

第98回全国算数・数学教育研究(岐阜)大会
(大会特集号p.296・研究紀要第45集別刷)

統計的思考力の育成を目指した単元指導と評価(6) ～**複数の簡易実験**を位置付けた 無作為抽出のよさを感じさせる授業～



お茶の水女子大学附属中学校
藤原 大樹

本研究の3つの主張

【中学校統計指導の出口 / 推測統計の入口】

* 実験を通じた指導で**重要な過程**, 3つ。

⇒ ①目的を理解 ②モデルを実物に見立てる
③無作為抽出につながる発言・よさ

* 単元づくりの**核**。 ⇒ 比率(母集団比率, 標本比率)

* たった5時間の単元でも**豊かに**学べる。

⇒ 多様な抽出方法, 問題解決, 活動の関連性

研究の意図

中3「標本調査」単元の・・・

- * 理想 : 無作為抽出のよさの実感 ⇒ 統計的思考力
- * 現実 : 学年末の“時間切れ”指導も・・・

	東書	啓林	教出	学図	大日本	日文	数研
1年	10	13	11	14	9	11	11
2年	10	12	9	11	10	10	10
3年	6	6	7	9	5	7	7

- * 藤原(2014) : ICT活用を前提として中3「標本調査」単元を構成・実践し、指導への示唆が得られた。
- * しかし、**ICTのない**環境では・・・
- * また、**実験・観察**の不足 → 実感が伴っていない！？

研究の目的

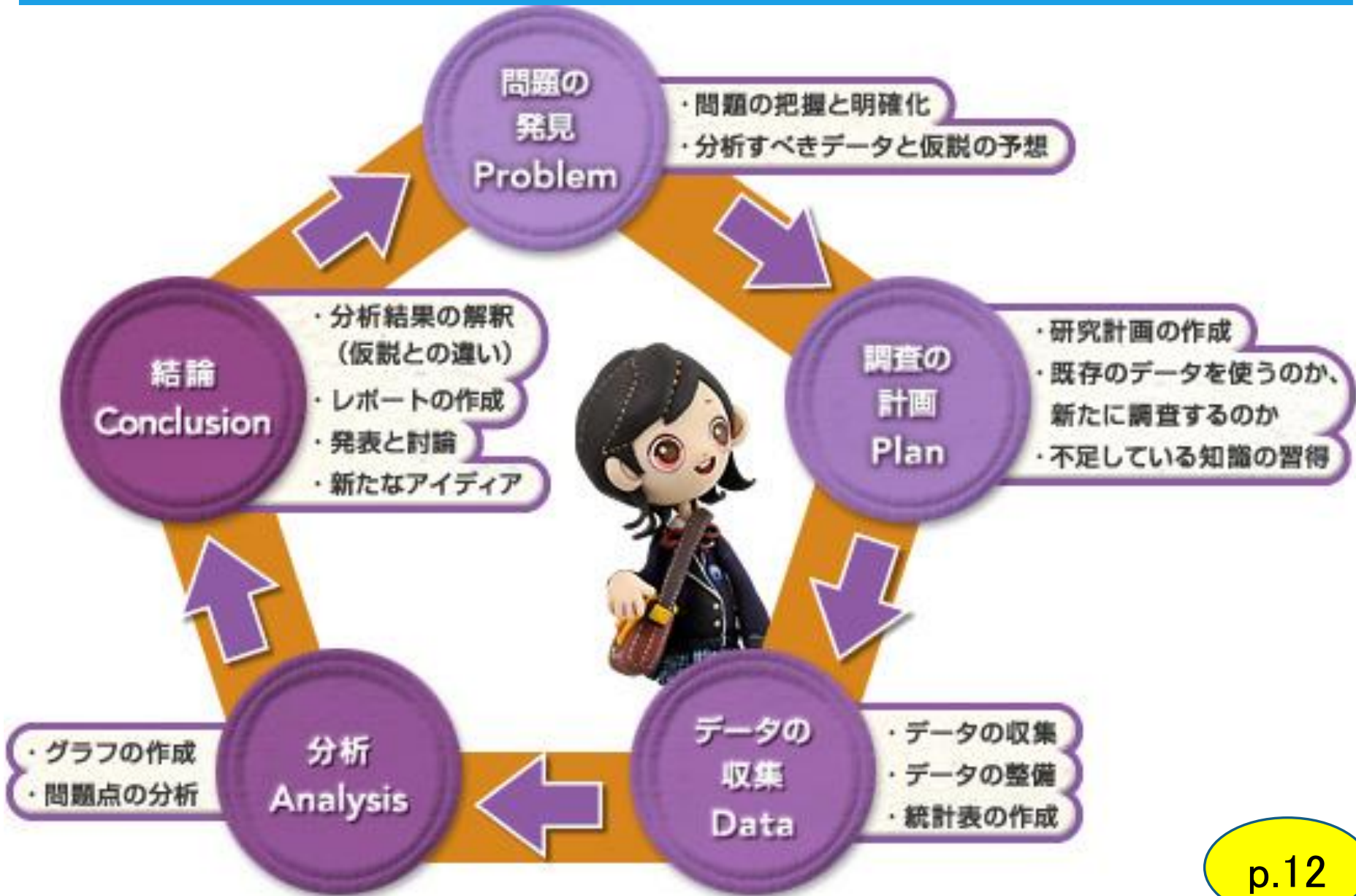
- * 目的
「標本調査」单元において**無作為抽出のよさ**を実感させる授業について検討すること
- * 統計的思考力
「文脈を踏まえて統計的問題解決を実行したり, 既存の統計的問題解決とその背景を理解したりすることができる力」 (Dani Ben-Zvi and Joan Garfield, 2004)

