフ電卓等のテクノロジーでかく方法が望ましい。

②みなすことの是非についての言語活動を充実させること

上記①におけるⅡ.とⅢ.を扱う際には，その事象を 1 次関数とみなしてもよいかどうかということについて，十分に生徒が話し合う場面をつくることが重要である。その言語活動を促すためには，「すべてのデータが一直線には並ばないので 1 次関数ではない」などといった現実場面に厳密な立場と，「ほとんどのデータが一直線のように並んでいるので 1 次関数である」といった数学的に処理しやすくする立場を授業で対等に取り扱う必要がある。その結果，生徒の言語活動を通して両者を満足させるような「も

っている知識で解決するには1次関数とみなして考えると一定の解決が得られそうである。よって，理想化，単純化していったん1次関数とみなして考え，不都合が生じれば修正すればよいのではないか」といった考え方を引き出すことが望ましい。生徒が理想化，単純化して考えることに不慣れで，両者を満足させる考え方がうまく引き出せない場合には，教師から提案するのも1つの方法である。

また，1次関数とみなしてよいならば，何をどのように仮定して理想化・単純化するかについても充分に生徒が話し合う場面をつくることが重要である。なぜなら，数学的に結論を得ることには有効性と限界があるからである。「Aと仮定して得られる結論はBである」が「A'と仮定して得られる結論はB'である」といった，得られる結果は設けた仮定とセットであるという，数学的モデルについての理解を促すことが大切である。

③問題解決の主体を明示すること

生徒が解決の必要性を感じ，主体的に取り組めるように，誰にとってその問題解決が有益なのかがわかるようにすることが重要である。この明示は「Aさん」を「のびたくん」などと具体化することを意味しているのではない。問題文の中でその主人公と生徒をすり替えることで，数学的根拠に基づいた判断と説明を生徒に要する問題提示にすると効果的である。これらの工夫は，誰のどの場面で1次関数を利用することが有効なのかといった，学ぶ意義にも大きく関わる可能性があり，今後これを実証していく必要がある。

（2） 今後の課題

今後の課題として，次の3つを挙げておく。

① 本研究で見出した指導上の留意点に基づいた授業をさらに改良して行い，特定の生徒の活動や認識の変容をもとに，その有効性を質的に分析すること。

② 実験・実測してデータを得る活動，テクノロジーを用いて散布図から回帰グラフを求める活動についてもカリキュラムに適切に位置付けて実践し，指導への示唆を得ること。

③ みなす活動について，第1学年「比例・反比例」や第3学年「2乗に比例する関数」では単元指導の中でどのような段階的指導が必要なのか，また，学年ごとでどのような段階的指導が必要なのかを明らかにすること。

〔参考・引用文献〕

中央教育審議会（2008）.『幼稚園，小学校，中学校高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について』.

日本経済新聞（2009）「日経新聞 PLUS１　家の照明，使い分けてますか」，2009 年 12 月 19 日付け，第 1 面.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2009a）『平成 21 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学』，pp.72－74.

国立教育政策研究所（2008）「平成 20 年度　全国学力学習状況調査【中学校】報告書」，pp.280－285.

文部科学省（2008）『学習指導要領解説数学編』，教育出版.

熊倉啓之（2009）「数学を学ぶ意義を重視した授業」，長崎栄三・國宗進・太田伸也・相馬一彦（編著）『新たな数学の授業を創る』，明治図書，pp.150－159.

日野圭子（2008）「発達の途上にある生徒の関数的な見方・考え方を大切に」，日本数学教育学会誌第 90 巻第 9 号，p.41.

清水宏幸（2003）「比例とみて問題を解くことのよさを感じさせる指導」，日本数学教育学会誌第 85 巻第 11 号，pp.25－30.

清野辰彦（2004）「「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業」－「一次関数とみる」見方に焦点を当てて－」，日本数学教育学会誌第 86 号第 1 号，pp.11－21.

永田潤一郎（2004）「「比例としてみなす」ことのよさについての考察」，日本数学教育学会誌第 86 巻第 3 号，pp.13－20.

新井仁（2005）「事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究～グラフを問題解決の道具として～」，日本数学教育学会誌第 87 巻第 5 号，pp.12－19.

Usiskin.Z.（1989）.The Sequencing of Applications and Modelling in the University of Chicago School Mathematics Project 7-12 Curriculum, In Blum, W. et al(eds), Application and Modelling in Learning and Teaching Mathematics. Ellis Horwood,pp.176－181.

池田敏和（1990）「UCSMP による 1990 年夏季講習会の報告」，横浜国立大学教育紀要第 31 巻，pp.185－198.

藤原大樹（1999）「「文章題」を用いた数学的モデリングの指導に関する研究－条件・仮定を振り返る活動に焦点を当てて－」，第 32 回数学教育論文発表会論文集，pp.477－482.

杉山吉茂ほか（2007）『生かす数学　中学校 2 年』，東京書籍，pp.13－44.

東京学芸大学附属国際中等教育学校数学教育研究会（2008)『TGUISS　数学 2』，正進社，pp.5－38.

高橋広明・小林廉・西村圭一（2009)「数学的モデル化に関わる力の育成をめざすテキストの記述に関する一考察」，日本科学教育学会年会論文集 33，pp.247－250.

東京理科大学数学教育研究会・数学教育研究所（2009)『予測のための中東数学 2』，日本教材システム，pp.7－64.

片桐重男（1995)「数学的な考え方を育てる「関数・統計」の指導」，明治図書，pp.21－22.

池田敏和（1999)「数学的モデリングを促進する考え方に関する研究」，日本数学教育学会誌数学教育論究 Vol.71・72.

島崎晃（2001)「学習計画を立てる」，長崎栄三『算数・数学と社会・文化のつながり～小・中・高の算数・数学の改善を目指して～』，明治図書，p.41.

藤原大樹（2007a)「1 次関数の導入の指導における正方形タイル教材の価値と指導上の留意点についての研究」，第 40 回数学教育論文発表会論文集，pp.917－918.

藤原大樹（2007b)「中学校 2 年生　1 次関数の導入場面における実践　～図や式を多様に見ることによる新たな発見～」，橋本吉彦（編著)『算数・数学における「読解力」』，大日本図書，pp.12－15.

五十嵐淳（2009)「関数を用いて将来を予測する学習活動」『教育科学　数学教育 No.624』，明治図書，pp.64－69.

国立教育政策研究所（2004)『生きるための知識と技能〈2〉－OECD 生徒の学習達成度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』，ぎょうせい，pp.94－100.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2008)『平成 20 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学』，pp.82－85.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2009b)「平成 21 年度全国学力・学習状況調査中学校の結果を踏まえた授業アイデア例」，pp.6－7.（http://www.nier.go.jp/09jugyourei/09_chuu_jugyourei.pdf）