中数研究第497回例会
令和3年2月20日（土）15：00ー17:00　ZOOM
テーマ「コロナ禍における授業の工夫について」

「生きて働く知識・技能」を育む動画を活用した数学的活動の支援

～平方根「分母の有理化」を例に～

お茶の水女子大学附属中学校　　藤原　大樹

第64回神数連横浜大会　講演会　記録
日時　：　平成27年11月19日（木）10時40分～12時00分
講師　：　帝京大学教授（日本数学教育学会名誉会長）　清水 静海先生
演題　：　算数・数学の学びを通して育成したい資質・能力

H20改訂のCS下のこと（中教審H28答申以前）

「何を知っているか，何ができるか」 1

知識・技能を身に付けることについて，「知識・技能を着実に獲得しながら既存の知識・技能と関連付けたり組み合わせたりしていくこと」，「そのことで定着を図る」ことが強調されています。知識・技能の確実な習得は昔から言われています。指導の徹底も言われています。具体的にどうしていけばよいか，というのは先生方にお任せでした。それに対して，ここに書いてありますとおり，知識・技能を獲得させるポイントは何か，それは新たな知識や技能を獲得するプロセス，あるいはその後において，既存つまり既習の知識・技能と結びつける，これをやることが定着につながるのですよ，単なる習熟ではいけませんよ，ということです。新しいことを習得したら，その眼鏡なり，その考え方・手続きでもって今まで身に付けたことを再構成する，これを繰り返すことでしっかり身に付けていく。こういうことです。これは簡単に言うと，学習指導要領で頻繁に登場する「理解」ということになります。

神奈川県数学教育研究会連合会（2015）．第64回研究大会報告書．P.9.

第64回神数連横浜大会　講演会　記録
日時　：　平成27年11月19日（木）10時40分～12時00分
講師　：　帝京大学教授（日本数学教育学会名誉会長）　清水 静海先生
演題　：　算数・数学の学びを通して育成したい資質・能力

