5月23日(土)

今日はいよいよ評価をする課題です。

前回、多くの問題を解いた際にどの問題にも

$$\log_{10} 2 = 0.3010$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771$$

が与えられていましたね。もちろん必要だから書いてあるわけですが、これらの値に関してより詳しく考察します。

例題 15 $\boxed{\log_{10} 3 = 0.4771}$とする。

(1) 3^n が 10 桁の数となる最小の自然数 n の値を求めなさい。

(2) 3 進法で表すと 100 桁の自然数 N を，10 進法で表すと何桁の数になりますか。

練習 15 $\boxed{\log_{10} 2 = 0.3010,\ \log_{10} 3 = 0.4771}$とする。

(1) $\left(\frac{5}{8}\right)^n$ を小数で表すとき，小数第 3 位に初めて 0 でない数が現れるような自然数 n は何個ありますか。

(2) $\log_3 2$ の値を求めなさい。ただし，小数第 3 位を四捨五入しなさい。また，この結果を利用して，4^{10} を 9 進法で表すと何桁の数になりますか。

例題 16 A 町の人口は近年減少傾向にある。現在のこの町の人口は前年同時期の人口と比べて 4%減少したという。毎年この比率と同じ比率で減少すると仮定した場合，初めて人口が現在の半分以下になるのは何年後ですか。答えは整数で求めなさい。ただし，$\boxed{\log_{10} 2 = 0.3010,\ \log_{10} 3 = 0.4771}$とする。

練習 16 光があるガラス板 1 枚を通過するごとに，その光の強さが $\frac{1}{9}$ だけ失われるものとする。当てた光の強さを 1 とし，この光が n 枚重ねたガラス板を通過してきたときの強さを x とする。

(1) x を n で表しなさい。

(2) x の値が当てた光の $\frac{1}{100}$ より小さくなるとき，最小の整数 n の値を求めなさい。ただし，$\boxed{\log_{10} 2 = 0.3010,\ \log_{10} 3 = 0.4771}$とする。

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.2012	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4578	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900

ネイピアが貢献したと言われているこの常用対数表ですが、真数が小数第2位になるものまで対応ができます。

ただ、例えば $\log_{10} 1.5$ であれば、

$\log_{10}\frac{3}{2} = \log_{10} 3 - \log_{10} 2$ と変形すれば

$$\log_{10} 2 = 0.3010$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771$$

これらの値だけでも対応できるわけです。

$$\log_{10} 3 - \log_{10} 2 = 0.4771 - 0.3010 = 0.1761$$

そうなると、主に真数が整数の表さえ、準備しておけば、たいていの対数の値はわかることになりますね。

そこで、 $\log_{10} 2 = 0.3010$

$\log_{10} 3 = 0.4771$

これらの値だけを与えていたわけですね。

そこで、真数が2や3以外の数もある程度準備しておけば、ほぼ表を見ることなく値がわかりそうです。

ということで、真数が1ケタの常用対数をすべて準備していきましょう。

$\log_{10} 2 = 0.3010$

$\log_{10} 3 = 0.4771$

$\log_{10} 4 =$

$\log_{10} 5 =$

$\log_{10} 6 =$

$\log_{10} 7 =$

$\log_{10} 8 =$

$\log_{10} 9 =$

$\log_{10} 10 = 1$

これらの中ですぐに値がわかるものはありますか？

$$\log_{10} 2 = 0.3010$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771$$

まず、これはすぐわかりそうです。

$$\log_{10} 4 =$$

$$\log_{10} 4 = \log_{10} 2^2 = 2\log_{10} 2 = 2 \times 0.3010 = 0.6020$$

これでも可

$\log_{10} 4 = \log_{10} 2 + \log_{10} 2$

$$\log_{10} 5 =$$

これもすぐわかりそうです。

$$\log_{10} 6 =$$

$$\log_{10} 6 = \log_{10} 2 + \log_{10} 3 = 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$$

$$\log_{10} 7 =$$

これらも簡単です。

$$\log_{10} 8 =$$

$$\log_{10} 8 = \log_{10} 2^3 = 3\log_{10} 2 = 3 \times 0.3010 = 0.9030$$

$$\log_{10} 9 =$$

$$\log_{10} 9 = \log_{10} 3^2 = 2\log_{10} 3 = 2 \times 0.4771 = 0.9542$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$\log_{10}2 = 0.3010$

$\log_{10}3 = 0.4771$

$\log_{10}4 = 0.6020$

$\log_{10}5 = \boxed{?}$

$\log_{10}6 = 0.7781$

$\log_{10}7 = \boxed{?}$

$\log_{10}8 = 0.9030$

$\log_{10}9 = 0.9542$

$\log_{10}10 = 1$

さて、残った2つのうち、まずは $\log_{10}5$ はどうすればいいでしょう。

$$\log_{10}5 = \log_{10}\boxed{\frac{10}{2}} = \log_{10}10 - \log_{10}2$$

$$= 1 - 0.3010 = 0.6990$$

この方法は覚えて構いません。

上手に　わり算　を利用する

真数を　かけ算・わり算・累乗　を利用して変形することで、すでにわかっている常用対数から新たな常用対数を知ることができそうです。

いよいよ、あと1つ $\log_{10}7$ はどうすればいいでしょう。

$$\log_{10} 2 = 0.3010$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771$$

$$\log_{10} 4 = 0.6020$$

$$\log_{10} 5 = 0.6990$$

$$\log_{10} 6 = 0.7781$$

$$\log_{10} 7 = \boxed{?}$$

$$\log_{10} 8 = 0.9030$$

$$\log_{10} 9 = 0.9542$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

5月23日(土)

