

お茶の水女子大学附属学校園
連携研究算数・数学部会
第5回統計教育シンポジウム
2022年3月21日

算数・数学における 統計的探究プロセスの学習では 何をめざすのか

宮崎大学教育学部
藤井良宜

本日の内容

- 統計教育の到達目標
- 算数・数学教育での目標とは
 - PPDACサイクルについて
- 本日の実践発表をお聞きして

- 高等学校「数学Ⅰ」仮説検定の考え方について

統計教育の到達目標 (SLRT)

PPDACサイクル

Statistical Thinking

統計的探究をなぜ、どのように実施するのか
その背景にあるBig Ideaを理解すること

Statistical Literacy

統計情報や研究結果を理解する際
に使われる基本的で重要なスキル

Statistical Reasoning

統計的なアイデアを用いて理由付け
して、統計的な情報を納得する

概念

用語

記号

批判的思考

統計における **Big Idea**

1. **Data**(データ) データの必要性
2. **Distribution** (分布) 分布の表現 (棒グラフ、ヒストグラム)
3. **Trend** (トレンド) 折れ線グラフ
4. **Variability** (変動、バラツキ) なぜ、ばらつきが生じるのか？
5. **Models** (モデル) 確率モデル、回帰モデル
6. **Association** (関連) 相関、分割表での関連
7. **Sample and sampling** (標本と標本抽出)
8. **Inference** (推測) 仮説検定、推定、予測

統計教育と算数・数学教育

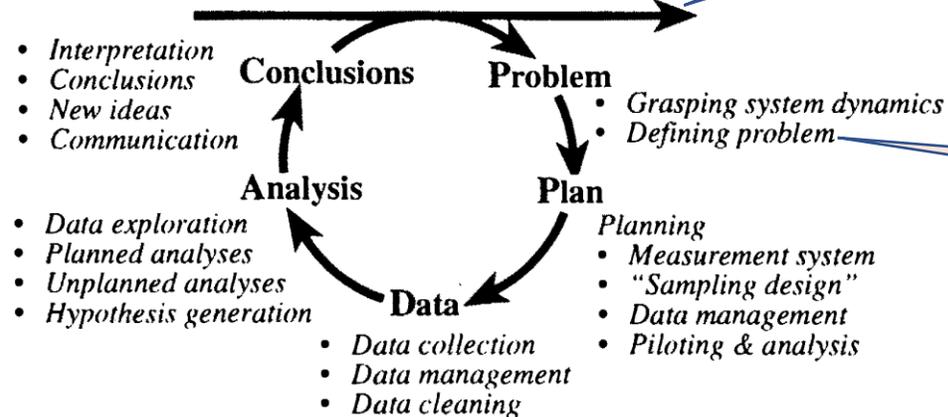
- 統計教育は、教科横断的！ 問題解決と強く関係する
- Statistical Literacy と Statistical Reasoning は算数・数学教育で取り扱うべきこと
- Statistical Thinking については・・・
 - 統計的な探究プロセスは、算数・数学で取り扱うべき
 - ただし、統計的な探究プロセスと問題解決のプロセスは区別したほうが良い。（個人的な意見ですが）

問題（Problem）の明確化が必要

PPDACサイクル再考

- Wild and Pfannkuch(1999)
 - 統計的な思考力とは何か？
 - 4つの次元での分析
 - その一つが探究サイクル

(a) DIMENSION 1: THE INVESTIGATIVE CYCLE (PPDAC)



