

# 論文作成における生徒が用いた PPDAC サイクルからの方法知

附属高等学校の部

## 1. 指導した論文について

本校の2年次に設定されている総合的な学習の時間「持続可能な社会の探究Ⅰ」(SGH科目、来年度からSSHになるため今年度でなくなる)の授業(週2時間)で「情報技術と創造力」という講座に属する1グループ(4名)が、日頃の授業成果をもとに『統計データ分析コンペティション』に応募し、高校の部で総務大臣賞を受賞した。なお、この授業は情報科教諭と私の二人で担当している。この授業では、基本的に生徒が自主的に活動していて、生徒の希望によりどちらの教員にも助言を求めることが出来ることになっている。

受賞論文そのものは以下のURLから「統計データ分析コンペティション」のWebページに入ってください、下の論文をご覧頂きたい。(今回のシンポジウムが会場開催であれば生徒たち自身によるプレゼンテーションが行われるはずであった。)

URL: <https://www.nstac.go.jp/statcompe/award.html>

高校生の部/総務大臣賞 「ワンオペ育児から見る離婚」

竹内 遥、江本 もえ、木下 舞、永井 あゆる (お茶の水女子大学附属高等学校)

## 2. <方法知>について

今回発表の附属中学校藤原教諭のスライドから以下の部分を再確認する。

小中高等学校の算数・数学科で教科横断的な探究に向けて、

①生徒が統計的問題解決過程を経験すること

②統計的に問題解決する方法について知ること

が重要 (平成29年告示学習指導要領より)

②の指導をよりよくするために「方法知」という概念で教授過程を見直すというアプローチが試みられるのではないか。では、「方法知」とはなにか、

「方法知」とは、ライル(1987)が提唱した知識の一種。「内容知」(knowing-that)

と「方法知」(knowing-how)を区別し、内容知は真偽で評価し得る知識であるのに対して、方法知はいつどんな風に振る舞うかに関する知識の総体である。(ライル,G.(1987). 坂本百大・宮下治子・服部裕幸(訳)『心の概念』. みすず書房. P.27)

ここまでは、中学校の部発表と同じであるが、加えて、次にあげるライルの言葉に沿ったも

のにするのが自然だと私は考える。なぜかといえば、その方が「方法知」の定義が明確になりかつ数学教育の指導により多くの示唆が得られると考えるからである。

なお、原文では「真偽は分かち与えるもの」となっていたものを → <内容>に置き換え、「手続き」という言葉の前に<方法>を補って解釈する。ご了承いただきたい。

「<方法>を学ぶことや能力を高めることは<内容>を学ぶことや情報を得ることと同種の事柄でない。」その理由として、<方法>という手続きを身につけるということは徐々に達成される過程であるのに対し、<内容>は一度で達成される過程であるからである。

以上のことから、

知識と行動（内容と方法）をセットで一度に学習することは不可能である。

という命題が導かれる。すなわち、学習によって得られるものは<内容>と<方法>の2つに二分され、それぞれの知識を<内容知>、<方法知>ととらえることにする。

<内容知>

- ・ 人、文献、各種メディアなどから取り入れることの出来る知識である。
- ・ 身につけるのに一度で達成される、時間がかからない。

<方法知>

- ・ 反復訓練などの経験からえられる知識である。
- ・ 身につけるのに徐々に達成される、時間がかかる。
- ・ <内容知>を行動・表現に移すためのもの。

このような解釈により、「授業でやったことなのに、問題が解けない。或いは、課題を上手くこなし切れない。」逆に、「問題を解く、課題を上手く解決できるが、内容の知識・理解が不十分。」などは、この<内容知>と<方法知>のバランスの悪さから生じているのだという説明が可能となる。そして、授業を振り返ってみるとほとんどの場合、高等学校では、<内容知>中心の授業であり、<方法知>は生徒の自学習に任せている状況であることがわかる。話が少々それるが、このことからアクティブラーニングなど活動や経験を中心にする授業が必要だともいえる。しかし、アクティブラーニングが今一つ、しっかりこないという話をきくのは、そこで学ぶ<方法知>が、身につけさせたい<内容知>と合致していないか、そのような<内容知>を想定していないのが原因だと推測される。この件に関しては、また別ところで発表したいと思う。[蛇足ながら、日本には、昔から<知識>と<知恵>という言葉で、2種類の「知」の分類ができていないのではないか。]

### 3. <方法知>の観点から ～ PPDAC サイクルから身につける<方法知>

今回の論文作成において、生徒たちが、教科書や授業で身につけた<内容知>をもとに、どのような<方法知>を用いて PPDAC サイクルを回して行ったか、主だったものについて振り返ってみようと思う。PPDAC サイクルというものは教えられるが、一つ一つ具体的にどのように解決していったのか、<方法知>は行動として現れることがほとんどであるので行動を上げてみる。また、<内容知>（数学や統計学の内容）との関連が強い行動は、数学や統計学で扱っている<方法知>であり、関連が弱いものは、数学や統計学との関連が弱く、課題達成のために、生徒たちが、自分たちで見つかったり工夫したりしたものといえる。よって<内容知>との関連が弱いものこそ、授業で PPDAC サイクルを回す際に躓く箇所であり、今後の授業で補うべき箇所といえる。なお、以下のように簡単に分類した。

