関東甲信静資料

# 領域を横断する数学的モデリングの授業
## ～「５円玉と満月」を教材に～

藤原　大樹*

### 要　約

汎用的な能力の育成を目指し，領域を横断する数学的モデリングの授業として教材「5 円玉と満月」を用いて実践した．生徒の活動を分析した結果，授業で生徒は，各領域に関わる 8 つの思考・判断・表現を結び付けて問題を解決することができた．また，事象の幾何学化に関して 2 つの指導への示唆を得た．①実際の場面を横から見た経験が，対象を図形で表す上で役立つ可能性がある．②実際の場面の縮図をかく活動を推奨することは，はじめの図形を類似の別の図形で表すことの正当化を大いに助ける．

**キーワード**　領域横断，数学的モデリング，問題解決能力，課題学習

### １．研究の目的・方法

平成 29 年改訂の学習指導要領では，各領域の学習やそれらを関連付けた学習において「ア　日常の事象や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決したり，解決の過程や結果を振り返って考察したりする活動」などの数学的活動に生徒が取り組むこととされている．上記の活動アは数学的モデリングであり,「汎用的な能力の育成を重視する世界的潮流を踏まえ」(文部科学省，2017　p.3)，特に重視されている．

現行の学習指導要領においても「利用する活動」として位置付けられているが，単元の中で直近に学習した内容をそのまま応用する指導事例が多いように思われる．直近に学習した内容を，問題場面に合わせて応用するだけの数学的モデリングは，数学を学ぶ意義を実感したり，数学を用いて問題を解決する方法を理解したりする上では必要であるが, 問題解決能力を一層伸ばしたいとき, 生徒が既習の「何をどのように用いればよいか見通しがつきにく」（文部科学省，2017　p.175）い問題に取り組ませることが大切であると考える．

その意味では，課題学習がよい機会となる．課題学習は学習指導要領の平成元年改訂から「生徒の主体的な学習を促し数学的な見方や考え方の育成を図るために」「各領域の内容を総合したり日常の事象に関連付けたりした適切な課題を設けて行」うもの,「指導計画に適切に位置付け実施するもの」として位置付けられた（文部省，1989　p.121）. その後, 平成 10 年改訂では「作業, 観察, 実験，調査などの活動を重視」（文部省，1999　p.116），平成 20 年改訂では「生徒が自ら見いだした課題」が強調され，平成 29 年改訂では「数学的活動の本質」や「カリキュラム・マネジメントの必要性」などの理解,「他教科や異校種の教師，学校外の人材との連携を生かす機会」など，その価値は拡大している（文部科学省，2017　p.175）．実践研究では，例えば曽根崎（1992）など多数あるものの，領域横断に関するものは少ない．

本研究の目的は,「領域を横断した課題学習における指導への示唆を得ること」である．この目的を達成するために，次の方法で研究を進める．

(1) 先行研究を基に，課題学習の授業を構想し，学習指導案を作成し，実践する．
(2) 授業中の生徒の活動を分析し, 指導の手立てについて検討する．また，本時の課題学習としての意義を各領域から考察する．

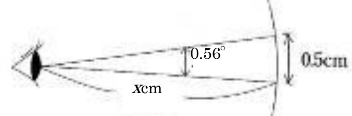
### ２．授業の構想

#### (1) 教材「五円玉と満月」

*お茶の水女子大学附属中学校

本時では，問題「5 円玉を持って腕を伸ばすとその穴から満月は見えるか」(島田，1990；藤原，2012)を改題し，「5 円玉を目から何 cm 離すとその穴が月と同じ大きさに見えるか」について取り上げる．地球から月を見た視角は最大約 0.56°であることを基に，5 円玉の視角が月の視角 0.56° と等しくなるのは 5 円玉を目から何 cm 離したときかを考えさせる．そのために，二等辺三角形で表される対象を，目の位置をおうぎ形の中心，目から 5 円玉までの距離をおうぎ形の半径($x$cm)，5 円玉の穴の直径 0.5cm(線分)を扇形の弧(曲線)としてモデル化し，数量関係を比例式に表し

[解決] 5 円玉の視角を，満月(スーパームーン)を見たときの視角と等しい 0.56° と仮定し，目から 5 円玉まで $x$cm 離したとして比例式 $0.56:360=0.5:2\pi x$ を立てる．




これを方程式 $0.56\times2\pi x=360\times0.5$ に変形して解き，$x=51.18\cdots$を得る．このことから，目から 5 円玉を 51.2cm 離したときに 5 円玉の穴が満月とほぼ同じ大きさに見えると考えられる．