この矢印は何を意味している
のだろうか？

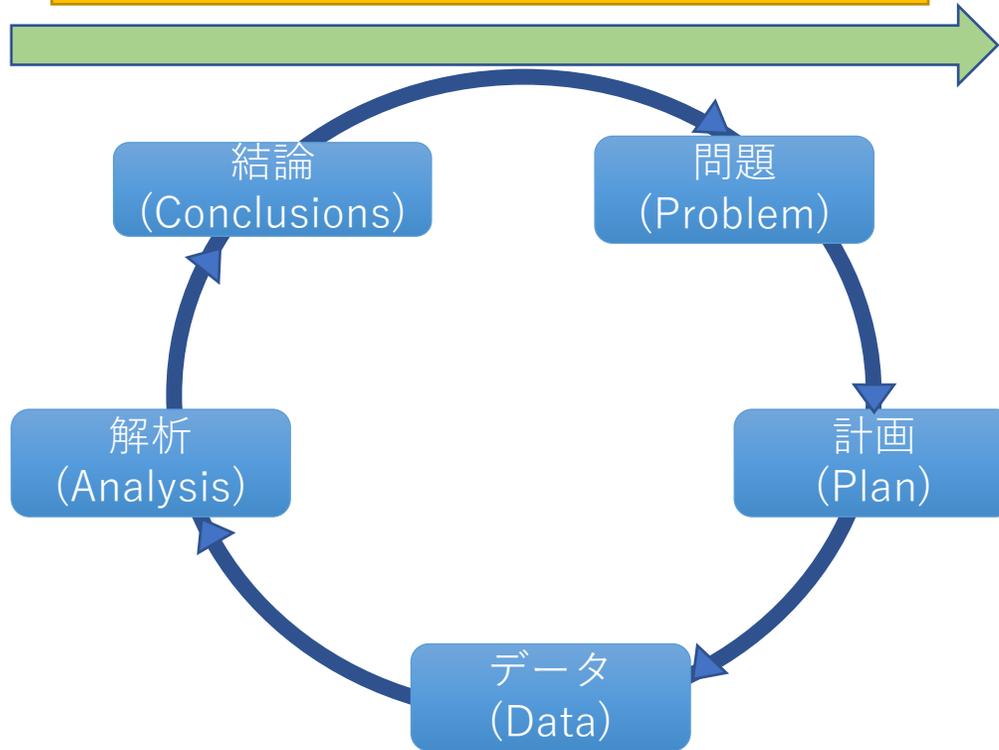
統計的な探究プロセスの上に、
問題解決のプロセスがあるのでは

Problemでは、なにをするのか？

問題の状況を把握する
統計的に解決できる問題を定義する

Problem(問題)で何をすべきか？

日常生活や社会生活での課題



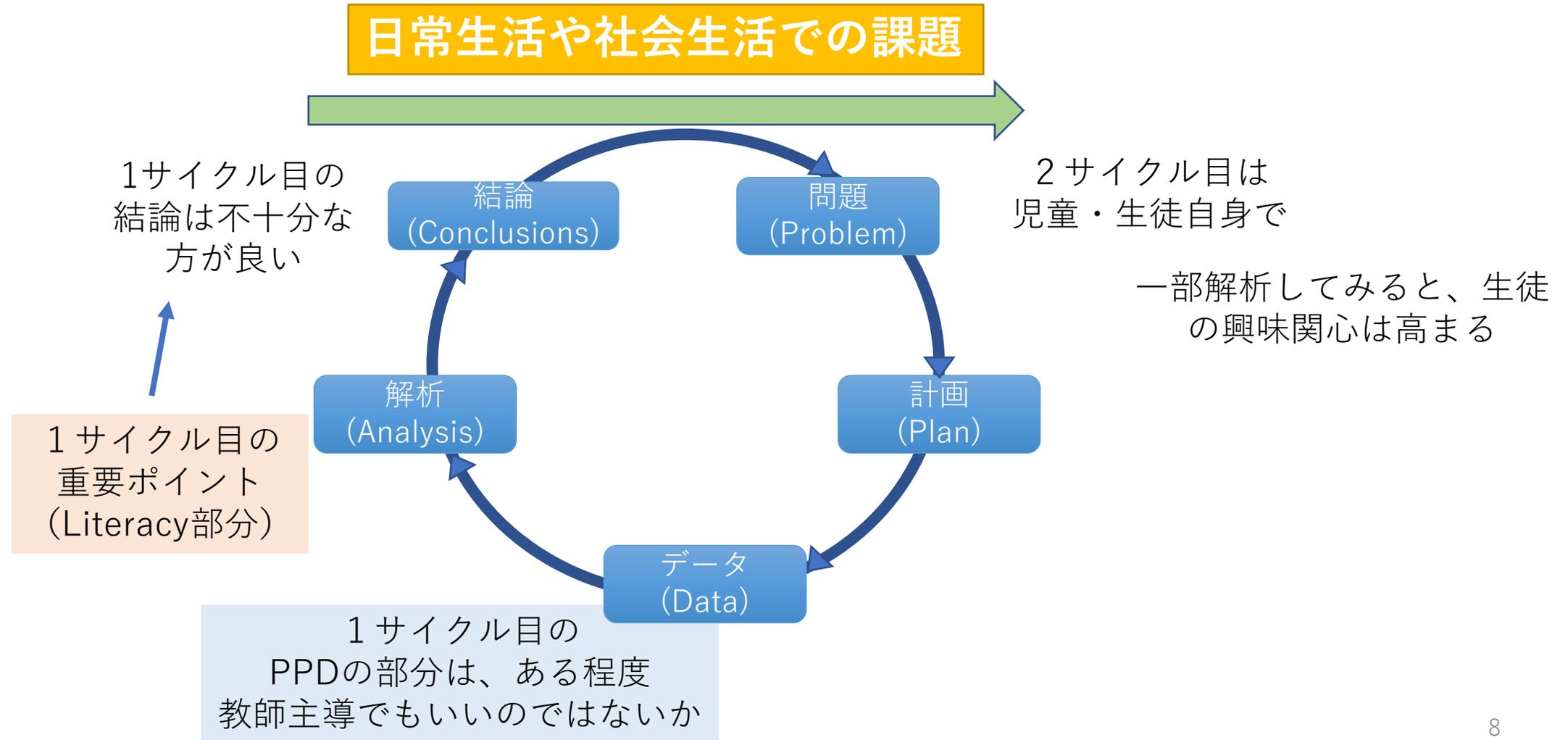
一般的な問題解決と
統計的な探究プロセスを
区別しよう

算数・数学では、

- 「日常生活や社会生活での課題」はすでにあるという前提でもよいのでは。
- 解決するためには、**データが必要である**
- **統計的な問題の定式化！**
- **どのようなデータが必要か**
- **そのデータからどのようなことがわかるか？**

1回のサイクルで、問題解決に到達する必要はない

統計的探究プロセスの学習（一つの提案）



久下谷先生の実践

大きさの異なる13個のサツマイモを4人の先生に分けたい



重さの分布を特定できた
これをどのように4人に分けるのか？
(数学的な探究)

結論
(Conclusions)

問題
(Problem)

13個のサツマイモのバラツキを調べよう

解析
(Analysis)

計画
(Plan)

大きさの違いをどう測定するのか？
重さ

バラツキをどう分析するのか
平均、最大値、最小値

データ
(Data)

