

数学科 遠隔・対面学習指導 実践報告

1. 学年と単元・題材 3年「式の計算」

2. 教材について

(1) 教材観

小単元「多項式の利用」において、本実践では教材「道幅一定の道路の面積」（澤田・坂井、1995）を扱う。数の性質の証明は本実践の後に扱うので、本小単元に入ってからすぐの扱いである。

本教材は「道幅一定の図形の面積を S 、道幅を a 、センターラインの長さを l とすると、 $S=al$ である」という図形の性質に関するもので、命題が正しいことを文字式を用いて演繹的に確かめる数学的活動の機会として、すべての会社の教科書で取り上げられている。本教材は、数学の事象から問題を見だし解決する活動、数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動に取り組む機会とする。

筆者は、自ら命題を見だし確かめるための思考力、判断力、表現力等を身に付け、数学の奥深さや美しさを味わうことができるように、問題の条件を一部変えて新たな問題をつくり解決するという「問題の発展的な扱いによる指導」（竹内・沢田、1977）を、これまで日常の授業や単元末のレポート作成で実践してきた。対象生徒は、これまでのレポートを1冊のノート「レポートノート」に記録しているため、問いを見だし帰納的・類推的に予想を立てて演繹的に確かめるといった探究の方法について、過去の経験が生かされる。文字式を用いた数学的な探究に関する中学校3年間の集大成の1つとしたい。

(2) 指導と評価の展開

本教材では、①基になる授業、②レポート作成、③共有・相談の授業、の学習活動を実施する。

まず図1の正方形の道路（灰色）の面積を多様な方法で表す活動に取り組み、その後で得られた式の意味を読み取ることで $S=al$ が成り立つことを見いだす。その上で「どんな図形でも $S=al$ が成り立つか」という問いを投げかけ、正方形が線分で囲まれた単純な図形であることから、今度は曲線で囲まれた単純な図形である円（図1）を考察することを教師から提案し、 $S=al$ が成り立つことを証明する。（以上、①基になる授業）

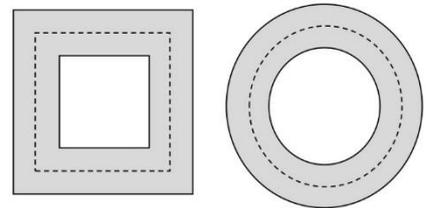


図1 授業で扱う2つの図形

次に、「どんな図形でも $S=al$ が成り立つのでしょうか」という問いに戻り、各自で図形等を変えて新たな問題をつくり、「同じように $S=al$ は成り立つか」「が成り立たない図形はどのようなものか」などを各自で探究し、その過程や結果をレポートノートに記述する活動を設ける。3次元を含め、どのような図形について考察するかによって、(1) 基になる授業 で出された多様な考えのうち、どれを使えばよいか異なる。なお、各自で必要なだけ時間がかけられるように、家庭において個人で取り組み、後日教師にレポートノートを提出して、教師は「思考・判断・表現」と「主体的に学習に取り組む態度」の2観点について A° 、 A 、 B 、 C° 、 C の5段階で採点するとともに、生徒の感想や気付きへの共感・賞賛、激励、新たな問いの提示などの視点でコメントを記入する。（以上、②レポート作成）

最後に、教師から返却されたレポートノートを基に、類似した図形や共通した問いを考えていた者同士でレポートの内容を読み合ったり相談したりする活動を設ける。それにより、一人での家庭学習では気付かなかった新たな考えに気付いたり、自身の考えに確信をもったり、互いの成果を認め合ったりできるようにする。（以上、③共有・相談の授業）

しかしながら、上記①、②については、コロナ禍において登校禁止となり、対面授業ができなかった。そこで、①を動画を活用した遠隔学習に代えることとした。本校の学修管理システム Moodle を活用した遠隔学習では、リアルタイムで他者と意見交換はできない。しかし、少なくとも自分以外の他者の考えを知ることができるように、筆者が過去に実践した授業の板書の画像を動画の中で提示したり、それぞれを関連付けたりして活用することとする。また、②は家庭学習とした。対面授業であればレポートの作成中に他者に相談できるが、登校禁止の状況では質問できなくなる。そこで、Moodle 上で教師へ質問を受け、教師からの回答を Moodle 上で提示することで共有できるようにした。さらに、③は登校禁止が解かれて教室での対面授業が可能となったが、小グループを机で作って意見交換をすることはできない。そこで、人と人之间には机を挟むなど互いに距離を取る、できるだけ声を出さない（出す声は小さく）、互いのノートには触れない、といった対策を講じて、15 分間程度で必要最小限の意見交換になるようにした。以上の、本実践の展開の概要は表 1 のとおりである。