H20改訂のCS下のこと（中教審H28答申以前）

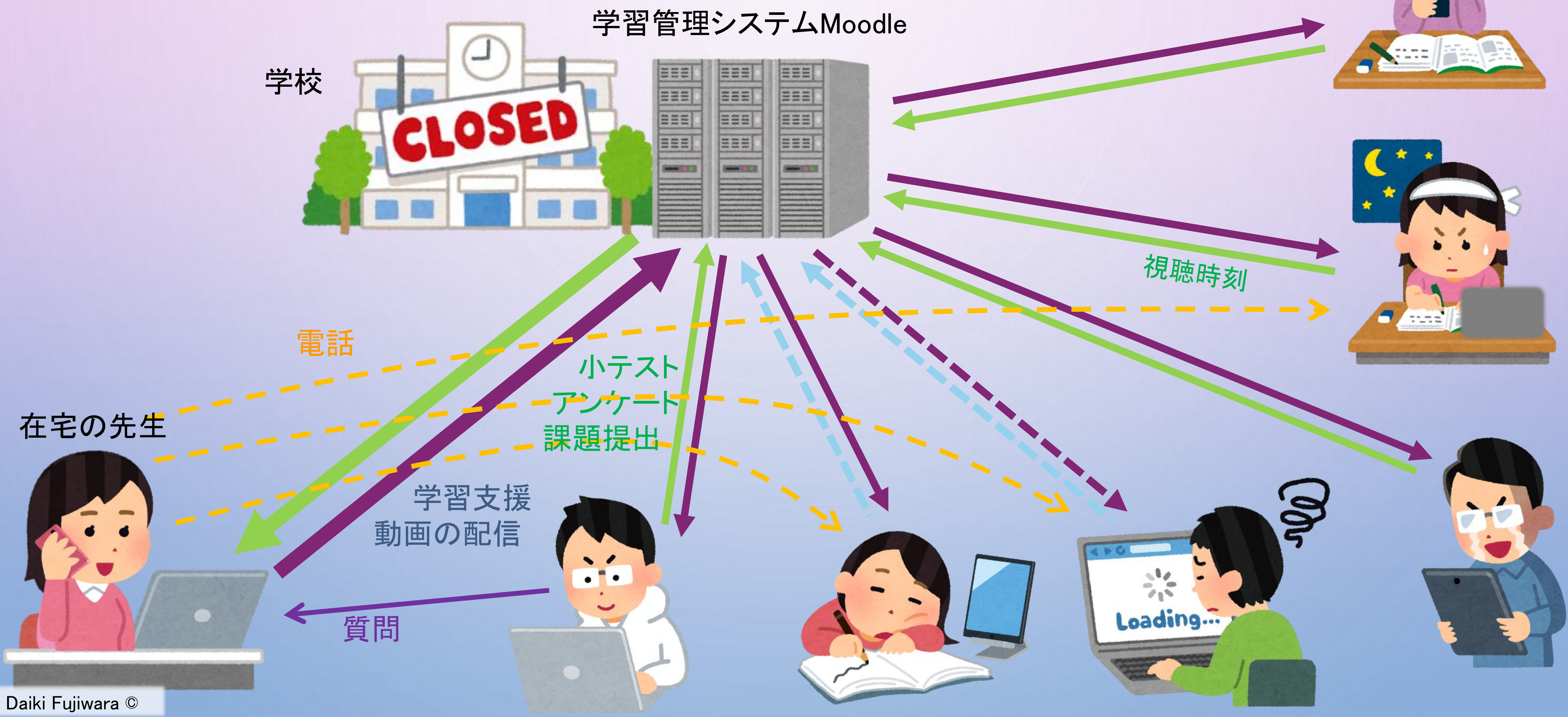
「何を知っているか，何ができるか」 2

この理解はこの意味なのです。「知識・理解」という評価の観点の「理解」はCOMPREHENDED，辞書的な意味を知っている，思い出していえる，という記憶再生型に近いものですが，学習指導要領の「理解」はUNDERSTANDと訳されます。UNDERSTANDは後ろ側にあることをつかむ，本質をつかむことにかかわることです。ということは見かけが違って見えても，よくよく見てみると同じ根っこだった，ということなのです。新しいことを身に付けるときには今までと違った雰囲気や状況があるのだけれど，それを学んだ後で今までのものと結び付けてみると，うまく絡み合って整理されるのです。しっかりしたもの，大きなものになるのです。これからの教育では，古くて新しいことですが，理解の基本にかかわることですので，特に注意をしなければいけないことです。

神奈川県数学教育研究会連合会（2015）．第64回研究大会報告書．P.9.