単元構成の重要な視点

- ① 標本の多様な抽出方法の比較・検討
(無作為抽出とそれ以外の対比→無作為抽出のよさ)
- ② 実験・観察と「みなす活動」の重視
- ③ 単元内の指導の系統性
- ④ 授業展開におけるPPDACの重視

標本の多様な抽出方法

- * **無作為抽出**: 確率的な偶然性をもとに抽出 (乱数)
- * **系統抽出**: 等間隔に抽出 (10の倍数番号, 奇数)
- * **便宜 (便利) 抽出**: 調査しやすい対象を抽出 (街角, Web)
- * **有意抽出**: 詳しい人が対象を決めて抽出 (静岡県)
- * **層化 (層別) 抽出**: 対象を層に分けて抽出 (年齢別, 性別)



単元計画

比率

[第1時] 全数調査と標本調査の必要性と意味を学習した上で、「東京オリンピックの国内支持率」を教材に、目的に沿った標本の抽出方法を多様に考え無作為抽出について知る。

[第2時] 「東京オリンピックの国内支持率」を教材に、カラーボールを国民に見立てた簡易実験(無作為抽出)を行い、一般に、標本の大きさが大きくなれば標本比率が母集団比率に近づくことなどを経験的・直観的に理解する。

[第3時] 「鹿の個体数の推定」を教材に、カラーボールを鹿に見立てた簡易実験(無作為抽出)を行い、母集団比率と標本比率が等しいとみなして比例式を立て、母集団の大きさを推定する。

[第4時] 用語の理解や母集団の傾向把握についての問題(教科書)に取り組み、既習内容の理解を深める。

[第5時] 「睡眠時間アンケート」を教材に、乱数アプリを用いて標本調査を行い母集団の傾向(分布の形など)を推測し、わかったことを説明する。また、母集団の傾向と比較し、標本調査の有効性と限界を経験的に理解する。

第1時 全数調査と標本調査

目的に応じた標本の多様な抽出方法

視聴数 ÷ TV数 × 100

調査: 標本調査
の家庭が協力しているから。
(※ビデオカー社) *進路希望
調査

全数調査
調査
調べないと意味がない。

調査: 標本調査
調査すると売り物が
異なるから。

② 無作為抽出

RDD方式
無作為に
電話番号を
決めてTEL
する。

東京オリンピックの国内支持率を
調べるために標本を集めるよい
方法は?

IOC (国際~)
若者のデータが欲しい

渋谷のスクランブル
若者に偏る?
いろいろな人から聞けるとよい。
職業, 年齢, 居住地 (年収)
性別

偏りがないように
抽出したい!

JOC (日本~)
招致したい... 上げたい!!

選手にアンケート → 上がる
スポンサー企業にアンケート
スポーツバーで
スポーツジム
小学生などに

偏りを生みたい。

目的に応じて
標本の抽出方法がちがう!!

※アンケート
マインド, 転

第2時 標本比率の推定

2/2(水) 母集団の傾向を推測しよう!

東京オリンピックの国内支持率(仮)を
無作為抽出をもとに推測しよう!