図１　問題の期待される解決

島田（1990）の問題から前述のように改めることにより，実際に 5 円玉の穴から満月などの対象を覗いてみたときに，生徒の問いとして成り立ちやすいと考えたからである．

（2）本時の主張

前述したように，本時で扱う問題の解決には事象を図 1 のように図形として表現する必要がある．「事象の幾何学化」（飯島，1987）をしてから方程式を立てるということである．具体的には，地球から月を見た視角が最大約 0.56° であることから，問題を「5 円玉の視角が月の視角 0.56° と等しくなるのは 5 円玉を目から何 cm 離したときか」に焦点化する．まず対象を二等辺三角形で表す(幾何学化１)が，方程式を立てられないため，二等辺三角形をおうぎ形で近似して表す必要がある(幾何学化 2)．数量関係を比例式に表し，方程式を解いて近似的に解決できる(図 1)．その正当化には，おうぎ形の中心角が微小なことに気付く必要がある．これらのことは，生徒にとっては難しく，何らかの手立てや系統的・継続的な指導が必要であると間がえられる．「富士山の見える範囲」の授業（池田・藤原，2016　pp.94-97）でも同様の理由で近似を認めていくこととなり，これまであまり指導の光はあたらないものの，価値の高い考えである．

そこで，本時では，指導の手立てとして以下の 3 点を奨励する．

ア．問題理解や幾何学化 1 を促すために，2 人 1 組になって月のない空を実際に 5 円玉の穴から覗いて見上げ，5 円玉をどれくらい目から遠ざければ満月が見えそうかを予想し，メジャーで測ること．

イ．幾何学化 2 を正当化するために，場面の縮図をかくことを推奨すること．

ウ．次の 3 つの疑問を授業の核として活動に取り組ませること．

疑問 1「解決のために対象をどのように表せばよいか」（横から見て，対象を二等辺三角形で表せばよい．（幾何学化 1））

疑問 2「二等辺三角形の頂角と底辺がわかっているときの高さは求められるか」（求められないので，似た図形に置き換えて大体の答えを出せばよい．（幾何学化 2））

疑問 3「二等辺三角形をおうぎ形で近似することで，もとの問題の答えが得られたといってよいのか」（二等辺三角形の頂角（おうぎ形の中心角）があまりに微小なので，二等辺三角形として得られる答えとおうぎ形として得られる答えはそれほど違いがないと考えられる．（幾何学化 2 の正当化）

なお，学習指導案は巻末資料 1 のとおりである

## ３．授業での概要

（1）日時

平成 28 年 10 月 28 日（金）9：30〜10：20

（実際は 20 分間延長し 10：40 まで実施した.）

（2）対象

都内国立大学附属中学校 1 年生 1 クラス(35 名)

（3）記録方法

ビデオを 1 台（定点），iPad を 2 台（生徒活動に張り付き）を使用して記録した．

## ４．生徒の活動と考察

### （1）生徒の主な活動の流れ

**①問題を理解し，結果を予想する．（前時）**

スーパームーンが約 2 週間後（11 月 14 日）に見られるという話題から，空に見える満月はどれくらいの大きさか指で示すように問いかけた．

図 2　予想する生徒の様子

その後，5 円玉とメジャーを生徒 2 人 1 組に配り，「5 円玉を目から何 cm 離せば穴が満月と同じ大きさになるだろうか」と問いかけた．実際に外で空を見上げてみたいという生徒たちの声にしたがい，中庭に出て，月のない空を実際に 5 円玉の穴から覗いて見上げ，5 円玉をどれくらい目から遠ざければ満月が見えそうかを生徒各自の感覚に基づいて予想させ，2 人 1 組の相方にメジャーで測らせた．その後教室に戻り，予想した距離を付箋紙に書かせて提出させた．以上の活動は，前時の最後の 15 分間ほどを使った．

**②予想の傾向を理解した上で，問題を焦点化し，解決にグループで協働的に取り組む．（以下，本時）**

前時に提示した問題を改めて板書し，共有した．その上で，前時で生徒から回収した付箋紙を A3 判用紙に事前に授業者が貼り付けて作成したヒストグラム（図 3　当時は第 1 学年 D 領域を未習のため「柱状グラフ」として提示）を黒板に貼り付け，10cm 以上 15cm 未満と予想した人が他よりも多いこと，散らばりが大きいこと，35cm 以上と予想した人はいないことなどの傾向を読み取った．平均値が 17.4cm であることは授業者から提示した．図 3 のヒストグラムの画像は生徒にも配付し，ノートに貼り付けさせた．

