

数学科学習指導案

授業者 藤原 大樹
(お茶の水女子大学附属中学校)

1. 日時 平成30年12月3日(月) 13:30~14:20

2. 対象 宮崎大学教育学部附属中学校2年B級40人(飛び込みによる特別授業)

3. 単元 「確率」

4. 単元目標

- ・多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性和意味を理解している。
- ・多数回の試行によって得られる確率と関連付けて、場合の数を基にして得られる確率の必要性和意味を理解している。
- ・簡単な場合について確率を求めることができる。
- ・多数の観察や多数回の試行の結果を基にして、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読み取り表現することができる。
- ・同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現することができる。
- ・確率を用いて不確定な事象を捉え考察し表現することができる。

5. 単元観

本単元「確率」は、現行の中学校学習指導要領では第2学年で学習するが、新しい中学校学習指導要領では第1学年(主に統計的確率)と第2学年(主に数学的確率)で学習する。本単元で身に付けたい資質・能力は上記の「4. 単元の目標」のとおりである(文部科学省, 2017)。

本単元は、小学校第5学年「異種の二つの量の割合」や第6学年「起こりうる場合」などを踏まえるなど、小中高での学習の内容及び活動のつながりを意識して指導することが大切である(お茶の水女子大学附属

学校園連携研究算数・数学部会, 2018)。その上で「不確定な事象の起こりやすさを表すにはどうすればよいか」という問いに答える目的で単元の学習を進めたい(藤原, 2018a)。

数学的活動としては、「D データの活用」領域に特有の次の過程を、単元における「出会う場面」「深める場面」「使う場面」に意図的・計画的に設けることが、生徒が主体的に学ぶ上で大切である(藤原, 2018a)。

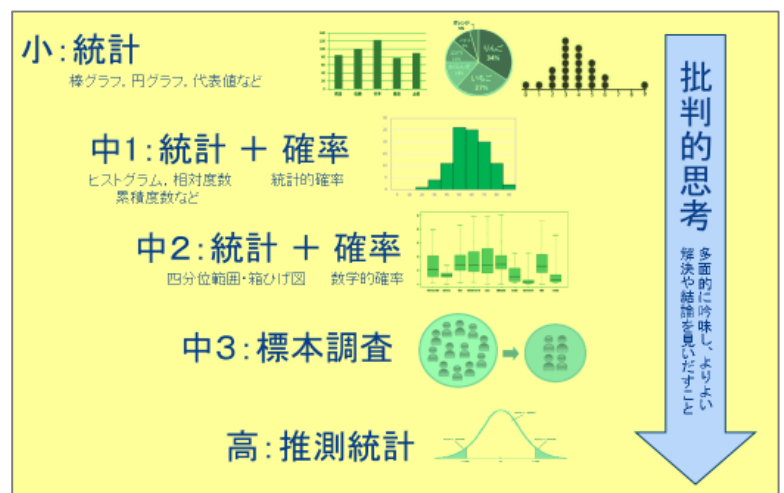


図1 新CSにおけるD領域の全体像(概要)

<p>D1：日常生活や社会の問題を解決するために、統計で解決できる問題に焦点化し、見通しをもって必要なデータを集め、分布の様子を表、グラフ、図に表すなどして分析し、考察して結論を得たり、よりよい解決に向けた課題を見いだしたりする過程</p> <p>[例：大縄跳びの列と回数，お小遣いアップ大作戦]</p>
<p>D2：日常生活や社会の問題を解決するために、実験や場合の数に着目して、見通しをもって多数の観察や多数回の試行を基にしたり、同様に確からしいことを条件・仮定として設けたりして、表、グラフ、図、式に表すなどして確率を求めて結論を得たり、よりよい解決に向けた課題を見いだしたりする過程</p> <p>[例：いかさまサイコロの1の出る目，くじ引きの後先]</p>
<p>D3：上記 D1，D2 を振り返り，得られた結果や過程を数学的な表現を用いて整理していく過程</p> <p>[例：累積度数の必要性和意味，確率の必要性和意味]</p>