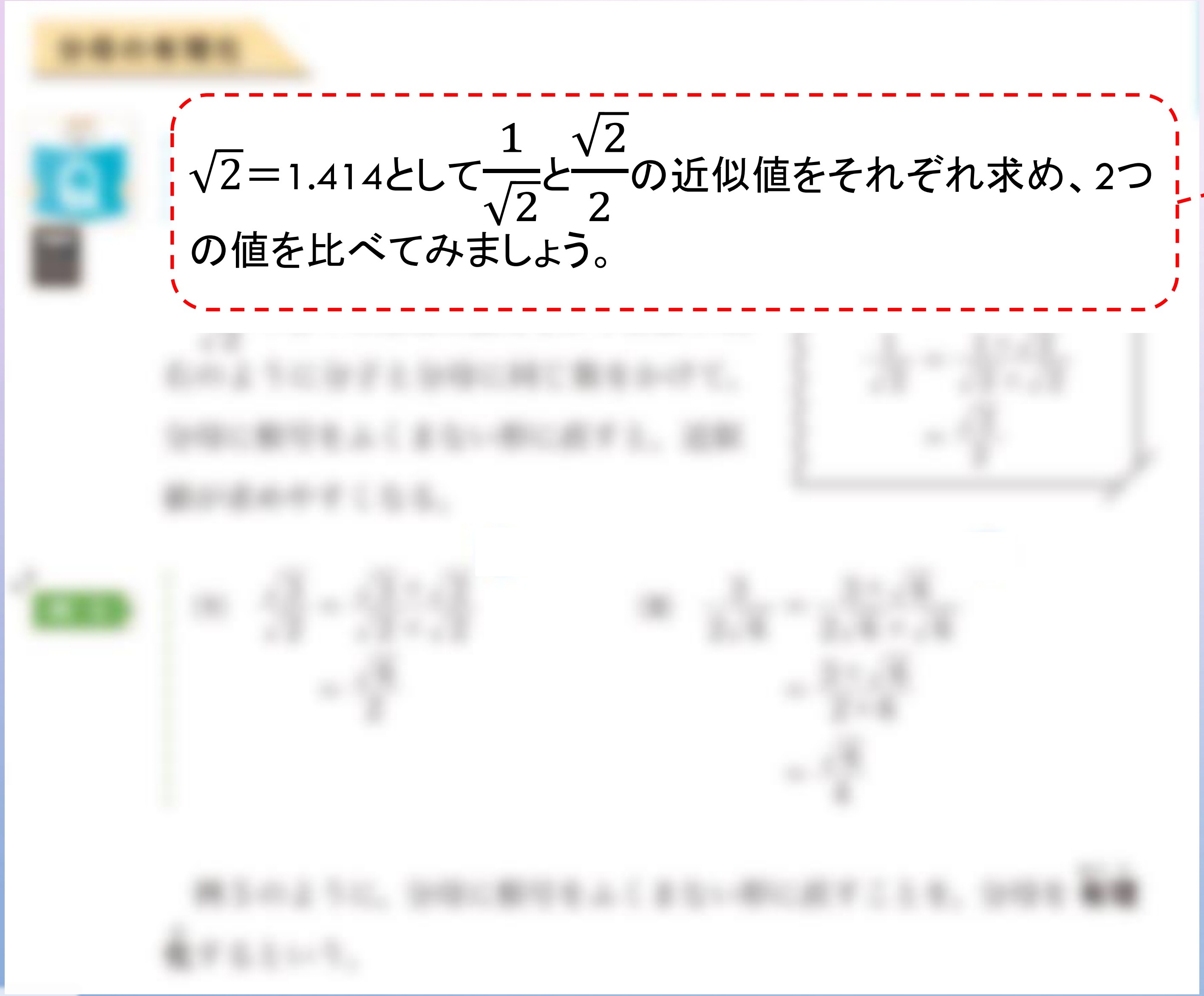
お茶中の遠隔オンライン教育（令和2年5月～7月休校時）

動画等を活用した オンデマンド型遠隔授業



中3「平方根」（分母の有理化）を例に

一松信ほか（2017）．中学校数学3．学校図書．p.57．



$\sqrt{2}=1.414$として$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$と$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$の近似値をそれぞれ求め、2つの値を比べてみましょう。

なぜ2つの値を比べる必要があるのか…？

（必要性）

必要性

既習の何と関連付くのか

（関連性）

関連性

「～はどれくらいの大きさか？」を単元の問いとして，複数の問題の配列や発問を検討してはどうか？

以下，学習支援動画の内容です。

5／29(金) 根号を含む数の表し方

横の長さが$\sqrt{2}$で面積が1である長方形 の縦の長さはいくつ？

(考え方1)

$$1 \div \sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right)$$

どっちが答え？

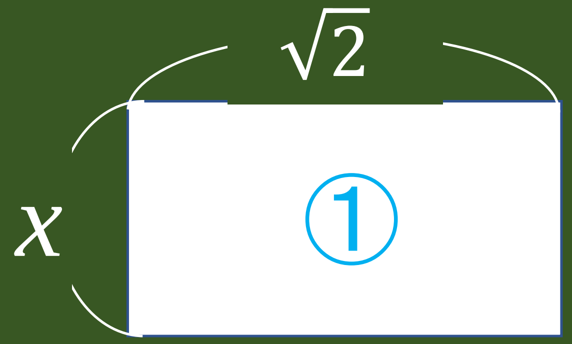
どっちも答え？

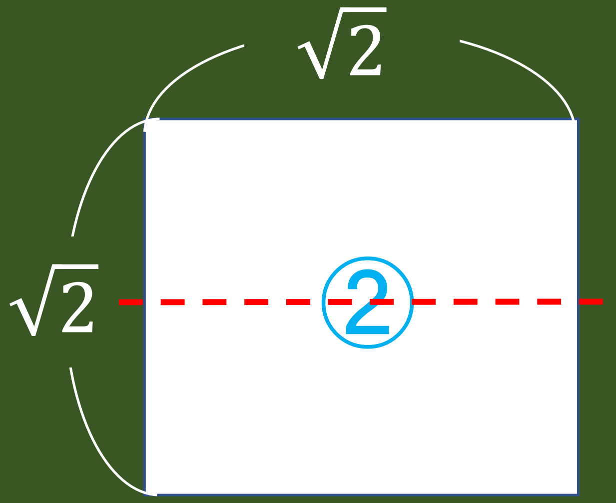
必要性

(考え方2)