その後，満月を見たときの視角を 0.56° とすること（理科年表より），5 円玉の穴の直径は 0.5cm

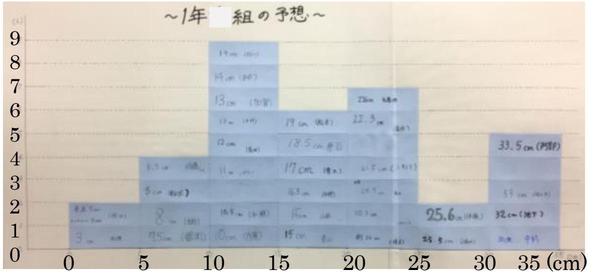



図 3　予想した距離を整理したヒストグラム

であることを条件とし，問題を焦点化した．一般的に数学的モデリングの授業では，解決に用いる条件をオープンエンドにし，生徒主導で進めることが望まれることが多いが，ここでは，事象の幾何学化 2 を生徒に経験させたいというねらいにしたがい，授業者から条件を前述のように指定して，その後は自由に解決させた．

解決については，個人で考える時間を 2，3 分取った後，4 人程度のグループにホワイトボード 1 枚，黒色のペン 4 本を配付して，4 人が自由に書いてよいものとして取り組ませた．

**③必要に応じて疑問や新たな考えについてグループを越えて共有し，協働的な解決に生かす．**

指導においては，前掲の疑問 1～疑問 3 を生徒から引き出し，その後の解決に生かしていった．

まず疑問 1「解決のために対象をどのように表せばよいか」について，横から見た絵や図をホワイトボードにかき始めるグループが予想以上に多かった（例えば，図 4）．

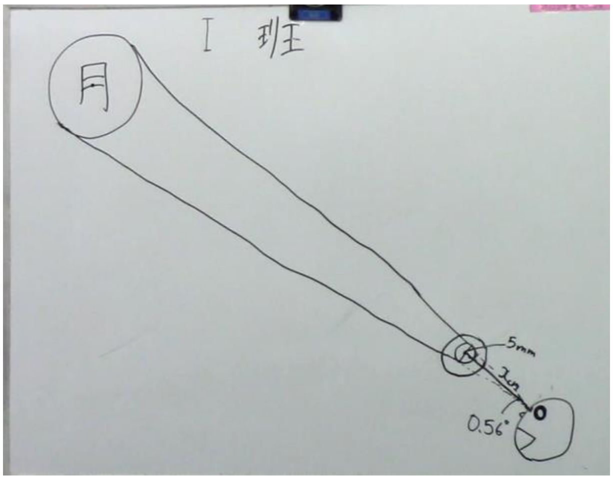



図 4　対象を横から見た図

しかしながら，二等辺三角形であることに気付くグループは少なかった．そこで，机間指導では，「図や絵ではなく数学の図形で表すとしたらどの

ような図形になるかな」と問いかけてまわった．

生徒が活動に没頭している間に，問題場面のイメージの絵（図 5 の《場面》の絵）を板書しておき，活動をいったん止め上で，多くの生徒たちが共通に疑問 1 を抱いていることを確認した．そして，図 4 のホワイトボードを黒板に貼り付け（図 5)，ほとんどのグループが図 4 のように対象を横から見た絵や図で表している点について共有した．

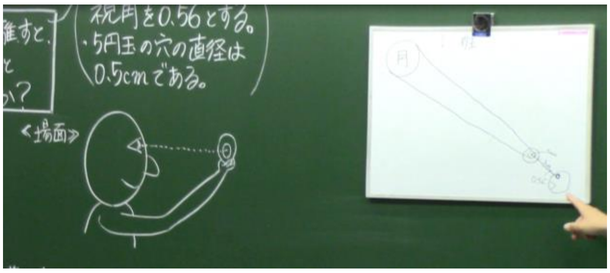



**図 5　横から見た絵や図を確認する様子**

次に，図 5 のホワイトボードをの右下を指差して「この部分を大きくするとどうなるでしょうか」，「どんな図形で表せるでしょうか」，「どんな三角形ですか」，「なぜですか」などと問いかけ考えさせることで，対象が二等辺三角形で表されることに生徒たちは気付いていった．そして生徒の発言を基に図 6 に二等辺三角形を授業者が板書し，x の値を求める活動に各グループで取り組むように促した．


