令和[redacted]年度[redacted]市立[redacted]中学校授業研究会

# 数学科学習指導案

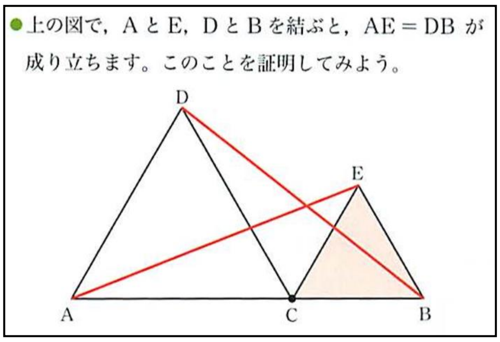
授業者　　藤原　大樹
（お茶の水女子大学附属中学校）

１　**日時**　　令和[redacted]年[redacted]月[redacted]日（[redacted]）1 校時 8：20～9：05，2 校時 9：15～10：00

２　**学級**　[redacted]市立[redacted]中学校 2 年 1 組 29 人（男子 10 名，女子 19 名）

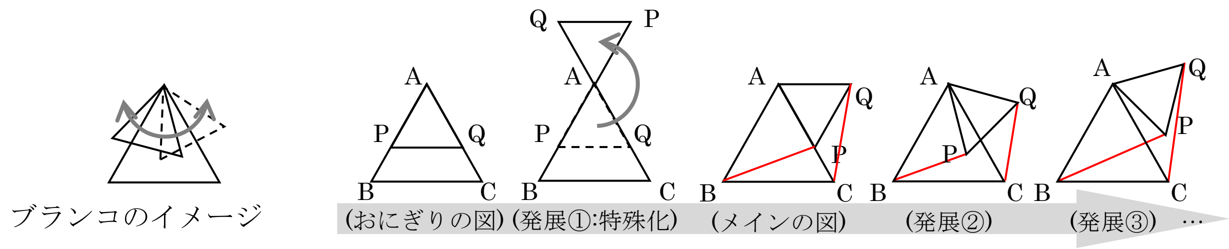
３　**単元と教材**　「三角形・四角形」，「2 つの正三角形」

４　**教材観**




本時で扱う「２つの正三角形」は，構造が単純で発展性のある本単元の定番教材である。対象生徒が用いている教科書では章末の数学的活動の教材として扱われている（東京書籍 p.155　右図）。図形の向きや図形の種類など，条件を変えても同じ結論が成り立つ上，その証明においては「変わるもの」と「変わらないもの」が視覚的にも捉えやすいため，統合的・発展的な考察に適している。

右図では合同な三角形は「∠ACB＝180°でなかったらどうなるだろう？」と生徒が自ら疑問にもつような展開が仕組みにくいという課題があったので，これを克服しようと，図の向きを変えたり，図形を動かしたりして，様々な場合の証明とそれらの関連を検討し，次の流れを軸とすることとした。（藤原，2019）




導入では大小２つの正三角形を重ねたおにぎりのような図を提示し，生徒に PB＝QC を予想，実測させ，すべての生徒を参加させる。次に横から見たブランコのイメージで点 A を中心に△APQ を回転移動させて特殊化した図をつくり，PB＝QC の証明を考え，図形を動かす前後で比較し，「同じ部分」と「違う部分」を見いだしていく。さらに，これらの活動を通して，その間の場合（上図の「メインの図」や「発展②」，「発展③」）においても同じことが成り立つのかについて気になり始めることを意図して展開を生徒とともにつくっていく。これを踏まえ，第 2 時では，正三角形以外の図形ではどうか，新たな問いを探究していく。

本時においては，新たな数学の問題を見いだす際には，場面を要素に着目して捉えたり動的に捉えたりすることが有効であること（知識・技能）に，一連の数学的活動を通して気付かせたい。このことを経験的に理解することにより，生徒が数学を固定的なものではなく創造的なものとして捉えていくきっかけとなり得る。新たな数学の問題を発見し解決する連続的な行為は特別な人間しかできないのではなく，「私にもこうすればできそう」「さらに調べてみたい」という具体的な見通しや態度につながり（学びに向かう力，人間性），生徒一人一人による数学的な探究の実現に貢献するものと考える。その上で，上級学年でゆくゆくは，その後の様々な数学的活動を積み重ねることで，新たな問いを見いだすために場面を特殊化したり分類したりして考察できるようにしたい（思考力・判断力・表現力等）。そのような学習の基礎となるのが本時である。