表 1 本実践の展開の概要

主な学習活動（学習形態）	活動の概要	コロナ禍で施した工夫
①基になる授業 （協働的な数学的活動：コロナ禍で在宅での動画を活用した遠隔学習に変更）	図 1 の正方形において $S=a0$ が成り立つことを見だし、図 1 の円においても成り立つことを証明する。	他者の考えを知ることができるように、筆者が過去に実践した授業の板書の画像を動画の中で提示したり関連付けたりして活用する。
②レポート作成 （自立的な数学的活動：コロナ禍での家庭学習）	図形等を変えて新たな問題をつくり、どのような図形で $S=a0$ が成り立つ（成り立たない）のかを探究し、レポートを作成する。	家庭学習の質問を Moodle 上で受け、その回答を Moodle 上で共有する。
③共有・相談の授業 （協働的な数学的活動：コロナ禍で密を避けながらの対面授業）	類似した図形や共通した問いを考えていた者同士でレポートの内容を読み合ったり相談したりする。	換気の上、互いに距離をとる、できるだけ声を出さない、互いのノートに触れないなどの対策を講じる。時間を 15 分と短くする。

3. 本時の目標／評価規準（重点／記録）

(1) 本時の目標

文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる。

(2) 本時の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
	文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる。(記録)	多項式について学んだことを学習に生かそうとしたり、文字を用いた式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。(記録)

4. 生徒の学習の実際

(1) 基になる授業

動画では、黒板の背景、いつもどおりの口調、生徒が思考、表現するタイミングと時間の確保などといった一般的な工夫に加え、本実践に固有の工夫として、以下の点を施した。

ア. 臨場感をもたせて他者の考え、多様な考えに生徒の関心が一層向くように、筆者が過去に実践し

た授業の板書を活用して多様な考えを提示した。

- イ. 多様な考えを出すことに関心が向くように、いろいろな方法で考えることを生徒に求めた(図2)。
- ウ. 授業の流れを生徒が理解しやすくなるように、黒板の全体を一旦示した(図2)。
- エ. 多様な考えのそれぞれを理解しやすくするために、1つ1つの考えを拡大して表示して説明した。
- オ. 多様な考えの関連を理解しやすくするために、複数の考えを隣に置いて見せたり、複数のスライドを進戻させたりして説明した。

