

数学科学習指導案

授業者 藤原 大樹
(お茶の水女子大学附属中学校)

1. 日時 令和5年1月16日(月) 9:35~10:25(校内師範授業), 13:40~14:30(公開授業)

2. 対象 豊見城市立豊見城中学校 1年生1クラス

3. 単元 「空間図形」

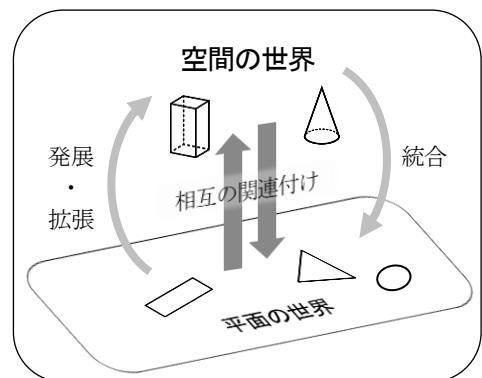
4. 単元目標 (学習指導要領の内容及び第1学年目標より作成)

- (1) 空間における直線や平面の位置関係について理解しているとともに、扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体や錐体、球の表面積と体積を求めることができる。
- (2) 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものと捉えたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を見いだしたりすることができるとともに、立体図形の表面積や体積の求め方を考察し表現することができる。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って検討しようしたり、多面的に捉え考えようとしていたりしている。

5. 単元観

本単元「空間図形」は、学習指導要領における第1学年「B 図形」領域(2)にあたる。本単元では、直線や平面の位置関係、回転体、投影図、展開図、錐体や球などの表面積・体積など、多くの知識について学ぶため、1つ1つの授業がつながりをもたずにバラバラになりがちではないだろうか。しかし、本単元で生徒に育成を目指すのは、空間図形についての数学的な見方・考え方を必要に応じて働かせながら、空間図形の性質を見いだしたり、具体的な問題を解決したりする姿である。したがって、学習過程においては、個別の知識及び技能に偏重したものにならないように、生徒が既に持ち合わせている空間についての数学的な見方・考え方を引き出しながら空間図形の性質について考察し表現したり、その学習の成果を振り返って新たな知識・技能につなげたりすることが大切である。特に、平面と空間を相互に関連付けることが重要な意味をもつと考える。

國宗(2022)は、空間図形の学習指導の重点の一部として、「模型の作製—立体と2次元表現の往き来」「投影・切断、視点の移動—図形を操作する—」「(平面から空間への)発展・拡張、統合」を挙げている。本単元を学ぶ上での本質的な問いを「3次元の世界でも2次元の世界と同じ性質が成り立つか」と捉え(藤原, 2018 p.60)、平面図形の性質を基にして発展・拡張したり統合したりして空間図形の性質を見いだすことを学習の目的・動機付けにしながら、一連のつながりをもって複数の授業を展開していくことが考えられる。その過程においては、模型



空間図形の学習のイメージ

の作製・観察を通して平面と空間を往き来したり，投影や切断などの操作を通して視点を移動したりして考察する機会を設ける。そして，考察した過程や結果をノート等へ書き留めたり級友と話し合ったりして評価・改善する言語活動を意図的・計画的に設けるのである。本単元における生徒の問いに基づき実感が伴った学習を通して身に付いた資質・能力は，中3の「三平方の定理」単元で生きて働くはずである。

6. 単元の評価規準（単元の目標などから作成）

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> 空間における直線や平面の位置関係について理解している。 回転体について理解している。 見取図や展開図，投影図について理解している。 扇形の弧の長さや面積，基本的な柱体や錐体，球の表面積と体積を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものと捉えることができる。 空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を見いだすことができる。 立体図形の表面積や体積の求め方を考察し表現することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 空間図形の性質や関係を捉えることよきさに気付いて粘り強く考え，空間図形について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり，空間図形の性質や関係を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしていたりしている。

7. 指導計画（飛び込み授業なので割愛。本時は「空間図形」単元の第2時）

8. 教材名 「投影図から立体模型をつくろう」

9. 教材観

本教材は，底面の正方形の1辺が6cm，高さが3cmの正四角錐の投影図から，展開図をかいて模型を作製するものである。できた立体模型は，6個を組み合わせると1辺6cmの立方体になり，円錐・角錐の体積の学習に用いることができる（大田，2022；藤原，2018）。本時では，右の主問題を取り上げる。