本時では，活動において，場面を要素に着目して捉える，場面を動的に捉える，場面を単純化して捉える，場面を分類して捉える，などのうちのいくつかを生徒から意図的に引き出したり教師から提案したりするとともに，一連の過程を振り返ってそれらを自覚化できるようにする。このことは，生徒が見通しをもって新たな数学の問

題を見いだせるようになるために必要であると考える。その前提には，生徒が新たな問いを見いだしたくなることが大切あり，そのためには教師による教材研究と仕掛けが不可欠である。

## ５　本時の目標

証明を読んで新たな性質を見いだし，統合的・発展的に考察し表現することができることができる。

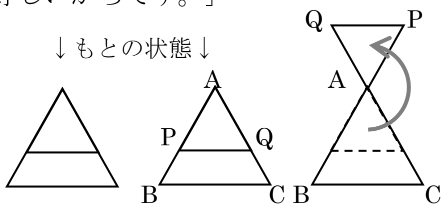
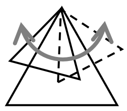
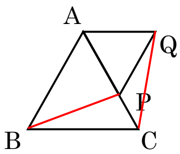
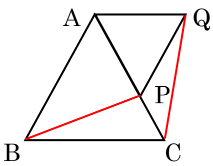
## ６　評価規準　（新しい観点）

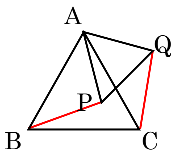
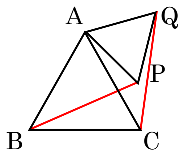
| 思考・判断・表現 | 主体的に学習に取り組む態度 |
|---|---|
| 証明を読んで新たな性質を見いだし，統合的・発展的に考察し表現することができることができる。 | 平面図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。 |

※指導に生かすための評価

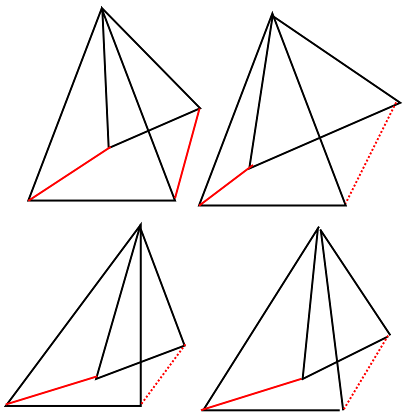
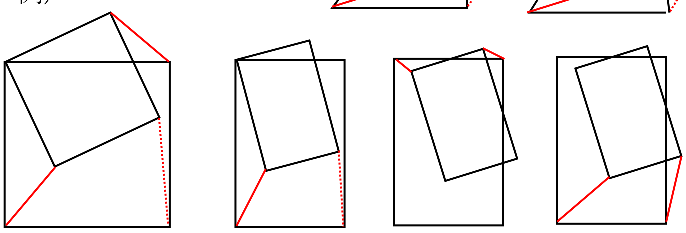
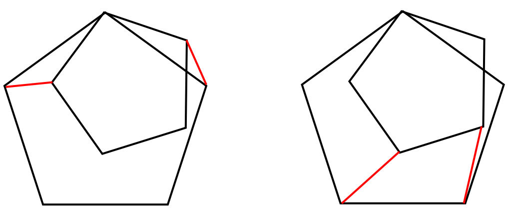
## ７　展開

