

一次関数とみなすことの段階的指導で扱う教材の分類と授業化

Classification of Materials Handled in the Step-by-Step Instruction of What is Regarded as a Linear Function and Designing a Class

藤原大樹
お茶の水女子大学附属中学校

要 約

本研究では、一次関数とみなすことを段階的に指導する際、授業者が適切に教材を選べるように、扱われている教材を「A. 一次関数の定義からのずれ」と「B. 一次関数の理論的な構造」の観点から分類した。また、その過程で、授業化に際する着眼点として「重視する活動」、「テクノロジーの利用方法」、「生徒の実態との関連性」を導出した。そして、特に「テクノロジーの利用方法」について、既存の「方法 i 手作業で式を得る方法」と「方法 ii 端末の回帰機能で式を得る方法」に加え、「方法 iii 端末で定数値を変えて視覚的に式を得る方法」を示し、「重視する活動」との関連や単元の計画について考察した。

キーワード：一次関数とみなす、教材の分類、授業化

1. 研究の背景と目的・方法

現実の世界の問題を数学を用いて近似的に解決する力を育てることは、数学教育におけるねらいの 1 つである(小倉, 1924/1973 ; 島田, 1942 ; 文部科学省, 2018)。関数を用いて問題を近似的に解決する際、事象を理想化・単純化することで 2 量の間に関数の関係があるとみなして捉えることが必要になる。

2 量の間に関数の関係とみなす活動は、「事象における 2 つの数量の変化と対応の特

徴の理解」と「未知の状況の予測」が主な目的であり(日野, 2008 ; 熊倉, 2009)、関数の理解と活用の両面から重要である(清野, 2004)。2 量の間に関数の関係とみなすこととは、2 量の間に関数の関係とみなすこととは、生徒にとって困難さが異なる。そのため、永田(2004)が指摘するように、この 2 つは分けて指導すべきであると考えられる。

既知の関数とみなすことについての教材は、戦時中の教科書「数学第一類」においても取

り上げられていて、その重要性が伺える(田中, 2003). 最近では、平成 20 年告示中学校学習指導要領解説数学編(文部科学省, 2008)で「理想化」「単純化」「みなす」の文言が頻用され、我が国の数学科の教科書や学力等調査で一次関数などの定義とのずれを含む 2 量の関係が取り上げられるようになった. その結果、多くの教室で扱われているといえる.

しかし、数学を用いて事象を近似的に捉えることは生徒にとって難しく、事象の 2 量の関係を一次関数とみなしてもよいと正当化できるように、指導を同単元で段階的に、また学年を越えて継続的にしていく必要がある(池田, 1999; 藤原, 2010, 2016). 授業者はどのような教材を選び、どのように授業化するかは重要な課題である.

そこで本研究では、中 2 の「一次関数」単元に焦点を絞り、「一次関数とみなすことの段階的指導に向けて、扱われている教材を分類するとともに、授業化に際しての着眼点について明らかにすること」を目的とする. そのために、以下の方法で研究を進める.

- ・ 先行研究を基に教材を分類する観点を設定し、これに沿って一次関数とみなすことに関する先行研究を調査し、それぞれの教材を分類し、整理する.
- ・ 上記の分類の観点の設定や分類の過程、分類の結果から、授業化に際して検討すべき着眼点を導出する.

なお、現実の問題を数学を用いて近似的に解決する過程は、「一次関数」単元の終末等の活用だけでなく、概念獲得をねらいとした「概念学習型」(西村, 2001)の授業のように、単元の導入等に位置付けることもある. この場合、生徒は未習のためインフォーマルな考えから変化の割合を一定と仮定するなど、数学的に処理しやすい形に表現して考える行為が想定される. 生徒は自覚していないが、教師からみると一次関数とみなしている. 教材の分類に主眼を置いた本研究では、この行

為を含んで「一次関数とみなす」と表記する.

2. 教材を分類する観点の設定

藤原(2010)は、一次関数とみなすことを次の段階的な指導が重要としている(p.138).