実験 (黄以外): 賛成 (黄): 反対

標本をどのように抽出すればよいか?
・ふる、混ぜる。
・見ないでとる。

	賛成	反対	支持率
15個	8	7	$\frac{8}{15} \times 100 = 53.3(\%)$
30個	17	13	$\frac{17}{30} \times 100 = 56.7(\%)$
40個	28	12	$\frac{28}{40} \times 100 = 70.0(\%)$
全部	33	16	$\frac{33}{49} \times 100 = 67.3(\%)$

標本の大きさが大きいほど
母集団の傾向を推測しやすい。

誤差 14%
誤差 3%

標本比率 28:12 (7:3)
母集団比率 33:16

R194 問2
母集団: ある都市の有権者(74358人)
標本: 選り出された1000人 RPD方式
標本の大きさ: 1000(人)

無作為に番号をつくるには?
R196 ①乱数表 (p.202) ②乱数さい (E=+面体) ③コンピュータ

279841777824... (類似乱数)
TEL: 279-841-7778 → ボツ

等しいとみならず

図3 第2時の板書

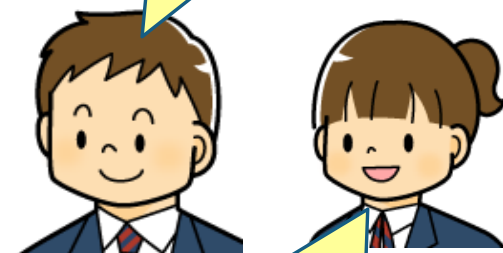
オリンピック開催に賛成
= 黄色以外のボール



オリンピック開催に反対
= 黄色のボール



かき混ぜなきゃ!



見ないで取った
方がいい。

第3時 母集団の大きさの推定

2/5(金) 母集団の大きさを推定しよう!

山の鹿の個体数を知るにはどうすればよいだろうか?

実験の結果

印付き	印無し	合計
14	16	30

母集団比率 →

7班: 30頭 = 14:16
 $30(x-y) = 14x - 16y$
 $7x - 30y = 240$
 $7x = 450$
 $x = 64.28$
A. 約64頭

標本比率

又各全体の比を計算して

実験の結果 30頭の35%

全体の比と分

14:16 = 30:(x-y)

7:8 = 30:(x-y)

7x - 30y = 240

7x - 20y = 240

7x - 40y = 0

7x = 400

x = 57.14

実際は 61頭 近い!!

手順

- ① 30頭捕えて、印をつけて、放す。
- ② 一定期間おいて、再び30頭捕える。
- ③ 印付きと印無しを数える。
- ④ ?

底=カラーボール 個体数推定の手法。

グループごとの個体数を求めよう!

(※全員が納得できるようにしよう)

ついでに 母集団比率と標本比率が等しいとみなして比例式をつくって、解けばよい。(無作為抽出だから)

8班

全部の印付数: 山の中の鹿
 標本の印付数: 標本の鹿
 山の中の鹿をxとする。

30:x = 14:30
 14x = 900
 x = 64.28
A. 約64頭

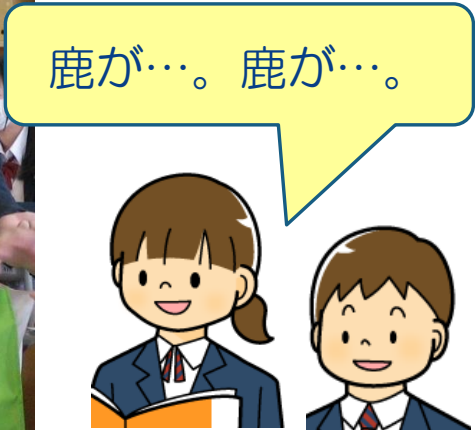
4班

全部の鹿数: x
 全部の印付数: 14
 標本の鹿数: 30
 標本の印付数: 14

30:x = 14:30
 14x = 900
 x = 64.28
A. 約64頭

かき混ぜなきゃ!

図4 第3時の板書



7班
 $30(x-30) = 14:16$
 $30:(x-30) = 7:8$
 $7x - 210 = 240$
 $7x = 450$
 $x = 64.2$
A. 約64頭

xを全体の印無しの鹿とおく。
 $x:30 = 16:14$
 $30 \times 16 = 14x$
 $480 = 14x$
 $34.2 = x$
 (全体の印付き) + (印無し)

実馬金の結果、30頭のうち
 (印付) (印無) (E/E)
 $14 = 16$ で存在する。
 $7 = 8$
 標本の割合で全体の数を推定
 すると、最初に印を付けた頭数
 で比例式をつくり、
 定期間おいて
 調査し、無作為
 抽出をしたという
 ので、サンプルで
 集めた28頭
 の約34
 $x = 64$
約64頭