【第１時】

| 生徒の学習活動と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点や手立て |
|---|---|
| **１．対象を特殊化して考察し，問いを見いだす。**（10分）<br>T:「ここ(PB)とここ(QC)の長さはどのような関係がありますか。」<br>S:「長さが等しくなります。PB=QCです。」　S:「確かに。」T:「本当？」<br>S:「だって,正三角形の全ての辺は等しいからです。」<br>T:「どんなときでもいえますか。」<br>S:「どんなときでも…？」<br>S:「大きさが変わってもいえる。」<br>S:「反対側に回してもいえる！」<br>S:「え，どういうこと？」<br>S:「こうして上に…。でも成り立つかな？」　S:「おぉ，すごい！」<br>T:「本時では条件を変えても同じことがいえるか調べていきましょう。」<br>↓もとの状態↓<br><br><br>（記号化なし）（記号化あり）（特殊化する） | ・必要に応じて記号化する。<br>・模型を使って図形を動的に提示する。ブランコ等を想像させ，どの生徒も抵抗感なく場面を理解できるようにする。<br><br>・特殊化した図をやりとりから出させ，PB=QCが同様に成り立つことに気付かせる。<br>・証明が比較しやすい板書にする。 |
| **２．問題を焦点化する。**（5分）<br>T:「(ゆっくり模型を操作しながら)こんな特殊な場合も<br>　PB=QCは成り立ちますか。」<br>S:「線分を引いてみよう。」　S:「測るとほぼ等しいよ。」<br>T:「本当に等しいでしょうか。」　S:「証明してみよう。」<br>T:「△ABP≡△ACQを証明できれば，PB=QCがいえます。」<br><br><br>(問題の焦点化) | ・「$\boxed{問題}$△ABCと△APQは正三角形で，もとの状態から点Aを中心として△APQを反時計回りに60°回転移動しました。このとき，PB=QCになるでしょうか」を操作しながら板書する。<br>・ワークシートを配付する。 |
| **３．問題を解決し，共有，検討する。**（20分）<br>T:「ではまず自分で証明を考えてみましょう。」<br>T:「手が止まっている人もいるので，周囲と話し合ってよいですよ。」<br>T:「証明はどのようになりましたか。板書するので発表してください。」<br>S:　△ABPと△ACQにおいて，<br>　正三角形の辺はすべて等しいから<br>　　BA＝CA　…①　　AP＝AQ　…②<br>　正三角形の角はすべて等しいから<br>　　∠BAP＝∠CAQ（＝60°）　…③<br>　①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから<br>　　△BAP≡△CAQ<br>　合同な図形の対応する辺は等しいから　　BP＝CQ<br><br> | ・近隣の生徒と相談しながら証明することも勧める。<br>・代表生徒を指名して発表してもらう。<br>・なぜ△ABPと△ACQに着目したのか，その着想を生徒に問い，共有する。 |

| | |
|---|---|
| **４．推論の過程を振り返り，新たな問題を見いだす。**（13分）<br>T:「おにぎりのときや，反対向きのブランコのとき，そして60°回転移動させたとき，と3つの場合について，BP＝CQが成り立ちました。では，BP＝CQどんなときでも成り立つのでしょうか。」<br>S:「どんなときでも…ってどういうことですか？」<br>S:「最初から正三角形を動かして考えてきましたよね。」<br>S:「正三角形を動かしてもBP＝CQが成り立つかということですね！」<br>S:「逆の辺にピッタリくっつける。」　S:「それ，同じことだよ。」<br>S:「少し左側に回転させる。」　S:「少し右側に回転させる。」<br>T:「△APQを回転移動する角度や方向で新たな問題ができています。」<br>S:「やってみよう！」<br>T:「では，黒板に対して左側の人たちは図1で，右側の人たちは図2について証明を考えてみてください。同じことがいえるのでしょうか。また，その証明の過程はまったく同じになるでしょうかね。」 | ・例えば次の図を取り上げる。<br>図1   図2  <br>・もとの問題を要素で捉えられるように助言し，板書する。<br>・証明で変わる部分と変わらない部分を板書から気付かせる。<br>・代表生徒に板書させる。<br>・前の証明を参考にして書かせ，比較させる。 |
| **５．これまでの証明を振り返り，「変わるもの」と「変わらないもの」という視点で整理する。**（2分）<br>T:「同じ事が成り立ちましたか。」<br>S:「BP＝CQが成り立ちました。」<br>T:「証明の過程もまったく同じでしたか。」<br>S:「根拠の③が違っていました。」<br>T:「なぜ③が違っていたのでしょうか。」<br>S:「60°から同じ角を引いているのと，足しています。」 | ・時間が足りなければ，次時の冒頭で整理する。 |