◎:弱い ○:やや弱い △:やや強い ×:強い ー:望ましくない行動につける

#### ① P（問題・仮説）について、

- ◎ 社会情勢など世の中の流行・話題・ニュース・事件を調べる。
- ◎ 他教科の問題などを想起したり、他教科の先生に質問したりする。
- ◎ 身近な問題から問題の候補をいくつか上げる。
- ◎ 話し合って問題を決める。
- ◎ 問題についての(原因にあたる)仮説を考える。

#### ② P（計画）について

- × 相関係数を用いた相関分析を用いようとする。
- △ 偏相関係数を用いる偏相関分析を用いようとする。
- ー 離婚と相関が強い要素は何かをトライ&エラーで見つけ出す作業を計画する。
  - ※ 相関分析について、相関が強いもの同士になるよう、結果からデータを探そうとした。
  - (授業で、相関のあたりをつけるために相関係数行列の使用を紹介しているので、それを利用した)これは、サイクルの流れの逆行になる裏技的行為である。
- △ パソコンの表計算ソフトを用いようとした。

### ③ D (データ収集) 11

※今回のコンペティションでは、データは与えられていた。

### ④ A (分析)

- データの中から、関連性の高そうな項目のデータを選出する (知識によって)。
- × データを比較するために、相対度数に直す。
- × データから散布図をつくる。
- × データからヒストグラムをつくる。
- × 相関係数を求める。
- × 疑似相関の可能性を考える。
- △ 偏相関係数を用いる。
- 他の分析に手を出そうとはしなかった (理解が十分ではない手法、未知の手法には手を伸ばさなかった)。しかし、相関係数と偏相関係数だけを繰り返し使用した。
- × 外れ値の可能性を調べその分析をする。

### ⑤ C (結論)

- △ 分析の結果から仮説妥当性を検討した。
- ◎ー 分析の結果が仮説と合わないとき P (問題) の仮説にもどらず、D (データに戻って) データの選出をなおしそのあと P(問題)を変えようとする。
- × 何度かサイクルを回したあとで P (問題) に妥当な結論 (結果) を導出した。
- ◎ー 仮説が期待通りに示されなかった場合、仮説を修正せず、すべてを最初からやり直そうとした。
- ◎ 仮説が期待通りに示されなかった場合、その原因を考はなにかを突き止めるためのサイクルを回した。
- ◎ 結論に際し、数学や統計学以外の知識や見解などを含めて判断した。

以上のような<方法知>を身につけたといたいところではあるが、今回は<方法知>の分析のための指導ではなかったため、分類のしかたなどは、私の主観であり、行動も記憶の中にあるものでしかなかった。もっと多くのケースで調査をしてみると教科書や授業で抜け落ちている指導、補足すべき指導がより明確になるだろう。言い換えれば、生徒が経験から学んでいる<方法知>が明らかになるということでもある。列挙した行動をサイクル

なので回ごとに記録を行うと、今後の研究も深まるのではないかと思った。関連性の強弱に関していえば、統計学指導（今回のような PPDAC サイクルを用いた指導）においては、数学や統計学からは離れた知識や行動が必要だということである。逆にいえば、PPDAC サイクルの場合、A、次に D と C に関連の強さが出てくるのは当たり前といえる。数学の授業であるのに、数学や統計学のからはなれた内容も扱っていくという点は今後も議論が必要だろう。

#### **4. PPDAC サイクルのまわし方**

PPDAC サイクルの全体の指導について感じたことを以下に記す。

- ① PPDAC サイクルを実践すると教師が思っているほど各段階間は明確ではなく、段階の移り方（たとえば、D→A などと記されている場合の矢印の部分）の指導も必要である。明確さを強く意識させた方が良いのか、滑らかに自然に流していく方が良いのか今後の研究としたい。
- ② D→A→C は教科書の学習でなれているので、この部分サイクルが頻繁に起こりがちである。最初2つの PP は、教科書に詳細が載っているわけではないので別に指導や練習が必要と考える。
- ③ 相関係数が高くないと「失敗」と考えてしまう。そして、データの探し直しをしてしまう。C のあとは D にもどる（データのせいにする）。これについては、C から D に戻らない指導が必要。例えば、仮説とことなった原因が何なのかを考え P（問題）にもどり、仮説の変更や、新たな P を設定してサイクルを回させる。そして繰り返しサイクルを回し、その過程を言語化して記録しておく。それが研究のストーリーとなって説得力を増すことにつながる。