- I 一次関数である事象
- II ほぼ一次関数である事象
- III 一次関数かどうか不明な事象

しかし上記の段階には、「事象における 2 量が一次関数の定義とどの程度ずれているか」と「事象が一次関数の理論的な構造をもつかどうか」という 2 つの観点が混在しているように捉えられる. そこでまず、この 2 観点で分類し、教材の分類に関して精緻化を図る.

(1) 一次関数の定義とのずれ

一次関数の定義とずれがある教材を扱う際、そのずれの程度が生徒や授業者の扱いやすさに大きく影響する. 例えば測定値などを座標平面上にとったときに、ある変域において

A1: 点がほぼ一直線上に並ぶ

A2: 点が直線的な範囲に分布する

と大別できる.

例えば、経過日数と鶏卵の質量の関係(図 1 大澤(2005)は A1 とした. また、平均気温とスギ花粉飛散量の関係(図 2 新井(2006))は A2 とした. 特に A2 は一次関数の定義からのずれが A1 より大きいので、「みなしてよい」という考え

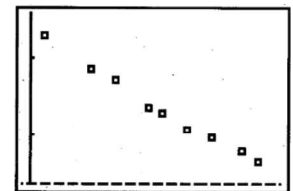


図 1 経過日数と鶏卵の質量(大澤, 2005, p. 5)

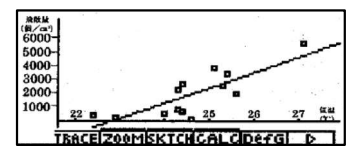


図 2 平均気温とスギ花粉飛散量(新井, 2006, p. 14)

のみならず「みなしてはいけない」との考えが多く出される可能性が高い. 授業化に際しては、A1, A2 の順で教材を扱うとともに、みなす目的や変域を明確にし、2 つの対立する考えから止揚されていく「対立-止揚」過

程(池田, 1999)の実現を目指したい。それにより、一次関数とみなすことを多くの生徒が正当化しやすくなると期待される。

なお、一次関数の定義とずれの程度を座標平面上の点の位置で視覚的に分類することは、基準に曖昧さを有する点が短所である。一方で、授業者が教材を見て即座に分類しやすいという長所もあり、本稿では長所を優先した。

(2) 一次関数の理論的な構造

一次関数とみなすことに関する教材では、その数量関係には、物理法則などの一次関数の理論的な構造をもつものともたないものが含まれる。永田(2004)は比例とみなす場合を次の2つで大別している(p.14)。

- ① 物理法則などとして、比例することがわかっているが、測定による誤差などの影響で、定義に当てはまらなくなる場合
- ② 厳密な意味では比例するとは言えないが、比例に近い数量の関係になる場合

高橋他(2015)が述べるように、「2つの数量の関係を演繹的に導くことができず、いくつかのデータから帰納的に導くときに、関数とみなす活動が必要」(p.44)であることを踏まえ、一次関数の理論的な構造をもたない教材を積極的に扱う指導が考えられる。しかし、定義を満たす教材に比べてやや飛躍があるため、その前提として、理論的な構造をもつ教材を扱う必要があると考える。

永田(2004)の比例の①と②を一次関数で捉え直すと、次の2つで分類できる。

- ①' 一次関数の理論的な構造をもっている教材
- ②' 一次関数の理論的な構造をもっていない教材

上記①'の教材として例えば、鶏卵の質量の関係(図1 大澤(2005))では、「鶏卵から一定の割合で空気が抜けていく」という一次関数の理論的な構造をもっている。しかし授業で扱う際、多くの生徒の生活や学習の経験を想像すると、データを基に考察する前にこの構造に自ら気付くことは想定しづらい。一次

関数とみなす授業の展開を検討する上では、一次関数の理論的な構造をもつかどうかに加え、ある場合でもその構造に生徒が気付けるかどうかも重要であると考えられる。

そこで、一次関数の理論的な構造に関して、次の3つで分類することとした。

- B1: もっている、生徒が気付きやすい
- B2: もっている、生徒が気付きにくい
- B3: もっていない

例えば、電車が走行する時間の経過と道のりの関係(清水, 2003)は、停止駅前後以外は電車が等速で走行する。このことに、多くの生徒は生活の経験から気付きやすいと判断し、B1とした。