【第２時】

| 生徒の学習活動と予想される生徒の反応 | 指導上の留意点や手立て |
| --- | --- |
| **６．新たな問題を見いだす。**（5分）<br>T:「正三角形でなかったらどうでしょうか。」<br>S:「どういうこと？」<br>T:「正三角形でなくても，PB＝QCは成り立つと思いますか？」<br>S:「二等辺三角形でも成り立ちそうです。」<br>T:「ほう，よい予想ですで。他にはどうですか。」<br>T:「（出なかったら）どんな二等辺三角形でもよいのでしょうか？」<br>S:「他の図形でも等しい長さができそうです。」 | ・新たな問いを生徒から引き出す。 |
| **７．同じ結論が成り立ちそうな図形を見通し，証明を協働的に考える**<br>。<br>（20分）<br>T:「いろいろとよい疑問が浮かんできたようですね。では，好きな図形を決めて，ブランコのように動かしたときに，どことどこの長さが等しくなるか，見つけましょう。」<br>T:「皆さん，他にはどんな図形を知っていますか？」<br>S:「二等辺三角形」　S:「四角形」　S:「正方形」　S:「長方形」<br>S:「二等辺三角形をかいてみようよ。等しくなりそうだよ。」<br>S:「できた」　S:「できない」<br>S:「なんで等しくならないんだろう」<br>S:「どんな二等辺三角形でできたの？<br>どんなのでもいいの？」<br>S:「2つとも頂角が等しい」<br>S:「2つとも同じ形（相似）」<br>S:「直角三角形は？」<br>S:「一般の三角形はどうだろう？」<br>S:（以下，例）<br><br><br> | ・ホワイトボードとマーカーを班に配付する。<br>・なぜその図形で考えようと思ったかを問いかけて回り，探究への着想の自覚化を促す。<br><br>・2つの図形の条件を書き残すように促す。<br>・等しくなりそうでならない図についても残すようにさせる。また，なぜ等しくならない理由を問いかけ，等しくなるための条件の発見に向けた新たな気付きを促す。<br><br>・なぜ等しいのかと適宜問いかけ，合同な三角形に着目したり前時の図と証明を振り返ったりして証明について考えることを促す。<br><br>・後で，見付けた事柄を班を越えて共有する（見合う）機会を設けることを伝えておき，生徒の目的意識を高める。 |

| | |
|---|---|
| **８．見付けたことを越えて共有する。**（15分）<br>T:「それぞれの班では，どんな図形について見付けましたか。教えてください。」<br>S:「二等辺三角形で考えました。」<br>S:「正方形や正五角形で考えました。」<br>S:「何でもない三角形や直角三角形で考えました。」<br>T:「いろいろありますね。では，各班で2人は残り，2人は他の班が見付けたことを見に行きましょう。気になったことは必ず質問して，意見交換しましょう。」<br>S:（6分間見合って意見交換する。2人が交代して再度6分間見合う。） | ・各班でどのような図形で考えたのかを尋ね，板書することで，生徒の目的意識を高める。<br>・比較的空いている班には直接声を掛けたり，他の班の生徒が見に行くように促したりする。<br>・各班のホワイトボードは写真を撮って印刷し，後日配布する。ノートに貼るスペースを空けておくように伝える。 |
| **９．一連の過程を振り返り，本質を言語化する。**（10分）<br>T:「2時間を振り返って，わかったことをノートにまとめましょう。」<br>S:「図形の回し方を少し変えても，証明はほとんど同じになることがわかった。」<br>S:「三角形の3つの辺が等しくなくても（正三角形），2つの辺が等しければ（二等辺三角形）PB＝QCは成り立つことがわかった。」<br>S:「四角形や五角形でも，二等辺三角形を作って考えれば，長さの等しい線分が見付けられることがわかった。」<br>S:「長さが等しいかどうかは，合同な2つの三角形があるかどうかで判定できることがわかった。」 | ・数名に発表してもらい，全体で共有する。<br>・「変わるもの」と「変わらないもの」という視点，問題のつくり方という視点でまとめを語る。 |