今日はいよいよ評価をする課題です。

$\log_{10} 7$ は およそいくつ？

真数を　かけ算・わり算・累乗　を利用することは
説明した通りですが、7 はどうやって作ればよいでしょう？

7 は素数ですからちょうどよい かけ算 はなさそうです。

では、ちょうどよい わり算 はありますか？

ちょうどよい わり算 もなかなか難しいですが、近いものでこのような考え方もあります。

$\log_{10}\dfrac{64}{9}$ ではどうでしょう？

$$\log_{10}\frac{64}{9}=\log_{10}\frac{2^6}{3^2}=\log_{10}2^6-\log_{10}3^2$$

$$=6\log_{10}2-2\log_{10}3=6\times0.3010-2\times0.4771=0.8518$$

もちろんこれが $\log_{10}7$ の値とは言えませんが、
近い値(近似値)にはなっていませんか？

$\log_{10}7=\log_{10}\dfrac{63}{9}<\log_{10}\dfrac{64}{9}$ とかくとわかりやすいかもしれません。

以前学習した、底をそろえて真数を比較する大小比較ですね。

$$\log_{10} 7 = \log_{10} \frac{63}{9} < \log_{10} \frac{64}{9}$$ すなわち $$\log_{10} 7 < 0.8518$$

これにより0.8518よりは小さい数であることがわかりました。

ただ、どこまでも小さくなってしまうわけではなさそうですのでいくつより大きい数であるかがわかるとよりよい近似値がわかりそうです。

そこで、 $$\log_{10} 6 < \log_{10} 7 < \log_{10} \frac{64}{9}$$

このように、わかっている値で $\log_{10} 7$ をはさむ不等式を準備してはどうでしょう。

$$0.7718 < \log_{10} 7 < 0.8518$$

これにより0.7718と0.8518の間にある数であることがわかりました。

このように、$\log_{10} 7$ のような正確に値がわからない数(無理数)を
ある数とある数の間にはある、というように近似値を調べることを

『不等式で評価する』と呼びます。(今後もよく使う表現ですので覚えましょう。)

5月23日(土)

今日はいよいよ評価をする課題です。

$\log_{10} 7$ を『不等式で評価する』

みなさんの評価を『不等式で評価する』
ができたかどうかで評価します・・・!!

もう少しだけアドバイスしておきます。いまのところ・・・

$$0.7718 < \log_{10} 7 < 0.8518$$

差が　0.0799　です。まだ少し幅が広いですね。もう少し狭くしたいです。

もっとよい不等式でのはさみかた、すなわち　評価の仕方　はないでしょうか？

$$\log_{10} 6 < \log_{10} 7 < \log_{10} \frac{64}{9}$$ を改良するならば、

$$\log_{10} \frac{60}{9} < \log_{10} 7 < \log_{10} \frac{64}{9}$$ はどうでしょう。

もちろん　$\frac{60}{9} = \frac{20}{3}$　です。

$$\log_{10}\frac{60}{9} < \log_{10}7 < \log_{10}\frac{64}{9}$$

$$\log_{10}\frac{60}{9} = \log_{10}\frac{20}{3} = \log_{10}\frac{2^2\times 5}{3}$$

$$= \log_{10}2 + \log_{10}10 - \log_{10}3 = 0.3010 + 1 - 0.4771 = 0.8239$$

よって、 $0.8239 < \log_{10}7 < 0.8518$

差が 0.0279 になりました。

だいぶ差が小さくなってきました。
これを先ほどよりも『精度の高い評価』ができたと呼びます。

これで最後のアドバイスです。もっと『精度の高い評価』を目指すには、
かけ算・わり算・累乗　すべて利用することはわかってきたことでしょう。
どのような真数を準備するかの工夫ですが、このような準備はどうでしょうか。

$$\log_{10} 48 < \log_{10} 49 < \log_{10} 50$$

この不等式でも $\log_{10} 7$ の評価ができますね？

間接的に $\log_{10} 7$ が評価できるようにすることもできるわけです。

さて、いよいよ課題に取り組んでもらいましょう。

5月23日(土)

今日はいよいよ評価をする課題です。

$\log_{10}7$ を『不等式で評価する』

課題1　$\log_{10}48 < \log_{10}49 < \log_{10}50$

を用いて $\log_{10}7$ を評価しなさい。また、その差を近似値で答えなさい。

課題2　課題1よりも『精度の高い評価』をし、その差を近似値で答えなさい。
その考え方の過程をわかりやすく示すこと。

最後に、課題に取り組む際の留意点を挙げます。

【留意点】

5月23日(土)
今日はいよいよ評価をする課題です。

$\log_{10}7$ を『不等式で評価する』

課題1 $\log_{10}48 < \log_{10}49 < \log_{10}50$

を用いて $\log_{10}7$ を評価しなさい。また、その差を近似値で答えなさい。

課題2 課題1よりも『精度の高い評価』をし、その差を近似値で答えなさい。
その考え方の過程をわかりやすく示すこと。

■提出期限
6月5日(金)15:00まで

■提出方法
課題に取り組んだ様子をFormに添付
→ 添付ファイルの中身はノートの画像でもword等で作ったものでも構いません。
(いま、Microsoftアカウントを利用するようになりましたので、無償でword等は
使えますが、数式を打つのが難しいと感じたら今回は無理をしなくて構いません。)
画像ファイルの場合は、向き、明るさに注意すること。
できればファイル名にクラスと番号が入っているとありがたいです。

■(みなさんの)評価の方法
いまの状況から考えますと、内容よりもまず提出です。以前も示したことがありますが、大事なことは誠意です。誠意をもって提出してくれれば問題ありません。