単純で簡単そうに見える主問題であるが，底面の正方形に側面の二等辺三角形を4枚くっつけて展開図をかこうとすると，側面の二等辺三角形の高さが何cmになるのかについて考えるのが多くの生徒にとって難しいと予想される。実際には，側面の二等辺三角形の高さを，立面図の直角二等辺三角形の等辺の長さ（ $3\sqrt{2}\text{cm}=\text{約}4.2\text{cm}$ ）と等しくなるようにコンパスで移し取ることで展開図をかきことができる。しかし，上記の問題を単に生徒に投げかけると，次のような誤答が生徒から出ると予想される。

[予想される主な誤答]

- 側面が4つの合同な二等辺三角形になることには気付くが，その二等辺三角形を立面図の直角二等辺三角形と合同なものとして展開図をかき。
- 側面が4つの合同な二等辺三角形になることには気付くが，その二等辺三角形をどうかけばよいかかわからず，とりあえず1辺6cmの正三角形として展開図をかき。
- 側面が4つの合同な二等辺三角形になることには気付くが，その二等辺三角形をどうかけばよいかわか

主問題 右の図のような，立面図が底辺6cmで高さ3cmの直角二等辺三角形で，平面図が1辺6cmの正方形である立体を，展開図をかいて作りましょう。

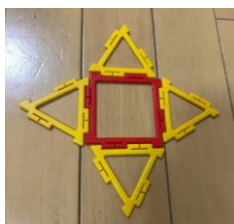
らず、手が止まってしまう。

投影図における線分には実長を表さないものがある。上記の反応は、平面上に表現された図から空間図形を想像してその性質を読み取ることに課題のある状況といえる。本時の学習活動を通して、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を見いだすことができるようにしたい。

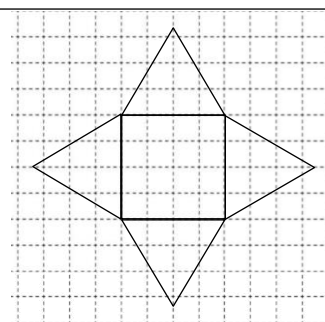
中学校学習指導要領解説数学編では、「空間図形を平面上に表したとき、もとの空間図形の性質が保存されていないこともある」ことについて、「指導に当たっては、平面上に表現された空間図形を読み取る際、見取図、展開図、投影図を目的に応じて相互に関連付けて扱うようにすることが大切である」(文部科学省, p.81)と述べられている。本時においても、立体模型を作製することを目的として、投影図、見取図、展開図を相互に関連付けて考察する機会を設ける(藤原, 2022)。

ただ、このような学習の機会を設けたとしても、生徒は投影図における線分には実長を表さないものもあることへ理解が不十分で、正しく関連付けて考察できない可能性が高い。そこで、上記の

問題を扱う前に右の導入問題を取り上げる。空間図形の教具「ポリドロン(東京書籍 フレームタイプ)」の正方形1枚と正



導入問題 すべての辺が4cmである右の展開図を組み立てると、どのような立体ができるでしょうか。



三角形4枚のパーツ(1辺7.5cm)を用いて展開図から立体模型をつくり、視点を変えたり決めたりして模型を観察することにより、投影図における線分には実長を表さないものがあることについて、実感を伴って理解できるようにする。ここでは生徒が投影図をかいて、高さなどに着目して定量的に考察する機会としたいが、対象生徒を考慮して時間が足りないようなら、立面図の図形を定性的に考察する程度にとどめる。

なお、本時における主体的に学習に取り組む態度は、投影図の意味や導入問題を振り返ったり、立体模型を観察したりして試行錯誤しながら主問題に取り組もうとしている姿などに現れると捉えている。

10. 本時の目標

- ・投影図について理解している。(知識及び技能)
- ・決められた立体模型を作製するために、投影図、見取図、展開図を相互に関連付けて考察し、空間図形の性質を見いだすことができる。(思考力・判断力・表現力等)

11. 本時の評価規準(指導に生かす評価)

