

小学校 6 年生：データの活用

ペットボトルキャップは何個集まったかな？

附属小学校 岡田 紘子

1. 学習のねらい

ペットボトルキャップの個数を求める過程を通じて、日常生活で直面する課題を数理的に捉え、条件や仮定を基にした比例関係を用いたり、測定データの誤差やばらつきを考慮したりして考察することができる。

2. 教材について

(1) 比例を現実事象で考える際の理論と現実のギャップ

本単元では、重さにばらつきのあるペットボトルキャップを題材とした。厳密には比例していないキャップの重さと個数を比例とみなして問題を解決する。

これまでの学習では、実際には比例していない場面でも、仮定に基づいて比例していると考えことで問題解決を行ってきた。例えば、速さを一定と仮定したり、オレンジ 1 個から絞れるジュースの量を平均値で仮定したりすることで、2 つの量の比例関係を認めてきた。平均を用いて全てを同じと仮定することで、個々の違いを考慮せずに理想化して考えることができる。これは理論的な理解を深めるのに有効だが、現実のばらつきを考慮しないため、実際のデータとは異なることがある。一方、実際のデータを使って比例しているかどうか確認する場合は、現実の重さのばらつきを考慮して比例関係とみなすことが必要である。

仮定に基づいて比例していると考えの場合と、実際のデータを使って比例しているかどうか確認する場合には、理論と現実の違いのギャップがある。仮定に基づいて比例していると考えの場合は、単純化して問題を解決できるが、実際のデータには、ばらつきや誤差が含まれる。誤差を理解し、許容範囲を考慮することも現実の事象を数学化する際に必要なことである。これらのことに慣れていない子どもたちは、抵抗を感じるかもしれない。本単元での難しさは、実際のデータを使って比例関係を確認し、厳密には比例していないことを認識しながらも全体の傾向を把握し、比例とみなして扱えるかどうかを判断することである。子どもたちがこれまで学習してきた比例の理解と、今回のデータを分析した際に生じたずれを検討しながら、比例とはどのようなものかを再認識する場を作りたい。

(2) 散らばりや測定誤差のあるデータの処理

2 月から、5、6 年生の SDGs 実行委員会が中心となって、ペットボトルのキャップを収集する活動が始まった。この活動では、収集したキャップを使ってキャップアートを作成し、SDGs について考えるきっかけを作ることを目指している。また、残りのキャップは資源としてリサイクルする計画だ。

全校に向けて、3 月末に集まったキャップの個数を伝えたいが、どうしたらよいか子どもたちに投げかけた。

本単元の課題は、「たくさん集まったキャップの数を簡単に求める方法を考えること」である。ペットボトルキャップの重さは個数に比例していると仮定すれば、個数を推測することができる。しかし、実際にはキャップの重さは均一ではないため、「個数が 2 倍、3 倍の時、重さも大体 2 倍、3 倍になる」とみなす必要がある。実際に重さをはかって確認し、「小さいずれだから、比例と考えても大きな問題はなさそうだ」と確認すること、比例とみなして考えるために必要な過程である。

比例とみなし、1 個あたりの重さ（比例定数）がわかれば、全体の個数も推測できる。そして、1 個の重さが均一でないからこそ、1 個の重さを約何 g にすると妥当かを考える必要がある。例えば、10 個のキャップの重さを測定し、その平均を基準とするなど、複数のキャップの重さを測定し、その平

均値を出すことが考えられる。また、キャップのサンプル数を増やして平均を求めれば、統計的により正確な重さの平均が求められる。多くのサンプルを測定し平均を求めることで、個々のキャップの重さのばらつきが平均値に与える影響を減らすことができることを、実際に計測してみることでも実感をもてるようにしたい。