**図 6　二等辺三角形の板書**

なお，筆者は本教材を過去に扱った指導経験（例えば，藤原（2012））などから，横から見た絵や図をかくには対象に対する第三者的な視点が生徒の中に必要であり，困難さが少なからずあると予想していた．しかし，前述したように，横から見た絵や図を自然にかくグループが多かったように感じられた．あくまで推測であるが，前時に予想する場面で，図 2 のように実際に穴から対象を見る姿を生徒が横から見た経験が，問題場面を数学的モデルとして二等辺三角形の図で表す上で影響を与えた可能性がある．

次に，疑問 2「二等辺三角形の頂角と底辺がわかっているときの高さは求められるか」について，生徒たちはどのグループも求められないことに苦戦していた．そこで，いったん活動を止め，「二等辺三角形で求められないなら，似た図形で考えてみてはどうかな」と問いかけた．様々な三角形をかき始めるグループやおうぎ形をかき始めるグループがあったが，さらに「ノートの中に何か使えそうなことはないかな」と全体に投げかけた．すると，ある授業の記録が関連付きそうであることに気付く生徒が増えていった．その授業とは，比例式の計算問題で取り上げた，おうぎ形の中心角と半径がわかっているときに弧の長さを求めるものである．活動が進んでいく様子が確認された．このタイミングで，授業終了のチャイムが鳴ってしまったが，解決に没頭する生徒たちから「えー」という不満の声が上がり，授業の時間をさらに延長することが生徒たちの要望により決まった．

中には，「でも図形が違うから答えも変わってくる」とつぶやく生徒もおり，多少の抵抗感もあるように思えたが，ここでは生徒にまず近似して答えを出す経験をさせたかったので，その正当化は疑問 3 として後で検討することとし，「とりあえずまずやってごらん」と勧めた．この点が，事象の幾何学化として図形を別の図形で近似する経験をしてきていない生徒への指導の困難性があるように思われる．その後，すべてのグループがおうぎ形で近似して考え始め，半数のグループが答えを求められてきたあたりのタイミングで，全体で考えを共有した（図 7)．その後，疑問 3 を取り上げた．下記③で述べる．

**④二等辺三角形をおうぎ形で近似してもよいかどうかを議論する．**

上記のつぶやきのように，わだかまりが残っている生徒が多いように思えていたので，疑問 3「二等辺三角形をおうぎ形で近似することで，もとの問題の答えが得られたといってよいのか」について検討することとした．具体的には，「もやもやしている人」と聞いて，数名が挙手したので，聞いてみると，「おうぎ形は二等辺三角形ではないから

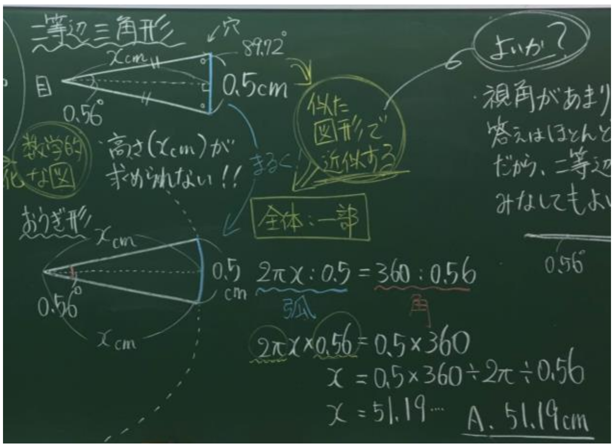



図 7　おうぎ形で近似した考え

答えが違ってくると思う」と発言した．これを受け，「おうぎ形では答えが出せたけれど，二等辺三角形をおうぎ形で表してよいでしょうか？」と投げかけ，2 分間ほど話し合わせた．その後，再び全体で「問題の解決として，おうぎ形で表してよいと思う人？」,「思わない人？」と挙手させると，前者は 0 人で, ほぼ全員が後者であった. しかし，どちらにも手を挙げていない生徒を見つけ，どう考えるか尋ねてみたところ,「図形は違うんですけど，答えはほとんど変わらないんじゃないかなって思って」と答えた．この生徒は，図 8 をノートに書いていた生徒である．

　図 8 の図は，解決の中でこの生徒がノートに定規と分度器を使って実際にノートにかいていたものである. 分度器で頂角の 0.56°らしき大きさの角をとり，等辺を伸ばして二等辺三角形をかいている．この図を基に，頂角 0.56°の二等辺三角形の高さと底辺の関係を関数的に調べていた．筆者は授業の構想段階でこのような反応を授業前に予想していたため，準備してあった模造紙を取り出し「模造紙に実物大でかいてみますか？」と問いか