6. 単元の評価規準、指導計画

現行学習指導要領の下では第2学年の「確率」単元で統計的確率を学習した後に位置付ける。新学習指導要領の下では、第1学年の統計と確率を学ぶことができる単元「データの分布と起こりやすさ」(全15時間)の最後に位置付ける。後者では図2のように統計的考察を確率的判断に結び付けて意思決定することが容易になると考えられる(藤原, 2018b)。

生徒はデータの散らばりについて、それまでに、度数分布表やヒストグラム、度数折れ線、代表値の特徴、範囲、相対度数、累積度数などを用いてデータの分布の傾向を読み取ることを学習している。また、不確定な事象の起こりやすさについては、多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性和意味を学習している。

本時は飛び込み授業であるため、詳細な単元の評価規準及び指導計画は割愛する。

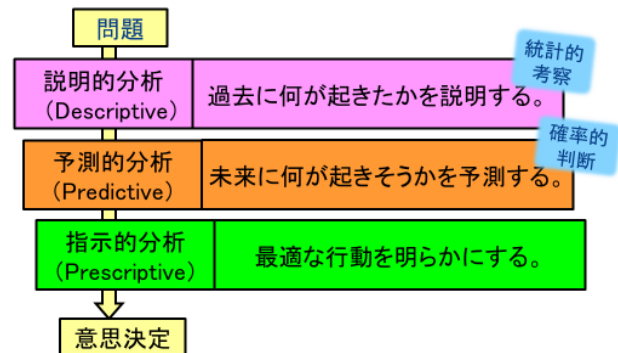


図2 ビジネスにおけるデータ分析の3つの局面 (James (2012) を基に筆者が作成)

7. 教材名 「貸し出し靴を買い換えよう」

8. 教材観

藤井(2017)は、新しい中学校学習指導要領の「不確定な事象の起こりやすさ」の学習について、以下のように述べている。

「統計的なデータに基づいて得られた相対度数も全体の度数の合計が大きい場合には、確率と同様にみなすことができ、将来の出来事に対する予想に活用できることも知ることができるだろう」(p.54)

「目的に応じて、複雑な事象を単純化して観察や試行を行ったり、よりよい判断を行うための改善方法を考慮したりして、日常の現象を捉えるために確率を活用することが大切である」(p.55)

このような学習活動を実現させるため、本時では平成28年度全国学力・学習状況調査数学B5「貸し出し用の靴」を教材として扱う。ボウリング場の靴の貸し出し足数のサイズ別データ(繁忙期の1ヶ月分)から借りられやすさの傾向を読み取り、どのサイズを何足ずつ買い換えるかを判断し表現する機会を設ける。具体的には、本時で次の問題(藤原(2018b)では2時間扱い)を取り上げる。

問題 あなたは、あるボウリング場で会計を担当しています。貸し出し用の靴を全て新しいものに買い換えなくてはなりません。あなたはどのサイズを何足買いますか。

まず生徒は、同一店舗で過去の貸し出しデータや、購入する足数を知りたがるであろう。そこで、平成28年度全国学力・学習状況調査数学B5の「貸し出し用の靴」のグラフ等(図3)を「繁忙期である8月(1ヶ月分)のデータ」として与え、新しく200足を購入する設定とする。「1ヶ月分のデータ」よりも「1年分のデータ」の方が、各サイズが借りられる確率を考える上でよりよいとも考えられるが、本時ではあえて「1ヶ月分のデータ」を取り扱い、よいよい解決に向けた視点に生徒自身が気付くことができるようにする。このように、問題解決のためにデータの偏りを検討する場面は、中3「標本調査」に向けた素地学習となる。