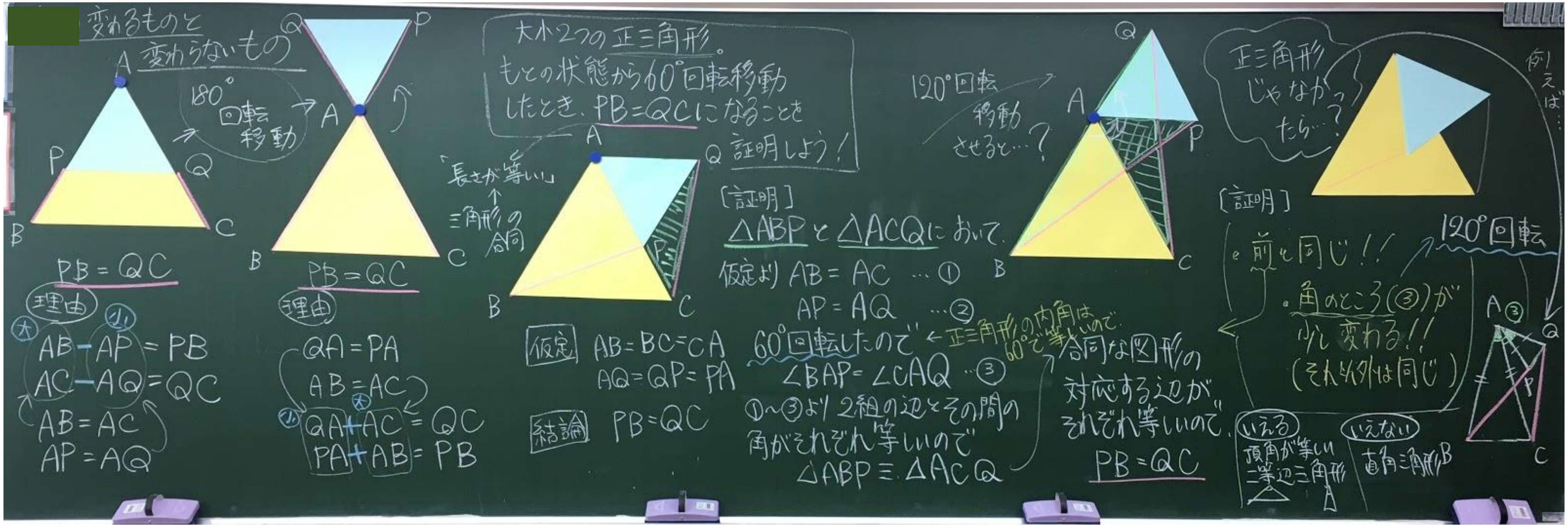
**８　準備物**　ワークシート，ホワイトボード，マーカー（3 色），円形マグネット，定規・コンパス（持参）

**９　参考文献**

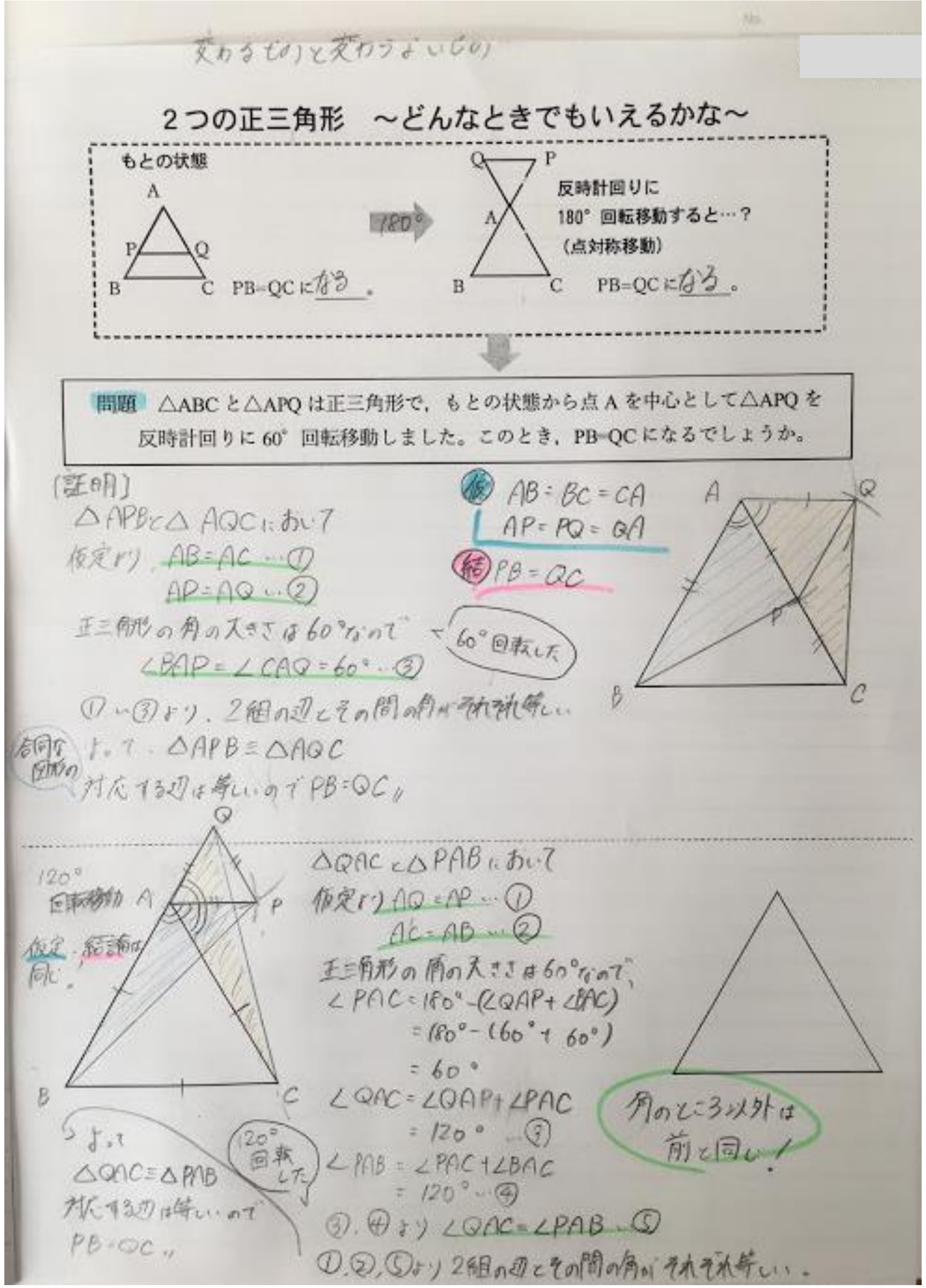
藤原大樹（2018）「研究授業への挑み方」，「教育科学 数学教育 6 月号（No.740）」明治図書，pp.4-9.