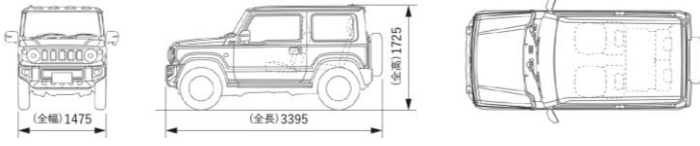
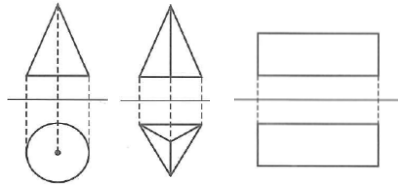
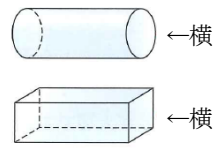
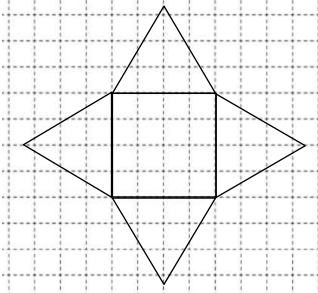
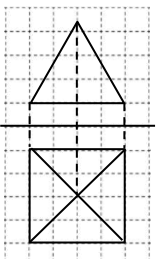
思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
決められた立体模型を作製するために、投影図、見取図、展開図を相互に関連付けて考察し、空間図形の性質を見いだすことができる。	・空間図形の性質や関係を捉えることよき気付いて粘り強く考え、空間図形の性質や関係を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしていたりしている。

※知識及び技能の学習状況(観点「知識・技能」)についての主たる評価場面は、本時と別の授業で設定する。

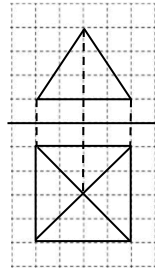
12. 準備物

ワークシート(生徒分)、三角錐・正四角錐・円柱などの模型、ポリドロンの正方形1枚と正三角形3枚のセット(生徒分)、定規・コンパス・はさみ(各自持参)、1cm方眼を印刷したケント紙(生徒分)、教師用定規・コンパス、主問題の誤答提示用の展開図(小・大)、黒板掲示用の方眼紙(投影図、展開図)、マジック

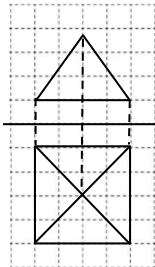
13. 本時の展開

教師の発問と生徒の学習活動	留意点 (・)
<p>1. 投影図について理解する。(10分)</p> <p>T: 「立体を平面に表す図には何という図がありましたか。」</p> <p>S: 「見取図」「展開図」「設計図」「完成図」</p> <p>T: 「こういう図は見たことありますか。」</p>  <p>S: 「見たことある」「前・横・上からみた図だね。」</p> <p>T: 「このように立体をある方向から見て平面に表した図を投影図といいます。特に、正面から見た図を立面図、真上から見た図を平面図といい、上下に置いて点線でつなぎます。」</p> <p>S: (ワークシートに図や専門用語を書き入れる。)</p> <p>T: 「次の投影図は何という立体のものでしょうか。」</p>  <p>S: 「円錐」「三角錐」「正三角錐」「直方体」「円柱」</p> <p>T: 「最後のものは三角柱も。立体が1つに決まりませんね。」</p>	<p>留意点 (・)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 投影図は、そのものをかくことよりも、視点を決めて見る見方やそこから空間図形の性質を読み取ることが重要である。 ・ 左の図は学校図書の教科書より引用。 ・ 身の回りの投影図の具体例 (左の画像は学校図書の教科書より引用) を電子黒板に映し出し、投影図について紹介する。 ・ ワークシートを配付する。説明用の三角柱の投影図は途中まで書いておく。 ・ 投影図では見える線を実線、見えない線を点線で表すことを知らせて、ワークシートにかかせる。 ・ 電子黒板で投影図を示して考えさせる。投影図をかく練習は後日に回す。 ・ 立面図と平面図だけからは立体が1つに決まらないこともあることにも触れる。 
<p>2. 導入問題に取り組む。(15分)</p> <p>T: 「では、今度は投影図を考えてみましょう。」</p> <div data-bbox="175 1265 885 1590" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>導入問題 すべての辺が 4cm である右の展開図を組み立てると、どのような立体ができるでしょうか。</p>  </div> <p>T: 「展開図はどんな平面図形でできていますか。」</p> <p>S: 「正方形と正三角形でできています。」</p> <p>T: 「ポリドロンで立体を作って観察して考えましょう。」</p> <p>S: 平面図は1辺4cmの正方形にし、立面図を1辺4cmの正三角形にする。(誤答)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 平面上の表現と空間図形を関連付けて考えることは難しく感じる生徒が一般的には多いので、間違いを恐れずに取り組むように励ます。 ・ できれば生徒に投影図をかかせ、立面図の高さに着目して定量的に考察させたい。しかし、時間が足りないようなら、立面図の図形を定性的に考える程度にとどめる。 ・ ポリドロンのセットを配り、組み立てたり開いたりして観察することで、展開図と見取図と投影図の関連付けを促す。 ・ 素朴な発想であると受け止め、立面図が展開図の側面をつくる正三角形と合同でよいのかを問いかける。他の生徒の考えについても聴いてみるように助言する。ポリドロンを組み立てたり展開したりして観察するように助言する。

