

数学科学習指導案

授業者 藤原 大樹
(お茶の水女子大学附属中学校)

1. 日時 平成 28 年 7 月 6 日 (水) 14 : 30 ~ 15 : 20

2. 対象 台東区立御徒町台東中学校 2 年 1 組 36 名

3. 単元 「連立方程式」(学校図書)

4. 単元目標

連立二元一次方程式について理解するとともに、連立二元一次方程式を用いて考察することができる。

5. 単元観

第 1 学年では、数の世界を正負の数まで拡張して演算について考察した上で、具体的な事象における数量の関係を文字式、等式、不等式で表したり、一元一次方程式をつかって解くことで問題の解決を得たりする学習を進めてきた。また、第 2 学年では、既習の計算に帰着して、整式の加法・減法、単項式の乗法・除法について考えるとともに、文字式を用いて数量の関係を捉え数などの性質が成り立つことを証明したり、目的に応じて等式変形したりする学習を進めてきた。

これらの学習に培い、本単元では、文字が 2 種類 (二元) ある具体的な事象の数量関係について方程式を立て、その解はどのような値をとるかについて考え、理解を深めていく。また、これらを組にした連立二元一次方程式を効率的に解く方法について考える。その際には、文字を 1 つ消去して一元一次方程式に変形することにより、解を求める。これらを、具体的な問題の解決に生かせるようにしていく。利用場面での立式が一元一次方程式よりも扱う数量が増えて雑となり難しくなるため、数量の関係の整理に重点を置いて進めていく。

6. 単元の評価規準 (省略)

7. 単元の指導計画 (省略)

8. 教材名 「歩くん、お疲れさま！」

9. 教材観

本時では、連立方程式を用いて解くことのできる速さの問題として、右図の問題 (一松信 (2016)『中学校 数学 2』, 学校図書, p. 57.) を取り上げる。主人公が目的地まで行くのに自転車で走っていたところ、途中でパンクしたために、残りをすべて歩いていったという場面で、自転車に乗っていた道のりと歩いた道のりを求めるものである。一般に、苦手意識や抵抗感を抱きやすい問題であるが、生徒一人一人が問いをもち、連立方程式を立てるために数量の関係を整理して捉える方法について考える授業を実現したい。

例 2 家から 12 km 離れた駅まで行きました。最初は自転車に乗って時速 18 km で走っていましたが、途中でタイヤがパンクしたため、そこからは時速 4 km で歩き、全体で 1 時間 15 分かかりました。自転車で走った道のりと歩いた道のりを求めなさい。

考え方 問題にふくまれている数量の関係を図に表すと、次のようになる。

数量の関係をもとに、自転車で走った道のりを x km、歩いた道のりを y km として整理すると、次の表のようになる。

	自転車	歩き	合計
道のり(km)	x	y	12
速さ(km/h)	18	4	
時間(時間)	$\frac{x}{18}$	$\frac{y}{4}$	1 $\frac{15}{60}$

ふりかえり
(時間) = $\frac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$
● 小学校 6 年

そのため、まず問題理解の場面では、問題を教師から一方的に提示せず、教師が提示した現実的な場面から「自転車を押して歩いたのはどれくらい大変だったか」という曖昧な問いを投げかけ、生徒とのやりとりを通じて「歩いた道のりと時間を求めよう」という数学的に焦点化された問題を生徒とともに作る。また、解決に必要な数値は、生徒の必要性に応じて、やりとりを通じて設定する。

立式の場面では、位置関係を整理した線分図を教師側から提示し、これを基に数量の関係を書き込んだり新たに表に整理したりする考えは協働的な学習過程で生徒から出させたい。その際、手立てとして、導入ですべて自転車でいったときにかかる時間を求める場面で作った図や表を基にさせる。

解の解釈の場面では、時間を求めたのか、道のりを求めたのかを明らかにさせ、問題を解決させるとともに、はじめの曖昧な問いに戻し、「大変だったかどうか」の判断を考えさせる。

振り返りにおいては、協働的に解決した経験を基に、類題に自立的に取り組ませる。また、本時を通して、立式の上で図や表が役立ったことを自覚化させる。

10. 本時の目標

- ・速さに関する具体的な問題を見だし、その解決のために、連立方程式をつくり、これを解くことでその問題を解決することができる。

11. 本時の評価規準（指導に生かすための評価） ※[]内はAと判定するためのキーワードの例

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方
<ul style="list-style-type: none"> ・問題の解決に関心を持ち、式を立てたり、他者の考えを読み取ったり、得られた解が適切であるかを確認したりするために粘り強く考えようとしている。 [文字の置き方を変えた別の立式に向かう態度] 	<ul style="list-style-type: none"> ・具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立方程式を立てることができる。 [文字の置き方を変えた別の立式]