また、標高と気温の関係(西村, 2004)は、ある高さまでは100mで約0.6°C下がることに、多くの生徒は学校での学習の経験からは知らず、気付きにくいと判断し、B2とした。

さらに、経過時間と河川の水位(図3 藤原他(2021))は、河川の水位が一定の割合で上昇することは、物理法則ではなく多様な要因による偶然性に基づくかと判断し、B3とした。

B1の教材で生徒は、一次関数の定義とのずれを単

なる測定などの誤差と捉えることで、一次関数とみなすことを正当化していくと予想される。しかし、B2、B3の教材は一次関数の理論的な構造に気付きにくい。授業化に際しては、まずB1の教材を扱い、その後にB2やB3の教材を扱うことが有効であると考えられる。

以上のように、本稿では表1の観点で教材を分類することとする。

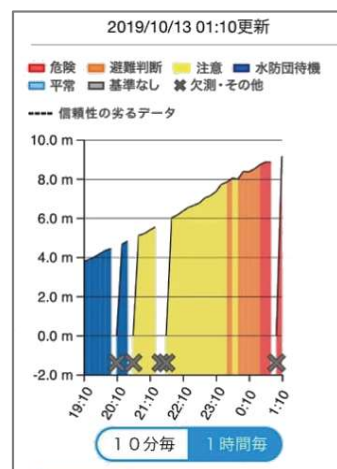


図3 経過時間と河川の水位(藤原他, 2021, p. 314)

表 1 教材を分類する観点

A. 一次関数の定義からのずれ	
A1	点がほぼ一直線上に並ぶ
A2	点が直線的な範囲に分布する
B. 一次関数の理論的な構造	
B1	もっていて、生徒が気付きやすい
B2	もっていて、生徒が気付きにくい
B3	もっていない

3. 段階的指導に向けた教材の分類

本研究では、我が国の実践研究において既習の関数とみなすことに注目が集まってきた2000年以降の日本数学教育学会と日本科学教育学会の学会誌、論文集に掲載された論文を中心に、一次関数とみなすことに関する教材を抽出して分類した。これらの教材は、授業での問題の提示やデータの扱いの仕方などによって分類が変わる可能性があるが、掲載されている論文での扱いに忠実に分類した。

分類した結果を整理したのが表 2 である。教材名については、論文に掲載されているものから一般的に意味が通じやすそうなものに変えたものが一部ある。A2/B1, A2/B2 の枠に当てはまる教材は見当たらなかった。

なお、藤原(2010)の「Ⅱ ほぼ 1 次関数である事象」が A1/B1 にあたり、「Ⅲ 1 次関数か不明な事象」が A1/B2, A1/B3, A2/B3 に分かれて精緻化された形である。

4. 授業化に際しての着眼点

教材を表 2 に分類していく過程では、各教材において、解決の過程で重視する活動、テクノロジーの利用方法、生徒の実態との関連性などが様々であった。授業化に向けて、これらの着眼点について事前の検討を要する。

(1) 重視する活動

関数の考えの育成を主張した中島(1981)は、「一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえ、それらの数量との間に成り立つ関係を明らかにし、その関係を利用しようとする考えが、関数の考えの基本的な考えである」と述べている(p.179)。これを受け、関数の考えを働かせて問題を創造的に解決する活動を、活動ア、イ、ウの相に分けて捉えることとする。