3. 育てたい力（資質・能力）

- 条件や仮定を整理し、それをもとにデータを分析する力
- 誤差やばらつきを考慮して、筋道を立てて問題を解決する力

4. 学習の展開（全7回）

① 学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
[第1時] 大量にあるペットボトルキャップの総数を求める方法について考える。また、必要な条件や仮定について整理する。	・子どもたちに「大量のペットボトルキャップの総数をどうやって求めるか」投げかけ、興味や関心を引き出す。答えを急がせず、自由なアイデアを出させる場を作る。 ・「何を調べれば個数がわかるか」問い、伴って変わる数量を見つけさせる。 ・はかりの最小表示が1gであり、小数点以下は四捨五入されているため、測定誤差がでることを確認する。 ・2gだったら、実際の重さは1.5gから2.4gまで考えられることを確認する。
[第2時] ペットボトルキャップの重さは個数に比例しているか実測して確かめる。	・実際に重さを実測し、表やグラフにまとめて、気づいたことを発表させる。 ・比例しているとは認めていない子どもがいたら、その意見も取り上げ、検討する。
[第3時] グループごとに平均を用いて1個あたりの重さを求める。	・各グループごとに、似ている考え、違いなどを比較していく。平均を用いる時の条件について話題にする。
[第4、5、6時] 各グループでどのように1個あたりの重さを求めたか聞き合い、よりよい求め方を検討する。	・8グループの考えを提示し比較させ検討する。検討する中で、平均を用いる場合の条件を確認していく。
[第7時] 100個の重さを複数回計測して全体の重さの傾向を調べ、求めた1個あたりの重さがどれくらい精度が高いか確かめる。	・100個のペットボトルキャップの重さを複数回測定し、得られたデータを柱状グラフとして視覚化する。その後、中央値、平均値、最頻値を求め、自分たちで計算した1個あたりの重さと比較する。

② 授業活動の実例

[第1時]

SDGs 実行委員会が中心となって集めているペットボトルキャップの個数を「みなさんのおかげで約□個のキャップが集まりました！」と全校に知らせるために、総数をどのように調べればよいか子どもたちに問いかけた。全体の個数を調べるために必要な情報をたずねたところ、「10個の重さ」「全

体の重さ」といった意見が出された。さらに、なぜそれが必要なかを問うと、個数と重さの係に注目し、比例していると仮定する考えが示された。子どもたちは「キャップの個数と重さが比例していると仮定すればよい」「比例していると信じる」「比例していると考える」といった意見を述べ、この仮定が問題解決の出発点になることを確認した。

具体例として、「1個のキャップが2gの場合、キャップの個数が5倍になると重さも5倍の10gになるので、比例していると考えてよいのではないか」という発言も出された。ここで、「本当にキャップの個数と重さは比例しているのか？」と問うた。これに対し「すべてのキャップの重さが同じでないと比例しているとは言えないのでは」「コーヒーのキャップは重いが、お茶や水のキャップは軽そう」といった具体的な意見が出されキャップの形状や材質による重さの違いに気付く場面があった。

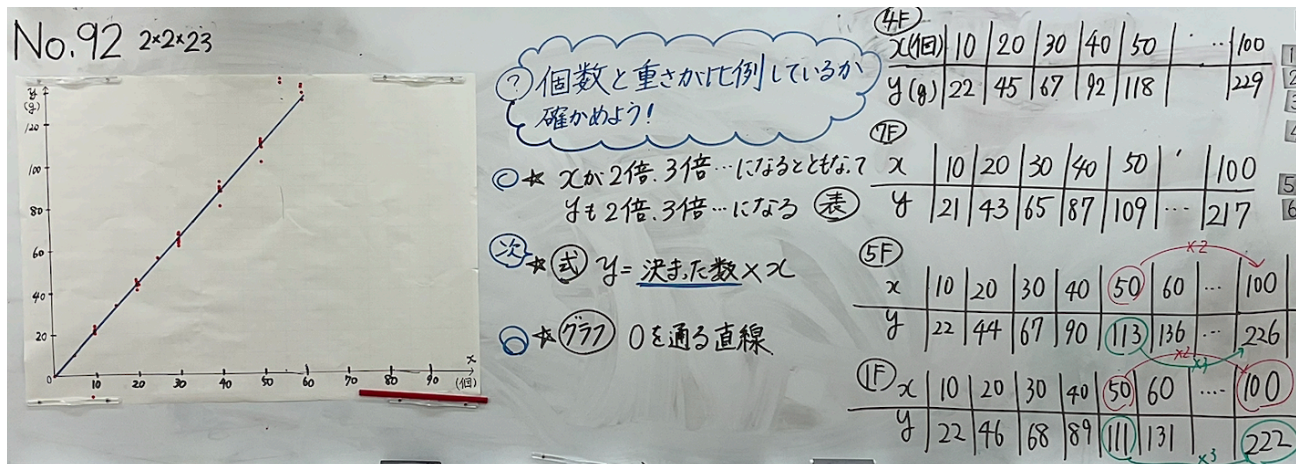
また、「それほど大きな差はないと思う」「平均を出せばよいのではないか」といった重さの散らばりに目を向ける発言もあった。実際に電子ばかりを用いてキャップの重さを測定したところ、3gや2gとばらつきがあることがわかった。また、はかりの最小表示が1gであり、小数第1位が四捨五入されることを教師が説明した。ここでT児は、「1個の重さを2gと仮定すると、 $600g \div 2g$ で300個、3gだと仮定すると $600g \div 3g$ で200個だから、600gなら200個から300個の間ぐらいではないか」と発言した。また、「2gと3gの平均を取って2.5gとすればいいのでは」と、1個あたりの重さの平均について考える意見も出された。