全体をxとおく。
 $14:16 = 30:(x-30)$
 $7:8 = 30:(x-30)$
 $7(x-30) = 240$
 $7x - 210 = 240$
 $7x - 210 - 240 = 0$
 $7x - 450 = 0$
 $7x = 450$
 $x = 64.2$
A 約64頭

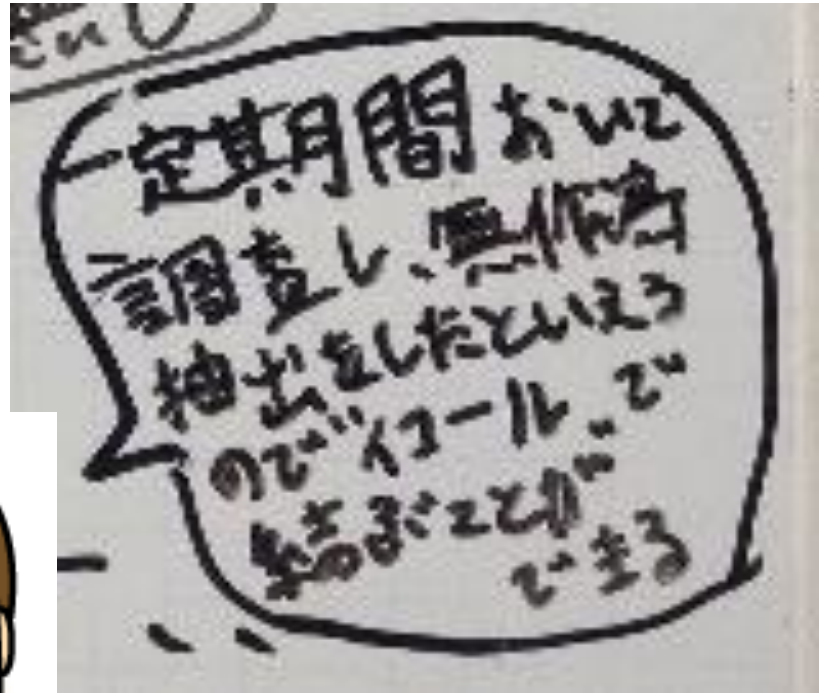


図6 3班の加筆

8班



$x = 64.2$
 $= 64$

xを求めるから
 Eとおく。
 ①
 場合
 全体の印付きの鹿
 と考えられる
A おおそ64頭
 4班

山の中にいる。
 鹿殿たちをx匹とおく。
 $30:14 = x:30$
 印を付けた鹿殿 (印付き鹿殿) 山全体
 $15:7 = x:30$
 $7x = 450$
 $x = 64.2$
A 約64匹

図5 第3時で生徒がかいたホワイトボード (全8班分)

第4時 問題演習(教科書)

基本の問題

□1 次の調査は、全数調査、標本調査のどちらですか。

- (1) ある川の水質調査
- (2) 学校で行う体力テスト

標本調査と全数調査
◎p.194大しがめ1

□2 ある工場で作った製品の中から、200個の製品を無作為に抽出して調べたら、その中の3個が不良品でした。この工場で作った1万個の製品の中には、およそ何個の不良品がふくまれていると考えられますか。

標本調査
◎p.199例1

章の問題 A

1 次のそれぞれの調査は、全数調査、標本調査のどちらですか。

- (1) 新聞社が行う、有権者の政党の支持率調査
- (2) 学校での進路調査
- (3) ある植物の種の発芽率の調査

わかるかな?

2 袋の中に白球だけがたくさん入っています。その数を数える代わりに、同じ大きさの赤球50個を白球の入っている袋の中に入れ、よくかき混ぜた後、その中から30個の球を無作為に抽出して調べたら、赤球が3個ふくまれました。袋の中の白球の個数は、およそ何個と考えられますか。

できるかな?