S：平面図は1辺4cmの正方形にし、立面図の1辺の長さや高さがわからず、とりあえずマス目の格子点を使って合っていそうな立面図をかく。（誤答）



S：平面図は1辺4cmの正方形にし、展開図の側面の1辺4cmの正三角形の高さ $2\sqrt{3}$ cm（約2.8cm）をコンパスで測り取って等辺とした二等辺三角形を立面図にする。（正答）



S：立面図と平面図の頂点同士を結ぶ線分をかき忘れている。

S：立面図をどうかけばよいかわからず、手が止まっている。

T：「平面図は皆さんよくかけていますね。立面図はどんな三角形になりますか。」

S：「正三角形」「二等辺三角形」

S：「正三角形だと、ポリドロン（正三角形（側面）が正方形（底面）に対して垂直に交わっている状態だから違う。」

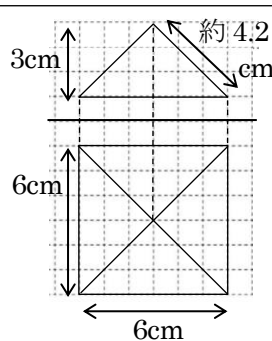
S：「ポリドロン（正三角形の高さが立面図の等辺になる。」

- なぜこの格子点を通る立面図をかいたのかを問いかけ、立面図の1辺の長さや高さについての疑問への自覚を促す。ポリドロンを組み立ったり展開したりして、立面図の1辺の長さや高さがわからないか考えながら観察してみるように助言する。
- なぜこの立面図にしたのかを問いかけ、考えたことやその根拠について一層の自覚を促す。他の生徒の考えを聞いたり、自身の考えを聴いてもらったりするように促す。説明がうまく伝わらないときには、見取図を用いるように助言する。
- 立面図と平面図の頂点同士を結ぶ線分をかき忘れていることに気付かせる。
- ポリドロンを観察しながら、気づきを促す。
- 板書に展開図と見取図と投影図を並べてかく。展開図の側面の正三角形の高さが投影図のどこに現れるのか強調して表現し、生徒の理解を一層促すとともに主問題の解決に生かせるようにする。