図 8　二等辺三角形の縮図らしい図

けたが,「そこまでしなくても大丈夫です」と生徒が返事をし，グループの中で他の生徒にも説明して，いったんは図 9 のようにホワイトボードにまとめていった．しかし，その後，ホワイトボード

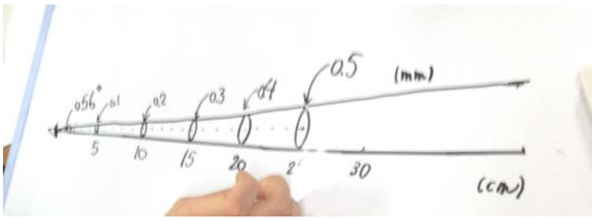



図 9　縮図からわかったことを整理した記述

からは消されていった.

　ノートにかいた図 8 が不正確であったため，そのグループの生徒たちは，かいた二等辺三角形の高さが 5cm のときに底辺が 0.1cm になると読み取っていた．このことを基に，拡大図・縮図として捉え，比例関係を用いて「底辺が 0.5cm になるのは高さが 25cm のときである」と仮の結論を得ていた．図や見いだした値は誤りを含むものの，実際の縮図をできるだけ正確に捉えようとする考えには価値が高い．そこで，授業の過程で疑問 2 を正当化できない生徒が多かった場合に全体でこのノートの図を取り上げようと考えていたのである.

　予定通り，筆者は，ある生徒のノートを借りて,

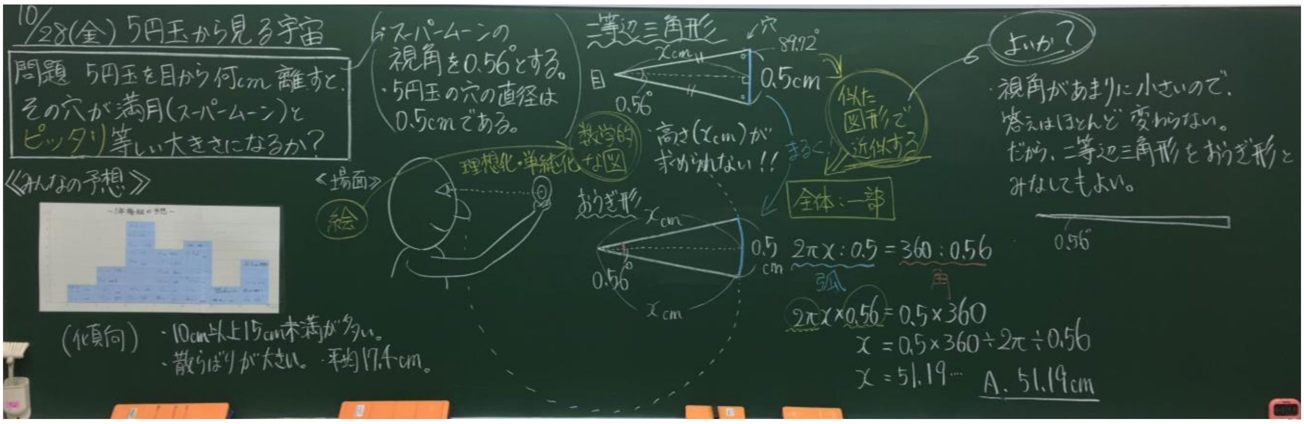



図 10　授業の板書

図 8 を机をまわって生徒たち一人ひとりに見せた．他の生徒たちは，「細い」「おうぎ形でもかわんなくない？」などと口々に言い，考えを変えていった．つまり，角の大きさがあまりに微小であるため，二等辺三角形でもおうぎ形でも，結果がそれほど大きく変わらないので，二等辺三角形をおうぎ形で近似して表してもよい，という着地点を得た．不満が残っている様子は生徒たちの表情やしぐさからは見られなかった．その上で，近似しても良い理由を板書にも残し（図 10 の右端），大切な考えとして，生徒にはノートに記録するように伝えた．

授業の最後には，一連の活動を振り返り，場面を理想化・単純化して幾何学化 1 を行ったこと，類似の図形で近似して幾何学化 2 を行ったこと，実際の縮図をイメージすることで幾何学化 2 を正当化することができたことに触れ，問題解決の方法としての有効性を強調した．そして，スーパームーンの日が約 2 週間後に迫っており，検証が可能であることを生徒に伝えた．