3 「日本に住んでいる人はどんな歌が好きか」について、若者の集まる場所で、集まった人に対してアンケート調査をし、その結果をまとめました。このような調査方法は適切かどうか、あなたの考えをいいなさい。

考えてみよう

第5時 母集団の分布の推定



図9 第1時の板書

- ・睡眠時間アンケートを朝学活で実施
- ・乱数アプリ「シンプル乱数」を教師iPadで使用
- ・相対度数折れ線: 全数調査のものの上に標本調査のものをかかせる

評価問題

問 13 広報委員会の企画によるお昼の放送で、「本校の生徒が好きなアーティスト・ランキング」の調査結果が発表されました。まことさんやその周辺の友達は、自分たちがアンケートされていない上、ランキングに偏りが大きい気がして変だと思い、この企画の担当である広報委員長に質問しました。

まこと：「あの、質問だけど、あのランキングはどうやって決めたの？」

委員長：「全校生徒から 100 人を選んで、アンケートしたのよ。」

まこと：「ランキングにあまりに偏りがあると思う。だって、1 位から 4 位まですべてシャニーズ事務所所属のアーティストなんて変じゃないか！」

委員長：「全校生徒からアンケートをとるのは大変だから、一部から全体を推定する手法をとったのよ。数学の授業でやったし、文句ないでしょ！」

まこと：「そういえば、君（＝委員長）はシャニーズ事務所のアイドルグループの大ファンだったよね。なんか意味があるんじゃないか？」

委員長：「そんなの関

このとき、次の問いは

(1) この会話文から
に偏りがあるとす

問13

(1) 100人の中のほとんどは、シャニーズが好きな人を選んだから。

(2) 無作為調査で100人選んで、その人たちについて聞いてみる。

(2) まことさんやその周辺の友達から不平・不満が出ないように、広報委員長が 100 人を偏りなく選ぶためには、どのようにして選ぶべきだったのでしょうか。その方法を具体的に説明しなさい。

評価問題

表4 各評価問題の評価規準と正答率・無答率

問題番号と評価規準	正答率	無答率
問13(1) 日常的な事象における標本調査を 批判的に評価 し、目的に応じた標本の抽出方法としての誤りを推測して説明することができる。	90.5% (57人)	1.6% (1人)
問13(2) 日常的な事象における標本調査を 批判的に評価・改善 し、目的に応じた標本の抽出方法を考えて説明することができる。	71.4% (45人)	1.6% (1人)

第1時の指導効果が十分。

単元の「無作為抽出のよさ」の指導効果がおおむねあった。

無作為抽出に触れていない解答も(22.2%(14人))。

評価問題

問 14 養殖所の池にいる鯉の総数を調べるために、50 匹捕まえて印を付けて、池に戻しました。数日後に 210 匹の鯉を捕まえて調べたところ、そのうちの 28 匹に印が付いていました。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 池に鯉は約何匹いると推定できるか、求めなさい。
- (2) 最初に印を付けた 50 匹を池に戻した後、なぜすぐに捕まえずに、数日後に捕まえたのか、その理由を説明しなさい。

問14

(1) 約 375 匹

(2) 捕まえた鯉と他の鯉が交じるようにするため

評価問題

表4 各評価問題の評価規準と正答率・無答率

問題番号と評価規準	正答率	無答率
問14(1) 社会的な事象における標本調査を基に、標本比率から 母集団の大きさを求めることができる。	58.7% (37人)	9.5% (6人)
問14(2) 社会的な事象における標本調査を基に母集団の大きさを求めるための 方法を正当化する理由を 、無作為抽出と関連付けて説明することができる。	88.8% (56人)	0% (0人)

第3, 4時の指導効果が、いまだ不十分。(生徒に難しい)

準正答を含めると93.7%。第2, 3時の「混ぜる」行為を重視した指導効果が十分。

研究の成果

実験を通じた指導において・・・

- ① 授業の問題から生徒に課題を見付けさせ、**実験の目的や必要性を理解**する過程
- ② カラーボールを鹿と**見立てる**ために生徒とやり取りをする過程
- ③ カラーボールの色が偏るように意図的に袋へ入れるなどして、生徒から「かき混ぜる」「見ないで取る」などの**無作為抽出**につながる**発言**を引き出してそのよさに気付いていく過程

を重視することが大切。

実験：母集団が多ければ多いほど統計的には理想的。
しかし、**母集団**の大きさが60程度の簡易実験であっても十分に教育効果が期待できると考えられる。
(→ 簡易実験を単元に積極的に位置付けたい。)

本研究の3つの主張

【中学校統計指導の出口 / 推測統計の入口】

* 実験を通じた指導で**重要な過程**, 3つ。

⇒ ①目的を理解 ②モデルを実物に見立てる
③無作為抽出につながる発言・よさ

* 単元づくりの**核**。 ⇒ 比率(母集団比率, 標本比率)

* たった5時間の単元でも**豊かに**学べる。

⇒ 多様な抽出方法, 問題解決, 活動の関連性