12. 本時の展開

教師の発問と生徒の学習活動	留意点（・）及び評価（○ <u>観点</u> ）
<p>1. 問題場面を理解し、問いを見いだす。</p> <p>T「歩くくんは部活の同級生とBBQに出かけます（保護者2名同伴）。空は快晴。リュックに食材。たくさん食べるために朝食を抜いてウキウキです。12km離れた海浜公園で13時に待ち合わせ。自転車で行く予定です。」</p> <p>T「12kmを自転車で走るとどれくらいで着きますか。」</p> <p>S「速さがわからないので求められません。」</p> <p>T「歩さんは自転車でいつも時速20km弱くらいで走行することがわかっています。時速18kmで走行したとすると、何分間かかるでしょうか。」</p> <p>S「$12 \div 18 = 2/3 = 40/60$ なので、40分間です。」</p> <p>T「歩くくんは12:20に家を出発して走行していると、パンクしてしまいました。自転車を放置するわけにもいかず、仕方がないので海浜公園まで押して歩くことになりました…。到着したのは、13:35でした。」</p> <p>S「1時間15分もかかったのか…。」</p> <p>S「大変だ…。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・小喃から生徒の関心を高める。 ・道のりと速さが決まれば、時間が決まることに触れる。 ・(時間) = (道のり) ÷ (速さ) の関係を押さえ、3つの数量を表に表しておく。 ・時間と分の単位換算について確認する。 ・「かわいそう」、「大変だ」などという生徒の感情移入を逃さないようにして、到着時刻、移動時間の話題へつなげる。

教師の発問と生徒の学習活動	留意点（・）及び評価（○ 観点 ）																
<p>T「歩くんは本当に大変だったのかなあ？ 歩いたのはちょっとなのではないかな？」</p> <p>S「だって、40分のはずが75分になっているんだから、相当歩いたんじゃないでしょうか。」</p> <p>S「35分間歩いたのでは？」</p> <p>T「他の人も同じ意見ですか？」</p> <p>T「歩くんはどれくらい大変だったのだろうか？ 今日はこのことについてみんなで考えましょう。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 生徒の実感として何分間以上なら大変かを問いかけ、判断基準をある程度決める。 																
<p>2. 焦点化された問題をつくる。</p> <p>T「つまり、何を求めればよいのでしょうか。」</p> <p>S「歩いた距離です。」 S「歩いた道のりです」</p> <p>T「問題を言ってみてください。」</p> <p>S「えーっと、こういうことです。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問題 歩くんは、12km離れた公園まで行くのに自転車で行っていましたが、途中でパンクし、残りは歩きました。すると、出発から到着まで75分間かかりました。歩いた距離と道のりを求めなさい。</p> </div> <p>T：「皆さん、これでよいですか。」</p> <p>S：「問題に速さを入れた方がいいと思います。」</p> <p>T：「自転車は18km/h、徒歩は4 km/hにしましょう。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問題 歩くんは、12km離れた公園まで行くのに、自転車で行っていましたが、途中でパンクし、残りは歩きました。すると、出発から到着までは75分間かかりました。自転車では18km/h、歩きは4km/hであるとして、歩いた距離と道のりを求めなさい。</p> </div> <p>T：「皆さん、これでよいですか。」</p> <p>C：「はい。これで解けます。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 「どれくらい大変だったか」を判断するために数量化する方法について着目させる。 少しでも多くの生徒を巻き込んで問題をつくっていけるように配慮する。 生徒とのやりとりを通して、徒歩の速さを分速70m/hを基に決めていく。 家、公園、パンクした場所の位置関係を表した図を板書しておく。 2つの数量の関係についての方程式をつくって解けばよいことについて見通しを共有するかどうかは、生徒の状況をみて判断する。 扱う数量が多くて複雑であることから、数量の関係を整理する方法に考察の対象を焦点化して、次の活動につなげる。 																
<p>3. 問題を解決する。</p> <p>T：「では、考えてみましょう。」</p> <p>S：道のりをx, yで表して、2次元の表をつくり、数量の関係を正しく捉えて連立方程式を立てる。</p> <p>自転車の時間をxkm, 歩いた時間をykmとすると、数量の関係は次の表に整理できる。</p> <table border="1" data-bbox="204 1697 853 1883" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;">自転車</td> <td style="width: 20%;">歩き</td> <td style="width: 20%;">合計</td> </tr> <tr> <td>道のり (km)</td> <td>x</td> <td>y</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>速さ (km/h)</td> <td>18</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>時間(時間)</td> <td>x/18</td> <td>y/4</td> <td>75/60</td> </tr> </table> <p>よって、$\begin{cases} x+y=12 \\ x/18+y/4=75/60 \end{cases}$</p> <p>これを解くと、$x=9, y=3$</p> <p>$y/4$に$y=3$を代入して$3/4$。3/4時間は45分間を表す。</p>		自転車	歩き	合計	道のり (km)	x	y	12	速さ (km/h)	18	4		時間(時間)	x/18	y/4	75/60	<ul style="list-style-type: none"> 4人程度のグループにホワイトボードを配付し、数量の関係の整理の仕方、及び立式の仕方を協働的に考えさせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>○関心・意欲・態度</p> <p>問題の解決に関心をもち、式を立てたり、他者の考えを読み取ったり、得られた解が適切であることを確かめたりするために粘り強く考えようとしている。【観察】</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>○見方や考え方</p> <p>具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立方程式を立てることができる。[文字の置き方を変えた別の立式] 【ワークシート】</p> </div>
	自転車	歩き	合計														
道のり (km)	x	y	12														
速さ (km/h)	18	4															
時間(時間)	x/18	y/4	75/60														