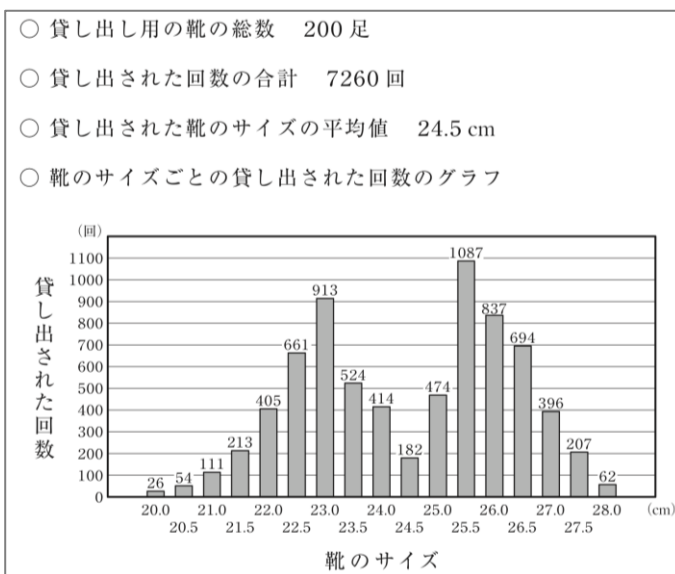


図3 生徒に提示する情報

多くの生徒は、例えば26.0cmの靴が837回借りられたことから、まずは電卓を用いるなどしてその相対度数を $837 \div 7260 = 0.115$ と求めるであろう。これを基に、その後も同じ程度の確率で借りられると仮定し、 $0.115 \times 200 = 23$ より、26.0cmの靴を23足買うと決定すると予想される。このように、各サイズの靴が1ヶ月間で借りられた回数の相対度数を確率とみなすことで、他のサイズの靴についても何足ずつ買うかを決めていく。生徒は、未来の意思決定のために相対度数を確率とみなしていることを暗黙裏に行う可能性が高いので(藤原, 2018b)、自覚化できるように促したい。

なお、現実的な要因を加味して最終調整する生徒もいると予想される。本実践での生徒の問題解決過程はPPDACサイクルとして捉えられるが、現実的に意味のある解決に近づける数学的モデリングの視点では、現実的な要因を加味して修正することはとても重要であり、その場면을授業で設けたい(図4)。

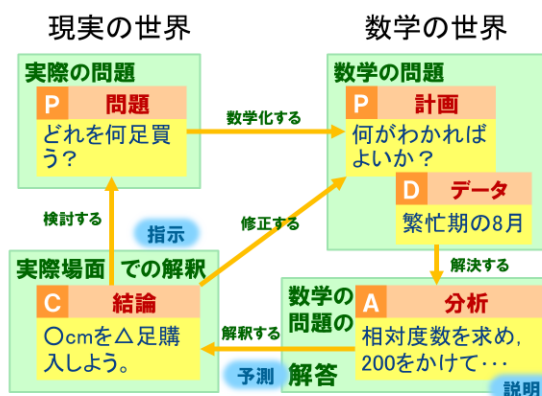


図4 本時の統計的問題解決過程を数学的モデリング過程として捉えた図

9. 本時の目標

- ・多数の観察の結果を基にして、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読み取り判断することができる。

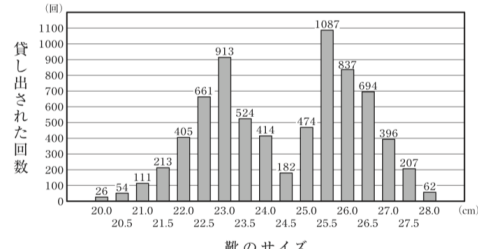
10. 本時の評価規準 (指導に生かすための評価)

※[]内はAと判定するためのキーワードの例

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方
多数の観察によって過去のデータの相対度数を求めようとしたり、これを確率とみなして事象の起こりやすさの傾向を読み取り判断しようとしたりしている。[(なし)]	多数の観察によって過去のデータから相対度数を求め、これを確率とみなして事象の起こりやすさの傾向を読み取り、判断することができる。[用語「確率」を用いた表現]

11. 準備物 ワークシート 40 枚 (本学習指導要領の p.6), 電卓 40 台, 黒板掲示 (問題, グラフ, 表)