なお，本時は協働的に学ぶことが中心であったため，本時で学んだ考えを自立的に発揮して考察し表現できるようになるために，スーパームーンを平均的な満月（視角 0.50°）にする，5 円玉を 50 円玉にする（穴の直径は 0.4cm）などと条件を変えてノートにまとめる授業を次時に設定した．

## ５．研究の成果と課題

### （1）研究の成果

本研究では，領域を横断する課題学習として「5 円玉と満月」の授業を実践した．その結果，各領域に関わって，次のように思考・判断・表現して問題を解決することができた．

≪数と式≫

ⅰ．未知数を文字で置き，数量の関係を捉えて比例式や方程式を立てること

≪図形≫

ⅱ．視点を決めて三次元の対象を既知の二次元の図形で表すこと

ⅲ．既知の図形で表す際，図形の構成要素の一部を誇張すること

ⅳ．方程式が立てられるように，ある図形を類似の図形で置き換えて表すこと

ⅴ．上記ⅴの行為を正当化する理由を見いだすこと

ⅵ．等辺と底辺の長さがわかっても頂角の大きさは求められないことに気付き新たな数学（三角比，三角関数）の必要性に問いを見いだすこと

≪関数≫

ⅶ．目から 5 円玉までの距離が増えると穴から覗く視角が大きくなり，その結果見える範囲が大きくなることに着目し，距離と視角の関係を動的に捉えること

≪データの活用≫

ⅷ．生徒が予想した結果の傾向を，柱状グラフから読み取ること

なお，ⅱ，ⅵ，ⅶ，ⅷについてはこれから詳しく学習するものであり，その後の学習の動機付けや理解の素地となるものである．また，ⅲ，ⅳ，ⅴは事象の幾何学化において重要であるにも関わらず，学習場面を設けにくいものであり，本時で生徒に経験させられたことには価値がある．

また，本教材で事象の幾何学化の困難性に関わって，次の指導への示唆が得られた．

①上記ⅱ，ⅲ（幾何学化 1）に関わって，実際の場面を横から見た経験が，対象を図形で表す上で役立つ可能性がある．

②上記ⅳ，ⅴ（幾何学化 2）に関わって，実際の場面の縮図をかく活動を推奨することは，はじめの図形を類似の別の図形で表すことの正当化を大いに助ける．

### （2）今後の課題

課題としては，一般の中学校で本教材を扱うことのできる指導展開を検討する必要がある．例えば，次の案が考えられる．

案 1：幾何学化 1 を教師が主導して行い，本教材ならではの活動である幾何学化 2 を生徒自身が行う．幾何学化 2 を生徒自身が発想する時間を確保するために，幾何学化 1 には時間をかけない．

案 2：幾何学化 1 を生徒自身が行い，幾何学化 2 は教師が主導する．幾何学化 2 は本時で教えて経験させ，そのよさを感得させることに主眼を

置く．

また，本教材の中心的な話題である視角は，円周角の定理の逆や三角関数など数学的な概念の形成に大きな役割を果たす．また，事象の幾何学化における障壁の 1 つである「見えない線をかくこと」（松元，2000；西村，2003；西村，2008）との関連が深い．さらに，視角は日常的な経験や感覚を基にした直観と数学的な表現と思考による論理のギャップが生まれやすく，授業での生徒の主体性や数学のよさの感得が期待できる．これらのことから，算数・数学教育における視角の扱いを，カリキュラムレベルで検討していく必要がある．

**【参考・引用文献】**

藤原大樹（2012）「数学的モデリングの初期指導における言語活動」，日本数学教育学会誌第 94 巻第 7 号，pp.2-5.

西村圭一(2003)「幾何学化をめざす授業の研究」，科学教育研究第 27 巻，pp.223-231.

西村圭一(2008)「数学的モデル化を遂行する力の育成をめざす教材の開発－事象の幾何学化に焦点を当てて－」，日本教材学会，教材学研究第 19 巻，pp.177-178.

西村圭一・山口武志・清水宏幸・本田千春（2011）「数学教育におけるプロセス能力育成のための教材と評価に関する研究：イギリス「ボーランド数学(Bowland Maths.)」の考察」，日本数学教育学会誌 第 93 巻第 9 号，pp. 2-12.

文部省（1989）「中学校指導書数学編」，p.121.

文部省（1999）「中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説－数学編－」，p.116.

文部科学省（2017）「中学校学習指導要領解説数学編」．（2017 年 7 月 Web 版）
http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2017/07/25/1387018_4_1.pdf（最終確認　平成 29 年 7 月 31 日）

松元新一郎(2007)「数学的モデル化過程における幾何学化の困難性とその克服の方策」，日本科学教育学会年会論文集 31，pp.211-214.