縦の長さをxとすると，
面積を自然数に
するために，仮に
$x = \sqrt{2}$ にする。
しかし，面積が2に
なってしまうので，

半分にして，$x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$





5／29(金)　根号を含む数の表し方

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ といってもよいのか？

〔説明〕

$$(\text{左辺}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= (\text{右辺})$$

分子と分母に
$\sqrt{2}$ をかける。
(つまり,
1 をかける。)

$$\left(\frac{8\times\frac{1}{2}}{6\times\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} \right.$$
と似た考え！)

関連付け

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のように,

分母を根号のない形
にすることを
「分母の有理化」
という。

p.57
例5

Daiki Fujiwara ©

5／29(金)　根号を含む数の表し方

$\sqrt{3}=1.732$として，$\dfrac{6}{\sqrt{3}}$の値を求めなさい。

プチ活用

5／29(金) 根号を含む数の表し方

柔軟に表し方を変えることが大事！

[問7] $\sqrt{3}=1.732$として，$\frac{6}{\sqrt{3}}$の値を求めなさい。

$\sqrt{3}$の何倍？
→ 2倍

では…

$$\frac{6}{\sqrt{3}}$$
$$=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=2\sqrt{3}$$
$$=2\times1.732$$
$$=3.464$$

関連付け

5／29(金) 根号を含む数の表し方

$\sqrt{0.03}$や$\sqrt{300}$は$\sqrt{3}$の何倍？

関連付け

近似値を求めた。

$\sqrt{0.03} = 0.1\sqrt{3}$ ←0.1倍

$\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

↑10倍

$\sqrt{3} = 1.732$
とすると，

$\sqrt{0.03} = 0.1732$

$\sqrt{3} = 1.732$

$\sqrt{300} = 17.32$

では… $\sqrt{30}$は
$\sqrt{3}$の何倍？
→ $\sqrt{10}$倍

$\sqrt{10}$倍＝3.162倍
（自然数倍にはならないので注意！）

5／29（金） 根号を含む数の表し方

$\sqrt{5}=2.236$, $\sqrt{5}=7.071$として，次の数の近似値を求めなさい。

（1） $\sqrt{500}$　（2） $\sqrt{5000}$　（3） $\sqrt{0.5}$　（4） $\sqrt{0.05}$

(3)の別解 $\sqrt{0.5}=\sqrt{1\div 2}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=1.4142\div 2=0.7071$

この後，練習問題
→ 結果報告

拡大して見てください。

2章　平方根〔4〕

組　番　名前

$\sqrt{18}\times\sqrt{32}=3\sqrt{2}\times4\sqrt{2}$
$=3\times4\times(\sqrt{2})^2$
$=12\times2$
$=24$

$\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{125}{5}}$
$=\sqrt{25}$
$=5$

1　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{2\times3}$
$=2\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{8}\times\sqrt{6}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2\times3}$ ← $\sqrt{4^2}\times\sqrt{3}$
$=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3}\times\sqrt{18}=\sqrt{3}\times\sqrt{3^2\times2}$
$=3\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{12}\times\sqrt{8}=\sqrt{2^2\times3}\times\sqrt{2^2\times2}$
$=4\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{4}\times\sqrt{20}=\sqrt{4}\times\sqrt{4\times5}$
$=4\sqrt{5}$

(6) $\sqrt{30}\times\sqrt{15}=\sqrt{15\times2}\times\sqrt{15}$
$=15\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{24}\times\sqrt{6}=\sqrt{4\times6}\times\sqrt{6}$
$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{6^2}$
$=12$

(8) $\sqrt{27}\times\sqrt{21}=\sqrt{9\times3}\times\sqrt{3\times7}$
$=\sqrt{9}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{7}$
$=9\sqrt{7}$

(9) $\sqrt{16}\times\sqrt{20}=\sqrt{4\times4}\times\sqrt{4\times5}$
$=8\sqrt{5}$

(10) $\sqrt{45}\times\sqrt{18}=\sqrt{5\times9}\times\sqrt{9\times2}$
$=9\sqrt{10}$

2　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{18}\div\sqrt{6}=\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{80}\div\sqrt{5}=\sqrt{16}$
$=4$

(3) $\sqrt{36}\div\sqrt{3}=\sqrt{12}$
$=2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{75}\div\sqrt{5}=\sqrt{15}$