12. 本時の展開

教師の発問と生徒の学習活動	留意点 (・) 及び評価 (○)																																				
<p>1. 問題とその場面を理解し, 解決の見通しを立てる。</p> <p>T: 「皆さん, ボウリング場には行ったことがありますか。マイ靴, マイボウルを持っている人いますか。」</p> <p>T: 「これは何かわかりますか? (画像を提示)」</p> <p>S: 「靴をレンタルするアレだ。」</p> <p>T: 「この裏側には貸し出し靴が何足くらいあるのだろうね。」</p> <p>S: 「同じ数ずつっていうことはないよね。」</p> <p>S: 「借りられやすいサイズと借りられにくいサイズがあるんじゃないかな。」</p> <p>T: 「今日は, 皆さんにボウリング場の経理担当者になったつもりで授業に取り組んでももらいたいと思います。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>問題 あなたは, あるボウリング場で会計を担当しています。貸し出し用の靴を全て新しいものに買い換えなくてはなりません。あなたはどのサイズを何足買いますか。</p> </div> <p>S: 「適当でもいいんじゃない。」</p> <p>S: 「理由もないのに借りられない靴を無駄に買ったちゃダメだよ。クビだ, クビだ。(笑)」</p> <p>T: 「何がわかれば解決できそうですか。」</p> <p>S: 「過去に借りられた足数。」</p> <p>S: 「単に足数だけでなく, サイズごとに知りたいです。」</p> <p>S: 「先生, 全部で何足買うのですか。」</p> <p>T: 「それは, 買う足数が知りたいということですね。」</p> <p>S: 「過去に来たお客さんで最大の足のサイズ。」</p> <p>S: 「そのボウリング場の収容人数と1日の集客数。」</p> <p>S: 「1足の値段や予算。」</p> <p>T: 「たくさん出せてさすがです。同時にすべての情報を加味して考えるのは難しいし, 時間が借りられているので, 今日はまずは条件を単純化して皆さんで考えて欲しいと思います。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ボウリング場の貸し出し靴のレンタルボックスの画像を提示するなど, 生徒の経験と結び付けたやりとりをしながら導入する。 ・ボウリング場の貸し出し靴やその足数, さらにはサイズ別の足数に少しずつ生徒の目が向けられるようにやりとりする。 ・黒板掲示の問題を貼る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>○ 貸し出し用の靴の総数 200 足</p> <p>○ 貸し出された回数の合計 7260 回</p> <p>○ 貸し出された靴のサイズの平均値 24.5 cm</p> <p>○ 靴のサイズごとの貸し出された回数のグラフ</p>  <table border="1" style="display: none;"> <caption>靴のサイズごとの貸し出された回数のグラフ</caption> <thead> <tr> <th>靴のサイズ (cm)</th> <th>貸し出された回数</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>20.0</td><td>26</td></tr> <tr><td>20.5</td><td>54</td></tr> <tr><td>21.0</td><td>111</td></tr> <tr><td>21.5</td><td>213</td></tr> <tr><td>22.0</td><td>405</td></tr> <tr><td>22.5</td><td>661</td></tr> <tr><td>23.0</td><td>913</td></tr> <tr><td>23.5</td><td>524</td></tr> <tr><td>24.0</td><td>414</td></tr> <tr><td>24.5</td><td>182</td></tr> <tr><td>25.0</td><td>474</td></tr> <tr><td>25.5</td><td>1087</td></tr> <tr><td>26.0</td><td>837</td></tr> <tr><td>26.5</td><td>694</td></tr> <tr><td>27.0</td><td>396</td></tr> <tr><td>27.5</td><td>207</td></tr> <tr><td>28.0</td><td>62</td></tr> </tbody> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・上の情報が示されたワークシートを配付する。黒板掲示のグラフを貼る。 	靴のサイズ (cm)	貸し出された回数	20.0	26	20.5	54	21.0	111	21.5	213	22.0	405	22.5	661	23.0	913	23.5	524	24.0	414	24.5	182	25.0	474	25.5	1087	26.0	837	26.5	694	27.0	396	27.5	207	28.0	62
靴のサイズ (cm)	貸し出された回数																																				
20.0	26																																				
20.5	54																																				
21.0	111																																				
21.5	213																																				
22.0	405																																				
22.5	661																																				
23.0	913																																				
23.5	524																																				
24.0	414																																				
24.5	182																																				
25.0	474																																				
25.5	1087																																				
26.0	837																																				
26.5	694																																				
27.0	396																																				
27.5	207																																				
28.0	62																																				
<p>2. 問題を協働的に解決する。</p> <p>T: 「皆さんだったらどのサイズを多く買いますか。」</p> <p>S: 「25.5cmと23.0cmを多く買います。」 S: 「なぜですか。」</p> <p>S: 「たくさん借りられているからです。」</p> <p>S: 「では, 例えば25.5cmは何足買いたいでしょうかね。どうすれば決められるでしょう。」</p> <p>S: 「割合を出せばいいんじゃない?」 S: 「相対度数だ。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の目標に照らし合わせると自由に考えさせたい場面ではあるが, 本時は飛び込み授業の1時間であるため, ある程度全体で見通しを立ててから作業に移ることにする。 																																				