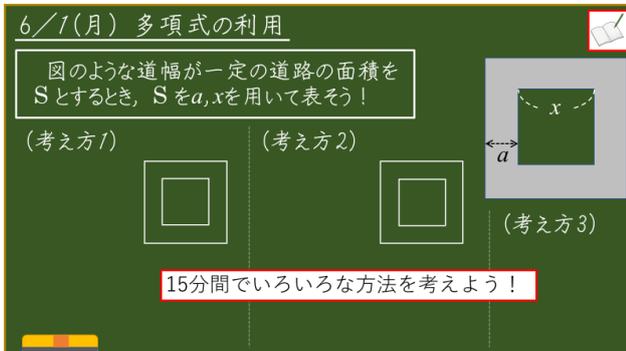


図2 動画で問題を提示する場面

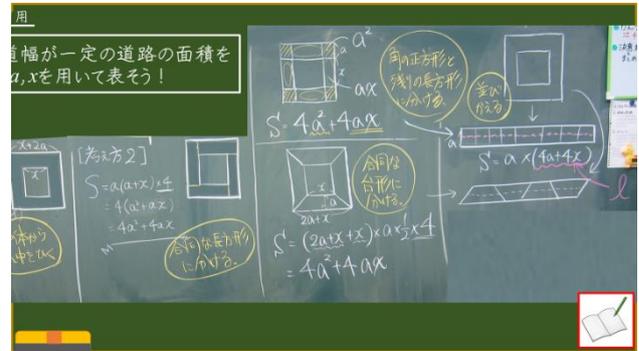


図3 動画で多様な考えを共有する場面

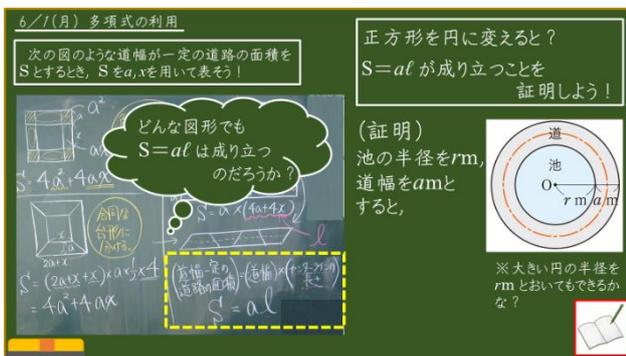


図4 正方形から円に問いを移す場面

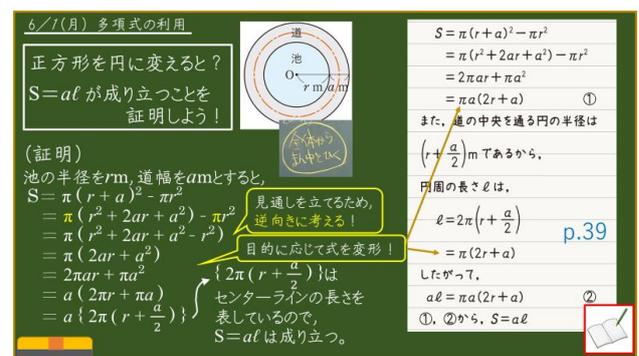


図5 円の証明を教科書と関連付ける場面

多様な方法には「大きい方から小さい方を引く」「長方形に分ける」「角とそれ以外に分ける」「台形に分ける」などがある。後日回収した授業のノートには、自他の考えを分けて記録した生徒が多くいた。

(2) レポート作成

各家庭でレポート作成に取り組んだ。質問は図6のように Moodle のアンケート機能を使って集約し、主な質問への回答を掲載した。

レポートについては、三角形や五角形など頂点の数を変えて一般化を試みたもの、長方形や平行四辺形など四角形の包摂関係を意識して考察したもの、立方体や球など3次元にして考察したものなどがあつた。図7は(1)基になる授業で扱った円を3次元に発展させて、円と円柱とでその仕組みを統合して考察したものである。図形の移動の観点から教師からコメントし、見方を広げられるようにした。

一方で、レポート作成は家庭学習では個人の活動となるため、1つの疑問がなかなか解決できずに志半ばの状態レポートを提出せざるを得なかった生徒が一定数いたので、コメントで補うようにした。

(3) 共有・相談の授業

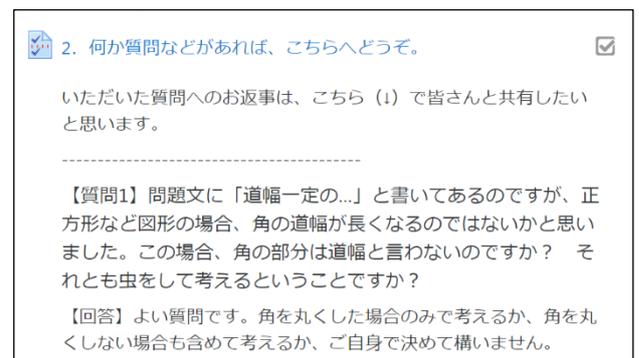


図6 Moodle 画面での質問とその回答

1. 問題
 図のように、Aの幅が一定で切り抜かれた円柱がある。
 このとき、外側の図形の体積はどのようにして表すことが出来るか。(S=aLは成り立つのか)
 (この図形の体積をV、高さをh、底面積をSとすると)

2. 動機
 前回の正五角形の場合にS=aLを証明でき、平面図形(正方形、正五角形、円)の場合にS=aLが成り立つことが分かった。今回は、もとの円の問題を立体化しても同じようなことが出来るかを調べたいと思ったため。