(5) $\sqrt{72}\div\sqrt{8}=\sqrt{9}$
$=3$

(6) $\sqrt{120}\div\sqrt{20}=\sqrt{6}$

2章　平方根〔5〕

組　番　名前

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{28}}=\sqrt{\dfrac{8}{28}}=\sqrt{\dfrac{2}{7}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$
$=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

1　次の数を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ←（$\dfrac{1}{3}\sqrt{3}$ でもよいです。）

(2) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

(3) $\dfrac{1}{\sqrt{8}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$
$=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

(4) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}$
$=\dfrac{\sqrt{70}}{10}$

(5) $\dfrac{5}{\sqrt{10}}=\dfrac{5\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}$
$=\dfrac{5\sqrt{10}}{10}$
$=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

(6) $\dfrac{4}{\sqrt{6}}=\dfrac{4\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{4\sqrt{6}}{6}$
$=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(7) $\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$

(8) $\dfrac{6}{\sqrt{24}}=\dfrac{6}{2\sqrt{6}}$
$=\dfrac{6\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{6\sqrt{6}}{12}$
$=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(9) $\dfrac{\sqrt{18}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3}{4}$

(10) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$

(11) $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$=3\times\sqrt{3}\div\sqrt{6}$
$=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
$=3\times\sqrt{\dfrac{3}{6}}=3\times\sqrt{\dfrac{1}{2}}$
$=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

(12) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
$=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

東京書籍WEBサイト「レッツ・プラクティス」

以上，学習支援動画の内容です。

文部科学省.（2017）. 中学校学習指導要領解説数学編. P.25.

④「数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする」について

これは，育成を目指す資質・能力の柱の中の「知識及び技能」に関わるものである。知識及び技能には，概念的な理解や数学を活用して問題解決する方法の理解，数学的に表現・処理するための技能などが含まれる。

中学校数学科で扱う基礎的な概念や原理・法則は，生活や様々な学習の基盤となるものである。ここで，概念や原理・法則を理解することは，数学の知識の裏付けとなり，技能の支えとなる。すなわち，概念や原理・法則の理解は，事実的知識の暗記や機械的技能の訓練ではなく，深い学びを実現する上で欠かすことができないものである。例えば，文字を用いた式の計算，方程式を解くことなどの技能を学ぶ際には，その手続きの基礎に概念や原理・法則があることや，概念や原理・法則をうまく使って数学的な処理の仕方が考え出されることを理解することが大切である。

基礎的な概念や原理・法則を理解するということは，数学の特質からみて，より進んだ知識や技能を生み出すこと，発展的に考えることを可能にするものである。したがって，基礎的な概念や原理・法則を理解できるようにするためには，基礎的な概念や原理・法則に基づく知識及び技能を，問題発見・解決の過程において的確かつ能率的に用いるとともに，様々な日常や社会の事象の考察に生かしたり，より広い数学的な対象について統合的・発展的に考察したりできるよう配慮することが大切である。数学的活動を通した概念や原理・法則の理解に裏付けられた発展性のある知識及び技能こそが，生きて働く知識や技能なのである。

1
数学科の

概念的な理解・・・などが含まれる。

WHAT
(意味)

概念や原理・法則を理解することは，数学の知識の裏付けとなり，技能の支えとなる。

概念や原理・法則の理解は，事実的知識の暗記や機械的技能の訓練ではなく，深い学びを実現する上で欠かすことができないものである。

WHY
(必要性)

基礎的な概念や原理・法則を理解するということは，数学の特質からみて，より進んだ知識や技能を生み出すこと，発展的に考えることを可能にするものである。

文部科学省.(2017). 中学校学習指導要領解説数学編. P.25.