さらに、正確な重さや個数を知ることが難しいことから、「約〇個というのはどこまで詳しくするべきか」という議論も生まれた。「100個違ってもいい」という意見や、「100の差でも、200個と100個の場合の差と10100個と10000個の場合の差では見方が異なる」といった総体的な個数の誤差を捉えようとする発言が出た。

また、重さではなく、キャップを並べたときの長さや個数の比例係に注目するという新たな視点も提示された。

最後に、「キャップの個数と重さが比例しているというにはどうなっていればいいのか」と問い、「個数をx個、重さをygとした時、xが2倍、3倍…になるとyも同じように2倍、3倍…になること」が比例の条件であることを確認した。そして、「個数と重さは比例している」「比例していない」「比例しているかわからない」のいずれかを自分の考えとしてノートにまとめ、この時間の活動を終えた。

【第2時】



【写真1】第2時の板書記録

各グループにペットボトルキャップと電子はかりを配布し、キャップの重さを測定してデータを集める活動を行った。子どもたちは、重さと個数が比例関係にあるかを調べるため、測定結果を表やグラフにまとめた。そして、個数が2倍、3倍...になると重さも大体2倍、3倍...となることや、グラフに表してみると、ほぼ0を通る直線上に並んでいることを確認した。これらの結果から「大体比例していると言ってよいだろう」と結論づける姿が見られた。また、前時に「比例していない」と考えていた子どもたちも、この活動を通じて「比例していると言えそうだ」と考えを変える様子が見られた。

【第3時】

前時の活動を受けて、重さと個数が比例している場合の式について考える時間を設けた。「比例しているときの式はどうなるか」という問いから始まり、「 $y = \text{決まった数} \times x$ 」、つまり「重さ = 1個の重さ $\times$ 個数」という式で表せることを確認した。そこで、決まった数（比例定数）を「1個あたりの平均の重さ」として、最適な値はどれくらいになるかを考える活動を行った。

「よりよい1個あたりの重さ」を求めるという問いに対して、子どもたちは「よりよい」の基準とは何かを疑問視し、「精度」を意識した議論を進めた。「だいぶ本物に近い」「的の中心に当たるような感じ」「プラレールよりもNゲージのような正確さ」といった具体例が挙げられ、より正確な平均値を求めるのはどのようなものかが確認された。

しかし、実際には重さにはばらつきがあることと、はかりの仕様（小数点以下は四捨五入される）によって正確な数値を出すことは難しいことも共有された。そのため、可能な限り「真の平均」に近い値を求める方法について考える活動を進めた。各グループは様々な方法で1個あたりの平均値を導き出す取り組みを行った。



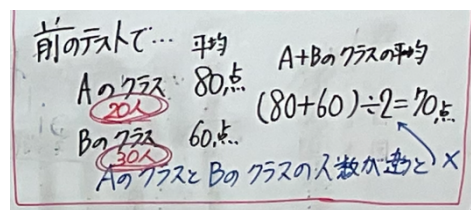
【写真2】キャップの重さの平均を出す様子

【第4、5時】

各グループでペットボトルキャップの1個あたりの平均の重さとその求め方を共有し、大きく5つの方法が挙げられた。

- A: 10個の重さを複数回測定し、その平均をさらに平均する方法。
- B: 10個、20個、30個...100個と異なる個数の重さを測定し、それぞれ1個あたりの平均を出し、その平均をさらに平均する方法。
- C: 100個の重さを複数回測定し、その平均をさらに平均する方法。
- D: 1個ずつ100個の重さを複数回測定し、それらの平均をさらに平均する方法。

それぞれの方法が正確かどうかを検討する中で、母数が一定の方法（A、C、D）と、母数が変動する方法（B）の違いが議論の中心となった。特にAとBを比較し、どちらが適切か問うた際、意見はAもBもあっているという意見と、Aだけあっているという意見に分かれた。S児は、Bの方法について「（Aの場合は）ぜんぶ10個なんだけど、Bの場合は10個、20個、30個と違って、最初の基準が変わってしまっているから」と主張し、具体例として以下の説明を行った。【写真3】