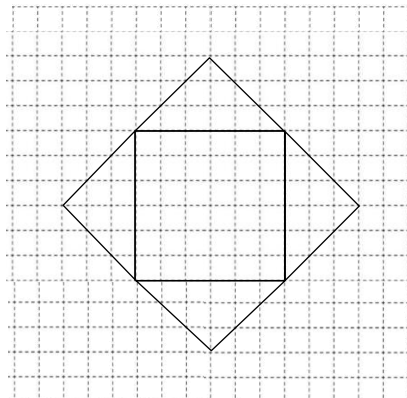
3. 主問題に取り組む。（20分）

T：「では今日の本題です。」

主問題 右の図のような、立面図が底辺6cm、高さ3cmの直角二等辺三角形で、平面図が1辺6cmの正方形である立体を、展開図をかいて作りましょう。

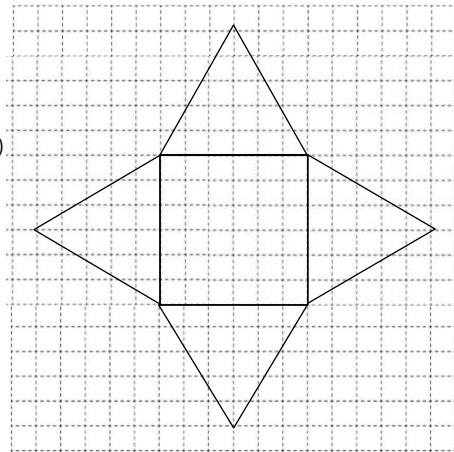


S：底面を1辺6cmの正方形にし、立面図と合同な二等辺三角形を側面にかく。（誤答）

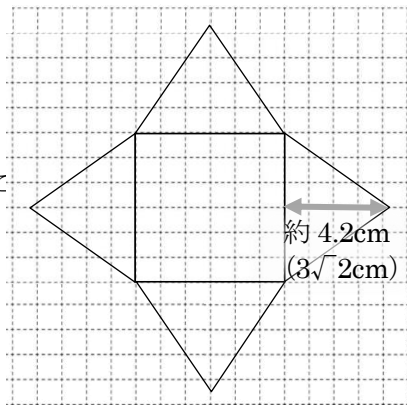


- 6人の班を構成しておく。
- 展開図のうち、側面の二等辺三角形について考えることに焦点化するために、底面の立方体はすでにかかれたケント紙を配付する。
- イメージしやすいように、ワークシートに見取図をかくように勧める。
- 作った立体模型は、その後の授業でも使うことを伝え、目的意識をもたせる。
- 生徒との対話を通して、かいた展開図を切って折り曲げたときにどのような様子かについて想像を促す。どうしてもわからないようなら、事前に用意しておいた同じ展開図を実際に折らせて、立体にならずに平面になることについて実感を促す。

S：底面を1辺6cmの正方形にし、1辺6cmの正三角形を側面にかく。（誤答）



S：底面を1辺6cmの正方形にし、立面図の直角二等辺三角形の等辺の長さが高さになるようにコンパスで移し取って、二等辺三角形を側面にかく。（正答）



S：側面がどのような三角形になるかについて見通しがもてず、手が止まっている。

T：「完成した模型は、班の6人で合体させてみてください。どんな立体ができるでしょうか。」

S：「立方体になる」

S：「高さが底辺の1辺の半分の長さだからだ。」

4. 授業を振り返る。（5分）

T：「見取図，展開図，投影図のよさは，それぞれ何でしょうか。」

S：「見取図のよさは，空間図形を頭でイメージしやすい点です。」

S：「展開図は，組み立てるために必要です。あと，面の形や辺の長さが正確な点が展開図のよさです。」

S：「投影図のよさは，正面と上から見た形が正確に表せる点です。」

T：「空間図形のことを知るには，このような図のよさを考えて，必要な情報を読み取ることが大切ですね。一方で，今日の模型作製で最も難しかったところはどんなことですか。」

・導入問題の展開図やポリドローンの模型を観察するように助言し，かいた展開図と照らし合わせて気づきを促す。

・机の面とノートとで立体模型を挟むなどして，高さが3cmになっているかを確認するように助言する。また，他にもできている生徒がいれば，6人の模型を組み合わせで何か1つの立体にならないかと問いかける。

・方眼の面を表にして折るようにする。折り目をコンパスの針等でなぞって山折りしやすくするという方法を知らせる。

・導入問題で使ったポリドロンや導入問題の板書などを見て，導入問題と主問題とでどこが異なるかに着目するように助言し，展開図の側面の高さが立面図のどここの長さと等しくなるかを考えさせる。

・進んだ生徒は班の中で遅れがちな生徒を支援するように伝える。完成したら模型の側面に名前を書くように伝える。

・それぞれの図のよさについて全体で話題にし，生徒から引き出すなどして板書する。生徒には，ワークシートに書いておくように伝える。

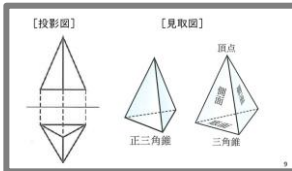
・投影図の限界についても理解した上で，平面上に表された図を複数関連付けて考えることの大切さを自覚できるようにする。時間が許せば生徒自身がワークシー