④「数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする」について

これは，育成を目指す資質・能力の柱の中の「知識及び技能」に関わるものである。知識及び技能には，概念的な理解や数学を活用して問題解決する方法の理解，数学的に表現・処理するための技能などが含まれる。

中学校数学科で扱う基礎的な概念や原理・法則は，生活や様々な学習の基盤となるものである。ここで，概念や原理・法則を理解することは，数学の知識の裏付けとなり，技能の支えとなる。すなわち，概念や原理・法則の理解は，事実的知識の暗記や機械的技能の訓練ではなく，深い学びを実現する上で欠かすことができないものである。例えば，文字を用いた式の計算，方程式を解くことなどの技能を学ぶ際には，その手続きの基礎に概念や原理・法則があることや，概念や原理・法則をうまく使って数学的な処理の仕方が考え出されることを理解することが大切である。

基礎的な概念や原理・法則を理解するということは，数学の特質からみて，より進んだ知識や技能を生み出すこと，発展的に考えることを可能にするものである。したがって，基礎的な概念や原理・法則を理解できるようにするためには，基礎的な概念や原理・法則に基づく知識及び技能を，問題発見・解決の過程において的確かつ能率的に用いるとともに，様々な日常や社会の事象の考察に生かしたり，より広い数学的な対象について統合的・発展的に考察したりできるよう配慮することが大切である。数学的活動を通した概念や原理・法則の理解に裏付けられた発展性のある知識及び技能こそが，生きて働く知識や技能なのである。

1
数学科の目標

HOW
(プロセス)

基礎的な概念や原理・法則を理解できるようにするためには，基礎的な概念や原理・法則に基づく知識及び技能を問題発見・解決の過程において的確かつ能率的に用いるとともに，様々な日常や社会の事象の考察に生かしたり，より広い数学的な対象について統合的・発展的に考察したりできるよう配慮することが大切である。

WHAT
(意味)

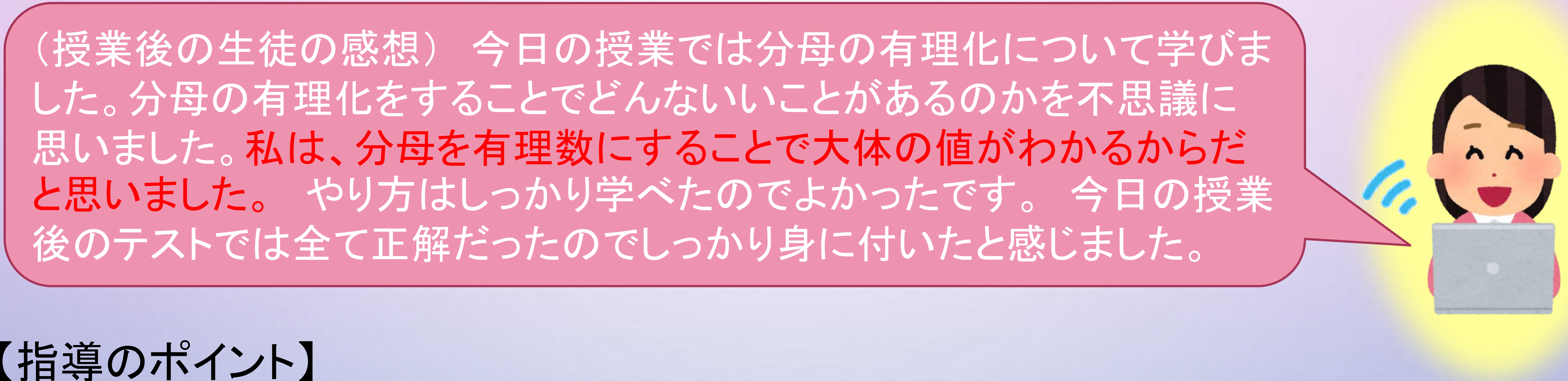
数学的活動を通した概念や原理・法則の理解に裏付けられた発展性のある知識及び技能こそが，生きて働く知識や技能なのである。

知識の枠組み

種類	定義	具体例
記憶	断片的な知識	• 公式のみが記憶されている • 定義（具体例）のみが記憶されている
理解	関連づけられた知識	• 公式と公式の成り立つ理由が関連づけられている • 定義と具体例が関連づけられている

深谷達史.（2016）. メタ認知の促進と育成　概念的理解のメカニズムと支援. 北大路書房. p.6.

まとめ：「生きて働く知識・技能」を生徒が習得するために・・・



【指導のポイント】

- 知識・技能の必要性（WHY）と意味（WHAT）の両方を重視して，生徒が獲得するプロセス（HOW）を考える。（分母の有理化のWHY：大体の大きさがわかる，加減の計算が手際よくできる）
- 習得した内容と既習内容を関連付けて，「何が同じ」で「何が異なる」のかを整理する。
- 習得した内容の“プチ活用”を，問いの流れの中で位置付ける。（用い方≒方法知）