【写真3】S児の考え

S 児：「A のクラスは平均が 80 点で、B のクラスが 75 点だとする。これをそれでその 2 つのこれ平均ね、ちょうどそれでこの 2 つを足してこの 2 つのクラスの平均を出すのはいいのかみたいなの。」

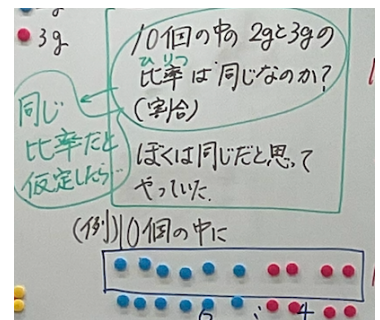
この説明により、「条件が違う」という考えが多くの子どもに共有された。

一方で、K 児は終始「10 個中の 2g と 3g の比率が同じである」と仮定して考えており、具体例を挙げて反論した。【写真 4】

そして、もし 10 個で 2g と 3g の割合が 6 : 4 なら、20 個でも 12 : 8 となり、もとの個数が違っていても平均は変わらないことを説明した。

また、ST 児は 10 個の平均と 100 個の平均では正確さが異なり、「100 個の平均の方が信頼性が高い。正確さが違うデータを単純に平均するのはおかしい」ということに気づき、正確性への視点を示した。

これらの議論を通じて、子どもたちが「キャップの散らばりの均質性」に対する異なる仮定をもっていることが明らかになった。授業者は、キャップを混ぜて均質化を図る試みが完全な精度を保証するものではないことを確認し、授業者自身も、議論の中で子どもたちがそれぞれ異なる視点や仮定に基づいて考えていたことに気付かされた。

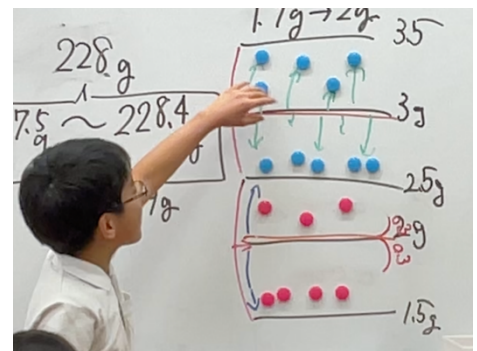


【写真 4】K 児の考え

【第 6 時】

C (100 個の重さを複数回測定し、平均をさらに平均する方法) と D (1 個ずつ 100 個の重さを 3 回測定し、それらの平均をさらに平均する方法) を比較した。両方とも「100 個の平均の平均を求める」という点では共通しているが、重さの測定方法が異なる点が議論された。

D の方法を選んだグループは、「1 個ずつ測定したほうが正確な値が得られる」と説明したが、多くの意見では、「C の方法のほうが、一度に 100 個を測定するため精度が高い」と考えられた。議論を進めるため、100 個ではなく 10 個で考えることになった。