島田茂(1990)『教師のための問題集』，共立出版，p.54.

曽根崎高志（1992)「中学校数学科における課題学習の研究－オープンエンドアプローチとグループ活動を生かした個に応じた授業展開－」，日本数学教育学会誌第 74 巻第 5 号，pp. 12-19.

池田敏和・藤原大樹（2016）『数学的の再考』，学校図書，pp.94-97.

巻末資料

# １年　数学科　学習指導案

平成 28 年 10 月 28 日（金）1 校時
1 年　　組（男子　　人，女子　　人）
授業者：藤原　大樹

**１　単元名，題材名**　　　一次方程式，五円玉から見る宇宙

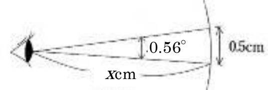
**２　単元のねらい**

本単元では，前単元「文字式」での学習を発展させて等式をつくり，不等式や方程式との出会いの場をつくる．その上で「一次方程式を論理的に解くにはどうすればよいか」という問いを軸として探究的に学習を進め，方程式を解く技能のみならず，根拠となる性質や式変形の表現・解釈にも光を当てながら，方程式の理解を深めていく．さらに，具体的な問題の解決に方程式を用いることにより，事象と関連付けながら方程式の理解を一層深めるとともに，現実や数学の問題場面で未知の値を求めるための強力な道具としてそのよさを認め，活用する力と態度を身に付けたい．

**３　授業づくりの工夫**

本時では，問題「5 円玉を持って腕を伸ばすとその穴から満月は見えるか」(島田，1990；藤原，2012)の改題「5 円玉を目から何 cm 離すとその穴が月と同じ大きさに見えるか」を取り上げる．地球から月を見た視角は最大約 0.56°であることを基に，5 円玉の視角が月の視角 0.56°と等しくなるのは 5 円玉を目から何 cm 離したときかを考えさせる．そのために，二等辺三角形で表される対象を，目の位置をおうぎ形の中心，目から 5 円玉までの距離をおうぎ形の半径($x$cm)，5 円玉の穴の直径 0.5cm(線分)を扇形の弧(曲線)としてモデル化し，数量関係を比例式に表し，方程式を解いて近似的に解決できる．

**[解決]** 5 円玉の視角を，満月(スーパームーン)を見たときの視角と等しい 0.56°と仮定し，目から 5 円玉まで $x$cm 離したとして比例式 $0.56 : 360 = 0.5 : 2\pi x$ を立てる．




これを方程式 $0.56 \times 2\pi x = 360 \times 0.5$ に変形して解き，$x=51.18\cdots$を得る．このことから，目から 5 円玉を 58.2cm 離したときに 5 円玉の穴が満月とほぼ同じ大きさに見えると考えられる．

学習活動においては，3 つの疑問を核として焦点化し，議論を深めたい．それは，疑問 1「解決のために対象をどのように表せばよいか」，疑問 2「二等辺三角形の頂角と底辺がわかっているときの高さは求められるか」，疑問 3「二等辺三角形をおうぎ形で近似することで，もとの問題の答えが得られたといってよいのか」である．特に疑問 3 については，疑問 2 までの一連の解決過程を振り返り，生徒同士の意見の対立を意図的に促すようにする．その過程で，「二等辺三角形では解決できず仕方ないから」という意見のみならず，「二等辺三角形の頂角（おうぎ形の中心角）が微小なので底辺と弧の長さはほぼ変わらないから」（正当化の理由）や「弧の長さを一定に保って線分に戻すと高さは半径より少し小さくなる」（長さの差）についての説明を，生徒自身がかいた誇張してかいた図や視角 0.56°を模してかいた縮図を基に，生徒に導出させたい．

**４　単元の展開**

| 次 | 学習内容（時） | 授業での主たる問い |
|---|---|---|
| 1 | 等式と不等式，方程式（2） | 爪楊枝の本数からはしご状の正方形の数は求められるか？ |
| 2 | 一次方程式の解き方（6） | 方程式の解を論理的に求めるにはどうすればよいか？<br>方程式を解くための途中式を減らすにはどうすればよいか？<br>小数，分数を含む方程式を効率的に解くにはどうすればよいか？ |
| 3 | 一次方程式の利用（7） | 方程式はどんな場面で使えるのか？（本時 7/7；2 時間扱い） |
| 4 | 問題演習（1） | 単元で学習したことは確実に身に付いているだろうか？ |