13個のサツマイモの重さを測定する

松嶋先生の実践

夏の課題

標識再捕法

Statistical Thinking

統計的探究をなぜ、どのように実施するのか
その背景にあるBig Ideaを理解すること

Sample and sampling

Statistical Literacy

統計情報や研究結果を理解する際
に使われる基本的で重要なスキル

標本調査

無作為抽出

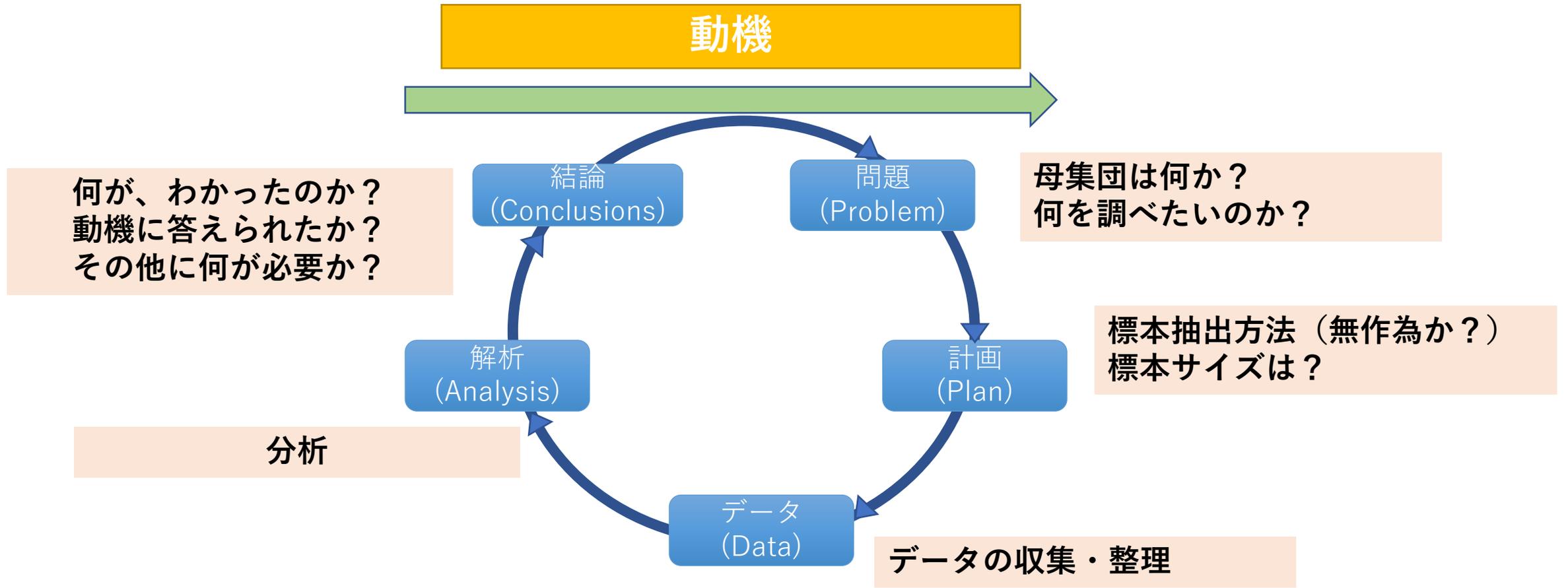
Statistical Reasoning

統計的なアイデアを用いて理由付け
して、統計的な情報を納得する

標本サイズと標本平均の分布

実験やシミュレーション

夏の課題を考えてみよう



統計的に解決できる問題とは

- ある量のバラツキを調べる
- 2つの量の関係を調べる
 - 関連する要因を調べる
- 時系列的な変化を調べる
- 予測や判別をどのようにすればよいのか。
- ある対策の効果を調べる
 - 比較実験の必要性



仮説検定の考え方

仮説検定の考え方

具体的な事象において仮説検定の考え方を理解するとともに、**不確実な事象の起こりやすさ**に着目し、主張の妥当性について、実験などを通して判断したり、批判的に考察したりすること

高等学校学習指導要領解説 数学編理数編P.47

仮説検定の考え方は背理法的である。
仮説検定の考え方を理解するのが難しい。
用語がたくさん出てきて難しい。

仮説検定を用いる状況を知ることが重要

- 仮説検定は、仮説検証のための論理
- あなたは、新型コロナウイルスのワクチンを接種しますか？
判断するには、データが必要
どう判断するのか？
- ワクチン許可 ← 効果がある証拠が必要。
- 「許可する」と「許可しない」という判断は、対等ではない。
 - 「許可する」という判断は慎重に
 - はっきりしない場合には、「許可しない」

高等学校学習指導要領の例

ある素材の枕を使用した30人のうち80%にあたる24人が以前よりよく眠れたと回答した

本当に、この素材を使用すると、よく眠れるようになるのか？

統計的な探究プロセス

新素材の枕を用いることで、よく眠れるようになるのか。

新素材の枕を用いることでよく眠れるようになる、と判断

結論
(Conclusions)

問題
(Problem)

従来の枕と新素材の枕を比較する

解析
(Analysis)

計画
(Plan)

30人の被験者に、これまでの枕との比較をしてもらう。

仮説検定を用いて分析

データ
(Data)