<p>T: 「見通しは立ってきましたか。4人班で分担して進めてください。時間の目安は20分間とします。」</p> <p>S: 4人班で分担して相対度数を求める。</p> <p>S: 相対度数に200をかけて四捨五入して足数を決める。</p> <p>S: 決めた足数の合計が200になっていない場合、調整の理由を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・時間がなければ、各班に17種類のサイズを割り振って相対度数をそれぞれ求めさせる。 ・必要な班には電卓を取りに来させる。 ・黒板に模造紙を貼っておく。
<p>3. 解決の結果や過程を共有し、評価・改善する。</p> <p>T: 「相対度数を求めたところまではどの班も共通でした。その後は皆さんはどうしましたか。」</p> <p>S: 「足数の合計が200足になっていなかったため、多い足数から少ない足数を移しました。」</p> <p>S: 「200足になっていましたが、夏休みや冬休みなど子ども連れが多く来たときに靴がないとかわいそうなので、多いサイズを減らしてその分を20.0cmと20.5cmに加えました」</p> <p>S: 「199足になったので30.5cmを1足買うことにしました。足が大きい人が来たときに靴がないとかわいそうだからです。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・黒板掲示の表に、求めた相対度数を書き入れる。時間が許せば生徒にお願いする。 ・指名した複数の班の代表者に、サイズ別の買う足数を黒板掲示の表に書いてもらう。 ・現実的な要因を加味して判断していることを褒める。時間が許せば他のアイデアも全体で聞く。
<p>4. 学習の結果や過程を振り返る。</p> <p>T: 「これまで学んだ何を使って解決しましたか。」</p> <p>S: 「相対度数です。」 S: 「確率です。」</p> <p>T: 「過去のデータから相対度数を求め、これを確率とみなして未来のことを予測し、意思決定していたのです。現実的なことも加味して考えている班もありました。生きる力ですね。」</p> <p>T: 「最後に、実際の場面でのよりよい解決に向けて、自分だったらもっとこうしたい!ということを書いてみてください。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・一連の活動の過程を振り返ることができるように黒板を使う。 ・時間が許せば数名指名して発表させる。

[引用・参考文献]

藤井良宜 (2017) 「第1学年 D データの活用」, 永田潤一郎 (2017) 『中学校 新学習指導要領の展開』, 明治図書, p.50-55.

藤原大樹 (2018a) 『「単元を貫く数学的活動」でつくる中学校数学の新授業プラン』, 明治図書, pp.24-25.

藤原大樹 (2018b) 「貸し出し靴を買い換えよう」, 青山和裕 (2018) 『楽しく学ぶ! 中学数学の統計「データの活用」』, 東京図書, pp.142-153.