**５　本時の学習**

（１）本時の目標

日常生活の事象における対象を既知の図形とみなすことにより，数量の関係を一元一次方程式を用いてとらえ，具体的な問題を近似的に解決することができる．

（２）本時の展開

| | 主な学習内容と活動 | 指導上の工夫・配慮 |
|---|---|---|
| 課題設定 | 0．問題を理解し，結果を予想する．<br>5円玉を目から何cm離すと，その穴が月と同じ大きさに見えるだろうか．<br>S1「15cmくらい．」　S2「50cmくらい．」 | ・11月14日のスーパームーンの話で入る．5円玉を配付し，中庭で空を見上げて5円玉の穴が満月の大きさになる距離を直観的に予想させ，その値を提出させる．（**以上，前時**） |
| | 1．問題を数学的に表し，焦点化する．<br>T「スーパームーンの視角は約0.56°です．」<br>S3「問題をスーパームーンで考えてみたい．」<br>S4「5円玉の直径を測ったら0.5cmだったよ．」 | ・クラスの予想距離を柱状グラフで提示する．<br>・物の見かけの大きさは視角で決まることを伝え，スーパームーンの場合は約0.56°であると伝える．（平均は0.50°；理科年表より） |
| 課題追究 | 2．問題を協働的に解決させる．<br>T「班で考えてみましょう．」<br>S5「場面は頂角0.56°，底辺0.5cmの二等辺三角形で表せる．高さ$x$cmを求めればよい．」<br>S6「方程式が作れないので求められない．」 | ・自立的に数分考えさせた後，机を班にする．<br>・実物大の図をかく班があれば認める．<br>・各班の反応を見て二等辺三角形の図を板書する．高さを求められないと気付いてきた時機を見計らって活動を止め，状況を共有する． |
| | T「似た図形で表してみてはどうでしょう．」<br>S7「似た図形としておうぎ形とみなすのは？」<br>S8「中心角0.56°，弧0.5cmのおうぎ形の半径を$x$cmとして求めればよい．」<br>S9「(全体)：(一部)で比例式$360:0.56=2\pi x:0.5$を立てて，解くと$x≒51.156$…となる．」<br>S10「51.2cm離すと穴が満月の大きさになる．」<br>S11「でも図形が違うから答えも変わるよ．」 | ・近似的に表現する方法は，生徒から出なさそうであれば，教師から提案する．<br>・各班を回り，とりあえずおうぎ形の半径を求めるように促す．<br>・必要に応じて電卓を使用させる．<br>・一連の解決について，一旦全体で共有する．<br>・近似的な表現による解決に対して疑問のある生徒を見いだし，その意見を取り上げる． |
| 省察 | 3．近似的な表現の是非について話し合う．<br>T「解決の過程で，二等辺三角形をおうぎ形とみなしてよかったのでしょうか．」<br>S12「厳密には答えが変わるから良くない．」<br>S13「大体の答えは出るから良い．」<br>S14「頂角が微小だから，底辺を弧で近似しても$x$の値はほとんど変わらないから良い．」<br>T「今日の授業を振り返り，ポイントや新たな疑問などをノートに書いておきましょう．」<br>S15「似ている図形とみなすのは有効だ．」<br>S16「みなす場合は正当化の理由が必要だ．」<br>S17「50円玉ではどうかを知りたい．」 | ・立場を明確にして話し合わせる．<br>・意見対立から合意を目指すように促す．<br>・解決のために頂角/中心角を誇張した図で表していることを自覚化させる．<br>・線分と弧の長さの差についても取り上げる．<br>・これまでの算数・数学の授業と本時とを比較させ，理想化・単純化して数学を用いることの正当化など，学んだことを自覚化させる．<br>・時間が許せば，数名に数名に発表させる．<br>・11月14日に検証するように促す． |

（３）本時の評価

| 数学への関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 |
|---|---|
| 日常生活の事象における対象を既知の図形とみなしたり，数量の関係を一元一次方程式を用いてとらえたり，これを解いて具体的な問題を近似的に解決したりしようとしている． | 日常生活の事象における対象を既知の図形とみなすことにより，数量の関係を一元一次方程式を用いてとらえ，具体的な問題を近似的に解決することができる． |

［参考・引用文献］


・島田茂(1990)『教師のための問題集』，共立出版，p.54.
・藤原大樹(2012)「数学的モデリングの初期指導における言語活動」，日本数学教育学会誌第 94 巻第 7 号，pp.2-5.