30人中24人が眠れるようになったと回答

あなたならば、次のうちどの結果なら効果があると判断しますか？

1. 30人中15人が以前よりよく眠れると答えた
2. 30人中24人が以前よりよく眠れると答えた
3. 30人中28人が以前よりよく眠れると答えた

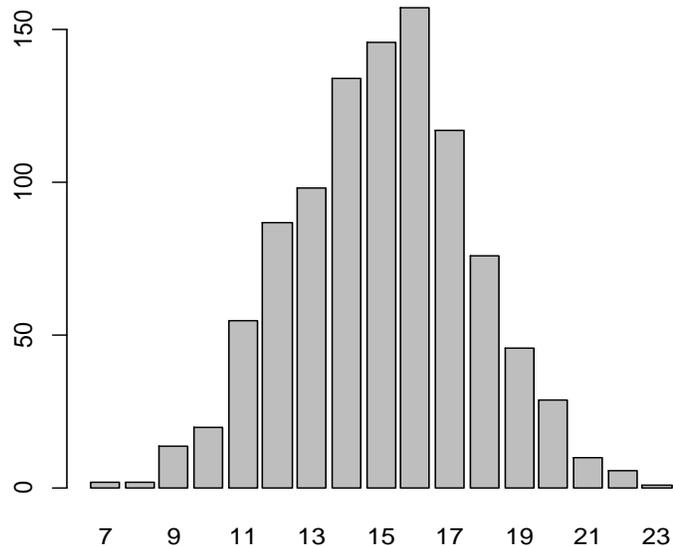
4. 60人中30人が以前よりよく眠れると答えた
5. 60人中48人が以前よりよく眠れると答えた
6. 60人中56人が以前よりよく眠れると答えた

どのように判断したらよいか？

30人のうち24人が、よく眠れた

単なる偶然ではないか？

コンピュータで1000回実験



偶然とは

- 本当は、この素材の影響はない。
- 「よく眠れた」「よく眠れなかった」は同じ可能性



コインを30回投げても、表が24回出る可能性もあるのではないか



コインを30回投げる実験を10回行ってみた表の出た回数は

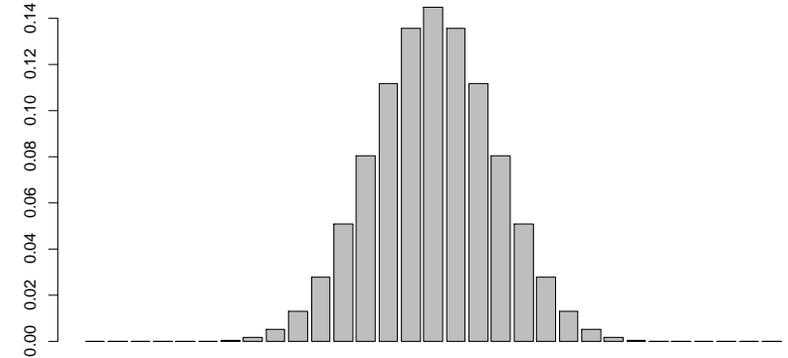
17 19 13 15 10 10 22 10 12 17

コンピュータシミュレーションでなくとも、
確率計算をしてもよい。

- コインを30回投げて，24回表が出る確率は

$${}_{30}C_{24} \left(\frac{1}{2}\right)^{30} = 5.53 \times 10^{-4}$$

- **24回以上表が出る**確率は，
0.00072



実際に計算するには，コンピュータが必要。しかし，正確に計算できる
ただし，ここではコンピュータシミュレーションの結果で判断してもよい。
問題は，**どのように判断するのか**，という点である。

仮説検定の考え方のポイント

- 背理法的な考え方
 - もし、**効果がないとしたら**
- 否定するときには、「**まれにしか起こらない事象であるから**」
 - **効果がないときに、効果があるというリスクを軽減**
- 「効果がない」という前提で確率計算
 - 確率計算は、複雑。この例では2項分布
 - 複雑な計算をする必要性 → **シミュレーションで求める**

まとめにかえて

- データは、身近なものになってきている
- 誰もが、データを取り扱うことができる時代
- データをどう活用するか、どう活用できるか、が重要

面白さを味わってほしい

- 統計的な探究の面白さ
- 新しい発見の面白さ
- 問題解決に挑戦する面白さ

参考文献

- Ben-Zvi and Garfield(2004) Statistical Literacy, Reasoning and Thinking: Goals, Definitions and Challenge. 3-15. Ben-Zvi and Garfield(eds.) *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- Garfield and Ben-Zvi(2004) Research on statistical literacy, reasoning and thinking: issues, challenges, and implications. 397-409. Ben-Zvi and Garfield(eds.) *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- Wild and Pfannkuch(1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review* 67(3), 223-265.