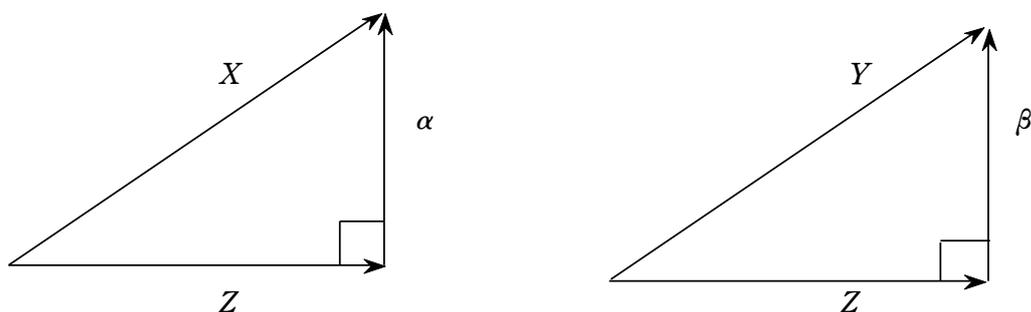
「なぜ、仮説と違った結果を統計量は示したのか」それさえも主問題解決のための副問題として分析にかけさせることで研究が深まる。今回は、そうした指導が功を奏したといえる。

#### **5. おまけとして・偏相関係数の幾何学的証明から考えること**

- (1) 今回の論文には偏相関係数が使用されている。指導の際に「疑似相関に気がついたいがどのようにして疑似相関を起こす要素を取り除けるか」という質問があった。私

は、頭の中で図1のようなことを考えた。回帰分析における数量関係をベクトルによる構造模型で学んだことがあるので自然な発想ではある。しかし、自作の統計量を生徒に直ちに使うのはあまりにも危険であり、また申し訳ない。そこで、統計関連の本で調べてみると偏相関係数の公式「①式」が載っていた。恥ずかしながら、このとき初めて偏相関係数の公式を私は目にした。ひとまず、生徒に式を紹介した。あとは、生徒が自分たちで調べて適用していった。私に残されたのは、図1のアイデアと①式が同値であることの証明だった。いろいろとてこずって遠回りをしてしまったが、ベクトルの性質が見事に当てはまり、自分の疑問が解決して証明ができた。詳しい証明とその方法は別の機会に紹介したいと考えている。相関係数の正体が  $\cos \theta$  であり、ベクトルの内積を利用して求められることを考えれば、あとは計算すれば証明できる。

<図1>



<図1の説明>

変量ベクトル  $X$  から変量ベクトル  $Z$  の影響を除いたものがベクトル  $\alpha$ 、変量ベクトル  $Y$  から変量ベクトル  $Z$  の影響を除いたものがベクトル  $\beta$ 、よって、疑似相関を起こす可能性のある変量  $Z$  の影響を除いて相関係数を求めるのは、ベクトル  $\alpha$  と  $\beta$  の内積を求めればよい。なお、ベクトル  $\alpha$  と  $\beta$  を求めるにはベクトル  $X, Y$  それぞれのベクトル  $Z$  への正射影ベクトルを求め、それをベクトル  $X, Y$  からそれぞれひけばよい。また、垂直をなすベクトル同士は、統計的に独立（影響を与えない）となる。

<偏相関係数の式>

$$r_{XY \cdot Z} = \frac{r_{XY} - r_{XZ} \cdot r_{YZ}}{\sqrt{1 - r_{XZ}^2} \sqrt{1 - r_{YZ}^2}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$r_{XY \cdot Z}$  :  $X$ と $Y$ から $Z$ の影響を除いた相関係数 (偏相関係数)  
 $r_{XY}$  :  $X$ と $Y$ の相関係数,  $r_{YZ}$  :  $Y$ と $Z$ の相関係数,  
 $r_{XZ}$  :  $X$ と $Z$ の相関係数

(2) 以上のことから考えて、時代に逆行しているようであるが、統計学を使うだけではなく統計学を改良、開発していく創造力を伸ばしていくには、ベクトルの力を利用するほうが遙に効果的であると考え。 (1) の話で私自身が体験した事を、ベクトルを学んだ生徒が追体験できれば、自ら疑似相関係の要素を排除した相関係数 (偏相関係数) の公式をつくり得ただろう。そのようなことが出来て初めて、数学の中で統計学を教えることの意味が強く出てくると思われる。統計手法を使用するのみなら情報科をはじめ他教科でも十分である。数学科が統計学を扱うのだとしたら、数学の活用としての統計学を扱っていくことが数学教育のひとつの理想であると私は考える。数学は厳密性と創造性の学問である。統計学に数学を用いるということは、統計学を批判的に見るということである。数学と統計学は本来、水と油であり確率や極限やらを用いてかろうじて繋がっているようなものである。そして、広められた統計手法を多用し、分析結果を次々発する人材が今後たくさん現れてくる中で、それらを批判的 (数学的) に見て、危険性を数学的に評価できる人材も必要である。加えて、統計学を発展・進歩させるために数学力のあるデータサイエンティストが求められるのではないか。

偏相関係数のベクトルによる幾何学的解釈を通じてそのようなことを考えた次第である。

(附属高等学校 三橋一行)