[活動ア] 一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえること

表 2 一次関数とみなすことに関する教材の分類

		B. 一次関数の理論的な構造		
		B1 : もっていて、 生徒が気付きやすい	B2 : もっていて、 生徒が気付きにくい	B3 : もっていない
A. 一次関数の定義とのずれ	A1 …点がほぼ 一直線上に並ぶ	ダイアグラム(清水, 2003) 追いつき算(清野, 2004) ジェットフォイル(西村, 2004) ばねばかり(田中, 2003) 携帯電話料金(藤原, 2010) 電球の比較(藤原, 2010)	標高と気温(西村, 2004) 鶏卵の重量(大澤, 2005) 新車購入(新井, 2010) 植物の蒸散(田中, 2011)	湖の水位(松宮他, 1987) 日本の借金(高橋他, 2015) 安打新記録(藤原, 2010) 河川の水位上昇(藤原, 2020)
	A2 …点が直線的な 範囲に分布する			北極域の海氷域面積(山脇, 2022) 自動車の保有台数(新井, 2005) スギ花粉(新井, 2006) カマキリの卵と積雪量(新井・西村, 2010) 桜の開花(峰野, 2017)

[活動イ] それらの数量との間に成り立つ関係を明らかにすること

[活動ウ] 明らかになった関係を利用しようとすること

2 量を表やグラフなどに表して一次関数とみなす行為は、活動イに含まれる。授業化に際しては、特にどの活動を重視するのか、活動ア～ウを一通り主体的に経験させることを重視するのか、活動ウの後に再度活動アに戻ってよりよく問題を解決する展開を重視するのかなどを検討しておく必要がある。

なお、一次関数とみなす際、そのみなし方について評価・改善しようと活動ウから活動アに進む展開を想定するならば、活動ウで得られた結果の妥当性を実験等で検証できる教材を選ぶことが望ましいと考えられる。

(2) テクノロジーの利用方法

今回分類した教材の実践では、データに近い一次関数のグラフや式を得るために、グラフ関数電卓やパソコンのグラフ描画ソフトなどのテクノロジーを利用したものが多かった。授業化に向けて、資質・能力を育成するためにテクノロジーをどのように利用するか(しないか)を検討する必要がある。対象とした先行研究には、一次関数とみなす際の近似直線の式を得る方法には、次の2つがあった。

[方法 i] 手作業で式を得る方法

生徒は表の x , y の値から変化の割合がほぼ一定といえるか手計算や電卓で調べたり、座標平面上の点がほぼ一直線上に並んでいるかを調べ、直線を定規で引いたりする方法である。例えば、高橋他(2015)の「日本の借金」では、2000年から2013年までの毎年の日本の借金額のデータを基に、借金額は2000年からの経年の一次関数であるとみなして2020年の借金額を予測している。ここでは座標平面上にどのように直線を引くかを話し合う様子、みなすことの有効性と限界を実感した様子などが報告されており、2量の関係を一次関数とみなすことの正当化に光が当たっている。

なお、手作業で得られた式は、グラフ描画ソフト等に入力すればグラフを表示させられ、立式する技能の確かさを調べたり、直線上の点の座標を読み取ったりするなどもできる。

[方法 ii] 端末の回帰機能で式を得る方法

生徒は端末にデータを入力し、その回帰機能を利用して一次関数の式を瞬時に得る方法である。例えば大澤(2005)の「鶏卵の質量」では、グラフ関数電卓の一次回帰機能(最小二乗法)を利用して一次関数の式を得て、 $x=0$ を代入して排卵日の鶏卵の重さを予測している。

この2つのうち、方法 i では、計算や立式の煩雑さが活動に伴うが、どのような一次関数で近似すればよいか検討する際に、変化の割合やグラフの傾き、切片についての知識を活用するため、一次関数についての理解の深まりが期待される。中島(1981)の活動イを重視しているといえるが、数学的処理の煩雑さに時間と労力が割かれ、その後の活動ウまで意欲が持続しにくい生徒も出るかもしれない。

一方、方法 ii は「問題解決における判断や意思決定の道具として、利用できればよいという立場」(大澤, 2005, p.6)をとることで、生徒は煩雑な処理から解放され、「手作業では使えない数学、今教えていない数学も使えるようにする」(杉山, 1999, p.2)ことができる。活動イをテクノロジーに任せて瞬時に済ませることで、活動ウの関係の利用に円滑に進んだり、さらには新井(2006)の「スギ花粉」のように活動アの新たな変数の選択へ進んだりすることも可能である。一方で、変化の割合やグラフの切片の意味をあまり考えずとも、問題解決を進めることができってしまう。