<p>S: 「投影図で、斜めの辺などが実際の長さとは違って現れてしまったことです。」</p> <p>T: 「実際の長さを知りたいときには、他の図で表して考えることが大切です。忘れないようにしてください。」</p>	<p>トに書くようにして、生徒の言葉を引き出す。時間が足りなければ（生徒の実感を引き出す活動はしてあるので）教師の言葉でまとめ、強調する。</p> <p>・授業後には一旦回収する。</p>
--	--

14. 板書計画

電子黒板

黒板（3枚の拡大印刷の掲示物を貼る。（下記は掲示物の図等には書き込む前））



1/16 (月) 「ある方向から見える形」に着目して立体を捉えよう

展開図, 見取図, 投影図 (NEW!)
正面と上から見る

投影する面

導入問題 すべての辺が4cmである
次の展開図でどんな立体ができるか?

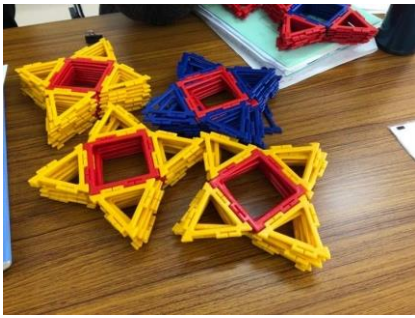
上から見ると? 正面から見ると?

投影する面に平行な線分の長さが現れる!

主問題 この投影図になる立体を、
展開図をかいて作ろう!

[引用・参考文献]

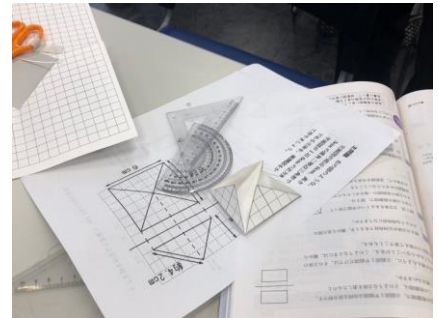
- ・藤原大樹 (2018). 正四角錐の模型づくり. 「単元を貫く数学的活動」でつくる中学校数学の新授業プラン. 明治図書. pp.64-65.
- ・藤原大樹 (2022). クリスマスツリーをつくろう 平面と空間を相互に関連付けて考察する. 國宗進・水谷尚人・山崎浩二 (編著). 算数・数学科 小中連携の新しい図形指導. 明治図書. pp.168-173.
- ・小岩大 (2022). 正四角錐の投影図をかこう. 池田敏和・田中博史 (監修)・藤原大樹 (編著). 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 数学 中学校1年～令和3年度全面実施学習指導要領対応～. 東洋館出版社. pp.254-255.
- ・国立教育政策研究所 (2020). 「指導と評価の一体化」のため学習評価に関する参考資料 中学校数学.
- ・國宗進 (2022). 説明・証明する能力の育成—説明から証明へと緩やかにつなげる—. 國宗進・水谷尚人・山崎浩二 (編著). 算数・数学科 小中連携の新しい図形指導. 明治図書. pp.32-39.
- ・熊倉啓之・近藤裕・藤田太郎・宮脇真一・國宗進 (2021). 空間図形の理解に関する研究—小・中学生に対する投影的な見方に関する調査を通して—. 日本数学教育学会誌. 103 (9). pp.2—13.
- ・文部科学省 (2017). 中学校学習指導要領解説数学編.
- ・大田誠 (2022). ねらいに沿った教具開発のスキル. 水谷尚人 (編著). 明治図書. pp.34-37.