3. 内容
 円柱の体積は「底面積×高さ」で求めらる。
 底面積をもとの問題の通り求める。
 $S = \pi(r+a)^2 - \pi r^2$
 $= \pi(r^2 + 2ar + a^2 - r^2)$
 $= \pi(2ar + a^2)$
 $= 2\pi ar + 2\pi a^2$
 $= a\{2\pi(r + \frac{a}{2})\}$
 $V = h \times a\{2\pi(r + \frac{a}{2})\} \rightarrow V = hS$ とする。
 この式で、平面図形(正方形、正五角形、円)のときに成り立つとしたS=aLは当てはめられる。前回のまめめに書いた通り、これは正五角形と円の場合に他の文字式を用いて表すことができた。今回の場合、Sをa{2π(r + a/2)}というように他の文字式で表しているのと同じように「平面図形でのS=空間図形のS」が成り立っている。他の記号についても同様に考え、まとめると、「平面図形でのS=aL」と「空間図形でのV=hS」は、各記号が表す意味は異なるものの、しくみは同様(共通している)と考えられる。

4. まとめ
 平面図形の問題に高さの条件を追加すると、空間図形の問題として考えることができた。
 底面積 = $S = \pi(r+a)^2 - \pi r^2$
 $= \pi(2ar + a^2)$
 $= a\{2\pi(r + \frac{a}{2})\}$
 高さ = h
 体積 = $V = h \times a\{2\pi(r + \frac{a}{2})\}$
 $V = hS$

「平行移動」「回転移動」
 体積を求めるのは、もとの円の問題を使えばよいので難しくなりましたが、S=aLとの関連を説明するのは、根拠が十分でない上に言葉で表現しにくいものでしたので、かなり難しく感じました。
 記号が表す意味は異なると思いますが、空間図形の場合、体積をS、底面積をa、高さをhとするとS=aLが成り立つので、平面図形の場合と式のみは共通していると考えた。

感想
 1つ目の正五角形では、分割して並べた時に平行四辺形ではなく等脚台形になったので解き方に少しとまどったけど、長さの平均をとるという考え方で求められた。解き終えた後は気づいたことだけれども、正方形や正五角形などの場合は、曲がり角の部分は道幅が太くなるので、「道幅一定」の条件にすると、角の部分はあうぎ形にすべさなければならないと思った。
 2つ目の円柱では、平面図形の円との関係性を見つけたのが難しく、()の説明も分かりにくくなりました。もし同じような問題を考えた人がいたら、そのまじりに関連性を証明しがいがあると思った。
 a{2π(r + a/2)}をすくりにふせ、あえてそのまま計算したので、その後の説明を理解しやすくなったかと思う。平方根を「目的に応じて表現を変え」るも応用できたと思う。

図7 生徒が記述したレポートの一部(例)

図8は、共通の問いについて考えていた2人の生徒同士でノートを読み合っている様子である。教師からのコメントが1つの視点となり、級友のレポートを読んだり助言をもらったりして重い疑問が解消された生徒もいた。授業での気づきを踏まえ、少し加筆・修正して再提出してもよいこととしたところ、学年生徒の約4分の1が再提出した。



図8 読み合う様子

5. 生徒の学習効果と展望

生徒のレポートでは、短い探究から長い探究まで、また平易な探究から高度な探究まであったが、どれも①基となる授業での学習との往還の中で進められており、生徒各自が抱いた問いに沿った価値あるものとなっていた。また、感想やまとめを読むと、数学の奥深さや充実感に関する記述も多く、自分の力で新たな知識を獲得することへの自信についても伺えた。

一方で、①基となる授業の動画(1回)では、生徒が考え記述する量が多く、負荷がやや大きかった。その一方で、苦手な生徒にとっては証明の進め方や文字の置き方で困惑したようであった。そこで、動画を2回に分けて、1回目は正方形で命題を見だし、2回目は円と長方形で証明して、証明の方法や文字の置き方の工夫を話題として取り上げることが有効であると考えた。また、②レポート作成で生徒からの質問が少なかったため、遠隔で生徒が質問しやすい仕組みづくりを一層検討したい。

同じ問題をクラスで同じ時間をかけて解決する学習だけではなく、生徒各自のペースや問いに応じた学習をカリキュラムに位置付けていくことが、数学的に考える資質・能力を身に付けていく上で重要である。コロナ禍でなくとも、学校での対面授業やそれを補う動画で学んだことを生かして家庭学習等で思考・表現し、学校での対面授業で意見交換して発想を広げたり理解を深めたりする一連の学習活動をさらに開発し、単元や年間、3年間のカリキュラムに位置付けていきたい。

【参考文献】 竹内芳男・沢田利夫(1984)、『問題から問題へ』。東洋館出版。p.25-27。