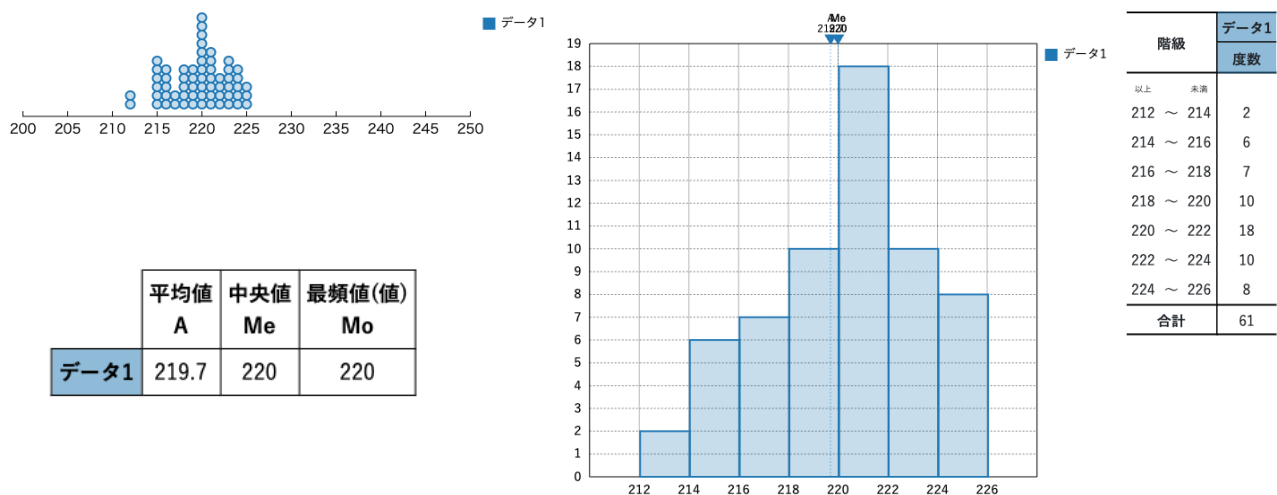


【写真 5】T 児の説明

T 児は図を使いながら次のように説明した。【写真 5】「2g 表示されても、2g より 0.4g 少なかったり 0.4g 多かったりする。3g 表示されても、3g より 0.3g 少なかったり 0.2g 多かったりする。この差が (図の 2g と 3g の差を指しながら) たくさん出るから、何回もはかると差が大きくなる。」この説明の際、教師は T 児が用いた図を活用し、以前学習したドットプロットとの関連性を補足することで、データの分布や誤差の影響について子どもたちの理解を深めていった。

【第 7 時】

前時までの活動で、1 個あたりの平均の重さを約 2.2g と仮定した。この値の精度を確認するために、実際に 100 個の重さを複数回測定し、220g にどれほど近いかを確かめる活動を行った。子どもたちはグループに分かれて何度も 100 個の重さを測定し、データを収集した。収集したデータはドットプロット、ヒストグラムに、度数分布表に表し、中央値、平均値、最頻値と比較した【図 1】。その結果、中央値は 220g、最頻値も 220g、平均値は 219.7g となり、1 個あたりの重さを 2.2g とした仮定が非常に精度の高い値であることが明らかになった。子どもたちは、「220g にとても近くてよい結果でよかった」と述べ、自分たちで求めた 1 個あたりの重さの正確さを実感する場面が見られた。



【図1】100個の重さの複数のデータをドットプロットとヒストグラムと度数分布表に表したものと、平均値、中央値、最頻値
授業後、実際に全体の重さをはかり、2.2gで割ったところ、15982個と計算され、約16000個集まったことをポスターで全校に伝えることができた。

5. 授業を振り返って

第5時の学習感想では、MS児が「AとBの考えが異なるのは、それぞれ仮定した前提が揃っていないためだと思う。それぞれの前提や仮定を確認することが大切だ」とノートに書いており、第6時の初めに全体で共有した。前提を確認することは、統計的な学びにおいて重要であり、「データを収集したり分析したりする際には、前提や条件をしっかりと共有すること」の大切さを子どもたちが理解するきっかけとなったと考える。また、100個の重さのデータを集め、ヒストグラムや平均値、中央値、最頻値などの統計的指標を用いながら、自分たちが求めた値の正確さを確認することができた。これにより、子どもたちはデータが表す意味や算数の有用性を直感的に味わうことができたと考える。特に第7時では、仮定した1個あたりの平均値2.2gの精度を検証する中で、収集したデータを視覚化し、その傾向や誤差を考察するプロセスを経験することができた。これらの学習を通して、子どもたちはデータのばらつきや散らばりを実感的に捉えながら、問題解決の際に前提や仮定を吟味することの重要性を実感することができたと考える。

一方で、いくつかの課題も挙げられる。例えば、比例関係の妥当性やその限界について、十分に深掘りできていなかった。キャップの重さの散らばりや測定誤差が比例関係に与える影響をより具体的に議論する時間があれば、仮定の重要性やその適用範囲について、さらに深い考察が可能だったかもしれない。また、測定方法の正確性を議論する際に、「精度」や「正確さ」といった概念を明確に定義し、統一基準を共有していれば、議論がより整理され、納得感が深まっただろう。

本実践を通して、比例の考え方とデータ活用という2つの異なる領域を横断的に扱い、数学的モデル化の意識を育むことができた。具体的なデータに基づいて推測や検証を行う活動は、子どもたちが算数を生活や社会の中で活用する力を育む基盤となるだろう。

【参考・引用】

- ・清野辰彦(2018)「現実の世界」と「数学の世界」を繋ぐ見方に関する一考察(日本数学教育学会第6回春季研究大会論文集6, pp.179-184)
- ・清野辰彦(2015)「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の学習指導-「比例とみなす」見方に焦点をあてて-(日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第97巻, pp.105-112)
- ・西村圭一ほか(2009)「ESD 教材活用ガイド 持続可能な未来への希望」(財団法人ユネスコ・アジア文化センター, pp.26-31)