一次関数の理解と活用の両面が促されるテクノロジーの利用方法を考えてみると、例えば、藤原(2015)で中3の生徒は、リレーの理想的なバトンパスに向けて、次走者が走り始めてからの時間と距離のデータからグラフ描画ソフト GRAPES の座標平面上に点をとった。その上で、放物線になりそうな部分と直線にな

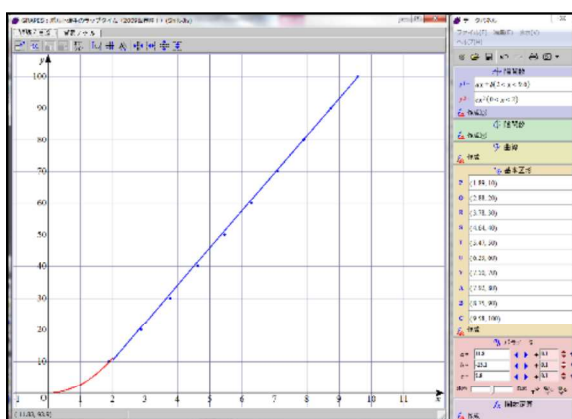


図4 次走者の走る時間と距離の関係
(藤原, 2015, p.103)

りそのような部分にわけられそうなことに気付かせている。その後、生徒は式 $y=ax^2$, $y=bx+c$ をソフトに入力して各グラフを表示させ、 a , b , c の各値を試行錯誤しながら変更し、多くの点の近くを通る放物線と直線(図4)、及び各式を視覚的に見つけていった。この活動には、「式 $y=bx+c$ の b の絶対値を大きくするとグラフの傾きが急になる」等の知識に基づく思考が伴い、理解の深まりが期待される。このように関数の理解と活用の両面を重視した次の方法iiiを選択肢に加えるべきと考えられる。[方法iii] 端末で定数値を変えて視覚的に式を得る方法

例えば GeoGebra や GRAPES などのグラフ描画ソフトに式 $y=ax+b$ を入力し、座標平面上の点と直線の位置関係を見ながら定数 a , b の値を試行錯誤しながら変えて、データに近似する直線と式を視覚的に得る方法である。作業を伴うがそれほど煩雑な数学的な処理はなく、中島(1981)の活動イで効率的に関係の発見ができる。それにより、方法iiと同様に、活動ウに進んだり、よりよい解決に向けて活動アに取り組んだりすることも可能になる。

授業化に向けては、生徒の実態を踏まえつつ、単元におけるみなす授業の1つ目として、手作業でも煩雑な数学的処理をそれほど要しない A1/B1 などの教材を扱い、テクノロジー利用の方法iを選択して、一次関数とみなし

てもよいかどうかには焦点を当てて指導することが考えられる。その後2つ目として、手作業では煩雑な処理を要する教材として A1/B2 か A1/B3 などの教材を扱い、方法iiiを選択して、一次関数の理解と活用の両面を促すのもよいであろう。最後に3つ目として、A1/B3 か A2/B3 などの教材を扱い、方法iiを選択して、一次関数の活用に重点を置いてモデリングのサイクルを何周も回す大がかりな活動を設けることが考えられる。

なお、これまで分類してきた教材からわかるように、テクノロジーを生徒が利用して2量の関係を一次関数とみなす学習では、表・グラフ・式のうち、それまで以上にグラフが活躍する。みなすことの指導の前提として、図形的な教材などの「1次関数である事象」(藤原, 2010)を扱い、目的に応じて事象からグラフをかいたり、グラフから事象における必要な情報を読み取ったりするなど、グラフを問題解決の道具として使いこなせるようにする小単元の意図的な計画が大切である。

(3) 生徒の実態との関連性

分類した教材は、生徒の生活経験や学習経験を踏まえて実践されたものが多くあった。

生活経験に関しては、生徒の目的意識に配慮した展開を検討することが重要であると考えられる。マックス・池田(2012)は、数学的モデル化にふさわしい問題として「生徒の実感を伴う」とことと「生徒にとって必要感がある」とことの2つを挙げている。生徒が「よりよく解決したい」と思える教材であればあるほど、関数の考えを働かせやすくなるであろう。