導入問題に関する教具の準備



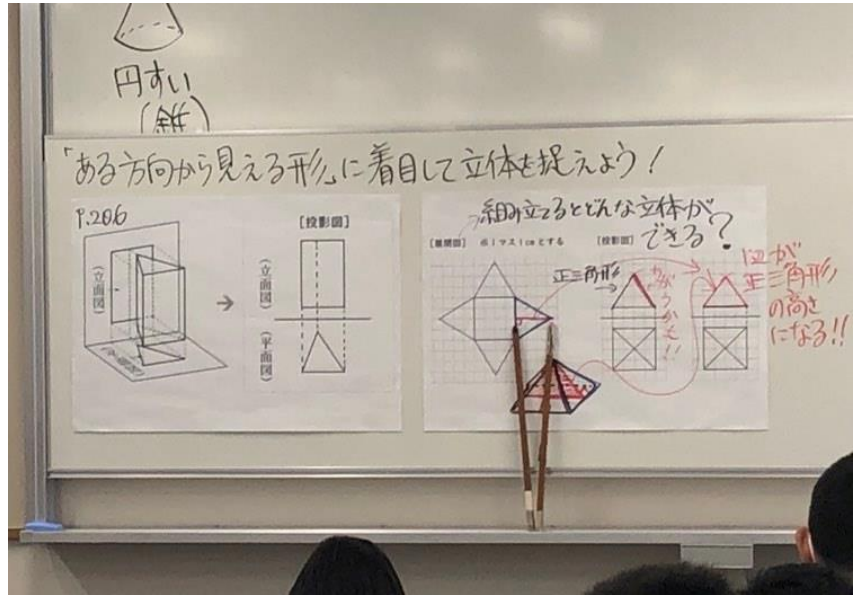
生徒が導入問題に取り組む様子



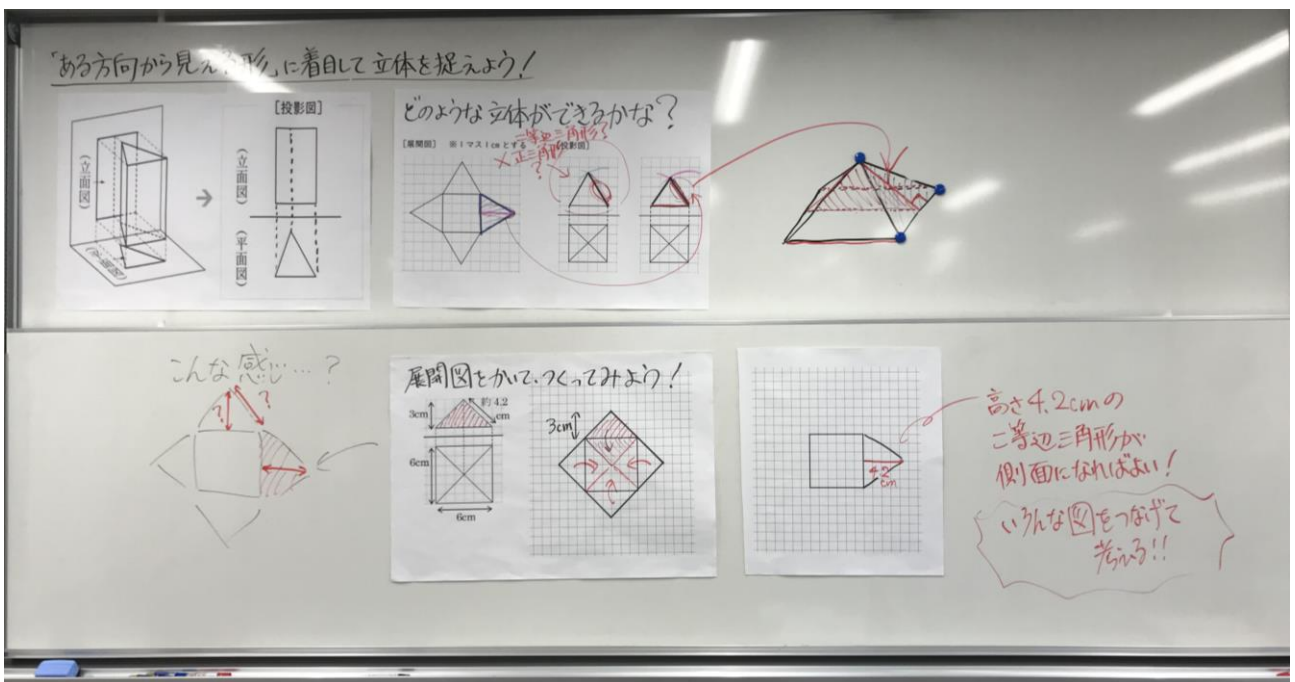
立体模型ができない



授業者が机間指導する様子



途中までの板書。1辺が正三角形の高さになることに気付くのが最大の難所



改善した授業の最終板書