お茶の水女子大学附属学校園連携研究算数数学部会 (2018) 『「データの活用」の授業 ～小中高の体系的指導で育てる統計的問題解決力～』, 東洋館出版社.

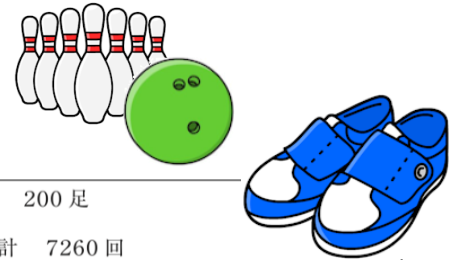
文部科学省 (2017) 「中学校学習指導要領」.

James R. Evans, (2012) “Business Analytics, The Next Frontier for Decision Sciences,” Decision Science, Vol. 43, No. 2.

貸し出し靴を買い換えよう！

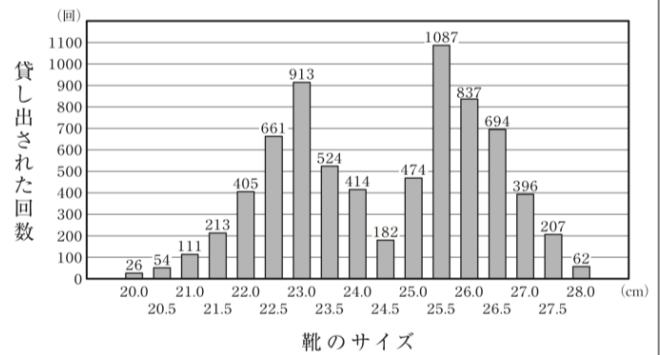
2年 組 番 氏名 _____

問題 あなたは、あるボウリング場で会計を担当しています。
 貸し出し用の靴を全て新しいものに買い換えなくてはなりません。
 あなたはどのサイズを何足買いますか。



[何がわかれば解決できそう?]

- 貸し出し用の靴の総数 200 足
- 貸し出された回数の合計 7260 回
- 貸し出された靴のサイズの平均値 24.5 cm
- 靴のサイズごとの貸し出された回数のグラフ



[どのサイズを何足買うか考えよう!]

サイズ		
20.0		
20.5		
21.0		
21.5		
22.0		
22.5		
23.0		
23.5		
24.0		
24.5		
25.0		
25.5		
26.0		
26.5		
27.0		
27.5		
28.0		

板書例

(平成 30 年 12 月 3 日 (月) 実施 (授業者: 藤原大樹))

問題 あなたは、あるホウリング場で会計を担当しています。貸し出し用のシューズを全て新しいものに買い換えなくてはなりません。あなたはどのサイズを何足買いますか。

○ 貸し出し用の靴の総数 (200 足)
○ 貸し出された靴の割合 (75%)
○ 貸し出された靴のサイズ別割合 (表参照)
○ 靴のサイズごとの貸し出された靴の足数

8月 (繁忙期)

10 班の例

サイズ	個数	借りた靴の割合	×200	足数
20.0	26			1
20.5	57			1 → 2
21.0	111			3
21.5	213			6
22.0	405			11
22.5	661			18
23.0	913			25
23.5	524			17
24.0	414			11
24.5	182			5
25.0	477			13
25.5	1087	$\frac{1087}{7260} = 0.1497$	2994	30
26.0	837			23
26.5	697			20
27.0	390			10
27.5	207			6
28.0	62			2

7260 199

10 班の例

25.5

23.0

確率の求め方 (相対度数)
各サイズの回数 = 1087
全部の回数 = 7260

この確率に 200 足をかける。
整数にして「〇足」とする。

11 着 (黙) の徹底

201 (11) 206 (11)

どのサイズがどのくらい使われているか、
それぞれのサイズの値段、
予算、
年間の利用者数、
何個入るか、
収容人数

利用者の年齢 (子供、大人) × 25.5

11 着 (黙) の徹底

現実的な池を考慮!!

10 班 3 班 7 班 目標

201 (11) 206 (11)