例えば、授業で取り上げる教材は、今の生徒に関わるのか、将来の生徒に関わるのか、(生徒に関わらない場合には)社会におけるどの立場の人に関わるのかなどを明らかにしておくことが必要である。仮に、生徒に関わらない教材や疑似現実的な教材であっても、「あなたは陸上部のコーチです」などと立場を設け、「選手に助言しましょう」などと意思決定

や行動を要求するパフォーマンス課題を設計すれば、キャリア学習としての価値が教材に付加され、目的意識の高まりが期待される。

また、生徒の学習経験に関しては、生徒は2量を既知の関数とみなすことや関数の学習でのテクノロジー利用についてどの程度の経験があるのかに配慮する必要がある。配慮された単元や小単元の計画により、生徒は停滞することなく、一次関数とみなして問題を解決しやすくなることができると期待される。

さらに、一次関数とみなすことの正当化については、教材の分類のA1/B1, A1/B2, A1/B3, A2/B3の順で難しくなると予想される。よって、単元の導入でA1/B1を扱って概念獲得につなげ、その後深めた知識等を活用して、単元の後半・終末でA1/B2, A1/B3, A2/B3を扱うなど、扱う教材の順序に配慮して、一次関数とみなす教材を複数取り上げる単元を計画することが望ましいと考える。

5. 研究の成果と課題

本研究の第一の成果は、一次関数とみなすことを段階的に指導する際、授業者が教材を選びやすくするために、扱われている教材を「A. 一次関数の定義からのずれ」と「B. 一次関数の理論的な構造」の観点から分類したことである。これらは、今後の新たな教材開発にも生かされ得る観点であると考えられる。

また、第二の成果は、教材を分類する過程で、授業化に際する着眼点として「重視する活動」「テクノロジーの利用方法」「生徒の実態との関連性」の3つを導出したことである。そして、「テクノロジーの利用方法」について、「方法i 手作業で式を得る方法」と「方法ii 端末の回帰機能で式を得る方法」に加え、「方法iii 端末で定数値を変えて視覚的に式を得る方法」を示し、「重視する活動」との関連や単元等の計画などについて考察した。

今後の課題としては、本研究の成果に基づいて単元計画を作成し、一次関数とみなすこ

との段階的な指導を実践して、その効果を検証することなどが挙げられる。

引用・参考文献

新井仁(2005). 事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究—グラフ電卓を問題解決の道具として—. 日本数学教育学会誌, 87(5), 12-19.

https://doi.org/10.32296/jjsme.87.5_12

新井仁(2006). スギ花粉飛散量予測を題材とした関数領域の指導について. 日本数学教育学会誌, 88(11), 11-18.

https://doi.org/10.32296/jjsme.88.11_11

新井仁(2010). 統計資料を取り入れた関数領域の教材開発に関する研究—統計資料の数学的モデル化の実践を通して—. 日本数学教育学会第43回数学教育論文発表会論文集, 241-246.

新井仁・西村圭一(2010). データに対する多面的な見方を育成する数学的モデリングの教材開発. 日本科学教育学会年会論文集, 34, 133-136.

https://doi.org/10.14935/jssep.34.0_133

藤原大樹(2010). 一次関数とみなすことの指導についての事例的研究. 日本科学教育学会年会論文集, 34, 137-140.

https://doi.org/10.14935/jssep.34.0_137

藤原大樹(2015). 生徒が新たな数学を生み出す数学的モデリングの指導—中学校数学科の関数領域に着目して—. 日本科学教育学会年会論文集, 39, 101-104.

https://doi.org/10.14935/jssep.39.0_101

藤原大樹(2016). 数学的モデリングにおける近似の考えに否定的な生徒の長期的な意識変容. 日本科学教育学会年会論文集, 40, 331-332.