教師の発問と生徒の学習活動	留意点（・）及び評価（○ 観点 ）																
<p>よって、<u>歩いた道のりは3km, 歩いた時間は45分間。</u></p> <p>S：時間をx, yで表して、2次元の表をつくり、数量の関係を正しく捉えて連立方程式を立てる。</p> <p>自転車の時間をxkm, 歩いた時間をykmとすると、数量の関係は次の表に整理できる。</p> <table border="1" data-bbox="204 427 855 611"> <thead> <tr> <th></th> <th>自転車</th> <th>歩き</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>道のり (km)</td> <td>18x</td> <td>4y</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>速さ (km/h)</td> <td>18</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>時間(時間)</td> <td>x</td> <td>y</td> <td>75/60</td> </tr> </tbody> </table> <p>よって、$\begin{cases} 18x+4y=12 \\ x+y=75/60 \end{cases}$</p> <p>これを解いて、$x=1/2, y=3/4$</p> <p>よって、<u>歩いた道のりは3km, 歩いた時間は45分間。</u></p> <p>S：時間を文字x, yで表して、位置関係を表した線分図に数量の関係を書き込むことで正しく捉えて連立方程式を立てる。</p> <p>S：線分図や2次元の表をつくらず、数量の関係を捉えて連立方程式を立てる。</p> <p>S：線分図や2次元の表をつくるが、数量の関係が正しく捉えられない。</p> <p>S：線分図や2次元の表をつくらず、数量の関係が正しく捉えられない。</p> <p>T：「では、考えを前で発表してください。」</p>		自転車	歩き	合計	道のり (km)	18x	4y	12	速さ (km/h)	18	4		時間(時間)	x	y	75/60	<ul style="list-style-type: none"> 表を立てて解決した生徒には、どうして表を思いついたのかを問いかける。 苦手な生徒には、導入の問題でつくった線分図に数量の関係を書き込ませる。 2種類の文字の置き方を取り上げる。
	自転車	歩き	合計														
道のり (km)	18x	4y	12														
速さ (km/h)	18	4															
時間(時間)	x	y	75/60														
<p>4. 解決方法を共有する。</p> <p>T：「では、発表してください。」</p> <p>S：問題の条件から連立方程式を立てて解き、解を問題に照らして答えを得るという一連の過程を説明する。</p> <p>T：「どうやって式を立てたかわかりましたか。」</p> <p>S：「僕は表に整理したらわかりやすかったです。」</p> <p>T：「どのように表をつくったのですか。」</p> <p>S：「はじめの表をちょっと変えました。」</p> <p>T：「ところで、歩く人は大変だったのでしょうか。」</p> <p>S：「45分間重たい荷物を持って歩いたのだから、とても大変だったと思います。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 冒頭で提示した線分図に書き込んだり表を少し変えたりすることで、数量の関係をうまく整理できることに気付かせる。 数量の関係を視覚化して整理する方法として表が有用であることを強調する。 はじめの問いに戻す。 																
<p>5. 本時を振り返る。</p> <p>T：「真似して練習問題を解いてみましょう。」</p> <p>T：早くできた生徒に板書させて全体で共有する。</p> <p>T：「2問を解いてみて、大切なことは何でしたか。」</p> <p>S：「わからない数量を文字で表し、連立方程式を立てることです。」</p> <p>S：「表に整理すると方程式を立てやすいです。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 時間をみて、自立的に問題を解決する機会として、教科書 p.58 の問5に取り組みさせる。時間がなければ、立式に焦点を当てて、答えを出すのは宿題にする。 数量の関係を図や表で視覚化して整理するように伝える。 																