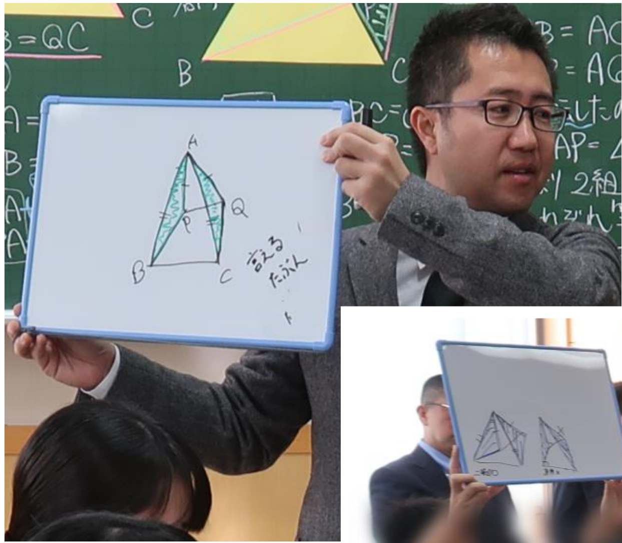
（報告）授業の板書など

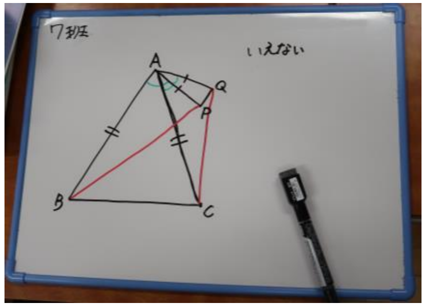
（第１時はメインの証明の途中で終了）

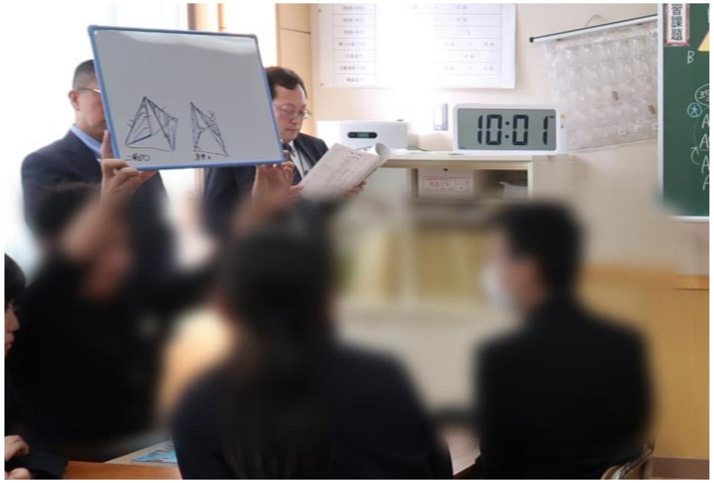



発問「次どうしようか？」「じゃ，これをやろうか？」　→　「まだやってないことはないかな？」　→　「こんな場合もあるけどどっちやりたい？」



発問「二等辺三角形でも「いえる」「いえない」があるようですね。どんな二等辺三角形ならいえるでしょうか？」