https://doi.org/10.14935/jssep.40.0_331

藤原大樹・大谷実・野口千津子・水谷尚人(2021). 数学的に考える資質・能力を育

- 成する学習指導と評価(2)―指導と評価の一体化を目指した「一次関数」の実践―. 第103回全国算数・数学教育研究(埼玉)大会発表要旨集, 314.
- 日野圭子(2008)「発達の途上にある生徒の関数的見方・考え方を大切に」, 日本数学教育学会誌, 90(9), 41.
https://doi.org/10.32296/jjsme.90.9_39
- 池田敏和(1999). 数学的モデリングを促進する考え方に関する研究. 日本数学教育学会誌, 71・72, 3-17.
https://doi.org/10.32296/jjsme.81.R7172_3
- 熊倉啓之(2009). 数学を学ぶ意義を重視した授業. 長崎栄三・國宗進・太田伸也・相馬一彦編著. 新たな数学の授業を創る(pp.150-159). 明治図書.
- マックス・ステフェンス・池田敏和(2012). 数学的モデル化の必要性和その方法. 日本数学教育学会誌, 94(3), 2-8.
https://doi.org/10.32296/jjsme.94.3_2
- 松宮哲夫・柳本哲・榎田尚之・森裕一・吉野谷成史・工藤満也(1987). 湖の数学―現実性を持つ課題の総合学習―. 大阪教育大学数学教室 数学教育研究, 17, 53-67.
- 峰野宏祐(2017). 変数を生成・選択する活動を軸にした「桜の開花予想」の指導の再考. 日本数学教育学会誌, 99(9), 3-11.
https://doi.org/10.32296/jjsme.99.9_3
- 文部科学省(2008). 中学校学習指導要領解説 数学編. 教育出版.
- 文部科学省(2018). 中学校学習指導要領解説 数学編(pp.21-23). 日本文教出版社.
- 中島健三(1981). 算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察. 金子書房.
- 西村圭一(2001). 数学的モデル化の授業の枠組みに関する研究. 日本数学教育学会誌, 83(11), 2-12.
https://doi.org/10.32296/jjsme.83.11_2
- 西村圭一(2004). 数学と社会をつなげる力を育成する 1 次関数の学習指導に関する研究―単元構成と教材開発を中心に―. 日本科学教育学会年会論文集, 28, 285-288.
https://doi.org/10.14935/jssep.28.0_285
- 永田潤一郎(2004). 「比例としてみなす」ことよさについての考察, 日本数学教育学会誌, 86(3), 13-20.
https://doi.org/10.32296/jjsme.86.3_13
- 小倉金之助(1973). 数学教育の根本問題. 玉川大学出版部(原著 1924).
- 大澤弘典(2005). 鶏卵の重量についての探究活動. 日本数学教育学会誌, 87(1), 2-8.
https://doi.org/10.32296/jjsme.87.1_2
- 清野辰彦(2004). 「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業―「一次関数とみる」見方に焦点をあてて―. 日本数学教育学会誌, 86(1), 11-21.
https://doi.org/10.32296/jjsme.86.1_11
- 島田茂(1942). 数学教育再構成の一つの方向. 日本中等教育数学会雑誌, 24(1), 6-14.
- 清水宏幸(2003). 比例とみて問題を解くことよさを感じさせる指導. 日本数学教育学会誌, 85(11), 25-30.
https://doi.org/10.32296/jjsme.85.11_25
- 杉山吉茂(1999). 高度情報化社会に対応する数学教育カリキュラムの構想. 杉山吉茂(研究代表). 高度情報化社会に対応する数学教育カリキュラムの開発に関する総合的研究.
- 高橋達也・鈴木直・國宗進・熊倉啓之(2015). 1 次関数とみなす活動を重視した学習指導. 静岡大学教育実践総合センター紀要, 24, 43-52.
- 田中義久(2003). 『数学第一類』における関数教材の分析～実験の取り扱いに焦点をあてて～. 日本数学教育学会第 36 回数学教育論文発表会論文集, 259-264.
- 田中義久(2011). 中学校数学科における一次関数とみることを意図した教材の開発. 日本科学教育学会年会論文集, 35, 207-208.
https://doi.org/10.14935/jssep.35.0_207