藤原大樹．(2018)．「「逆を考える」ことを重視した二等辺三角形の授業」．日本数学教育学会研究部中学校部会．第 3 回数学授業づくり研究会．p.30-31.

「逆を考える」ことを重視した二等辺三角形の授業

藤原　大樹（お茶の水女子大学附属中学校）

１．本時の目標

三角形が二等辺三角形になるための条件について統合的・発展的に考察し，論理的に確かめ表現することができる．

２．本時の位置付け

本時は小単元「二等辺三角形」の第 2 時である．

第 1 時（前時）では，小学校で操作的に認めてきたことがらを「二等辺三角形の 2 つの底角は等しい」と整理し，「△ABC において AB＝AC ならば∠B＝∠C である」の証明に取り組ませた．生徒は前単元での授業（例：凹四角形の角）等を基に，次のような補助線を引いて考察した．

・∠BAC の二等分線を BC まで引く．
・点 A を通る BC の垂線を引く．
・点 A を通る BC の中線を引く．
・(点 A を通る(？)) BC の垂直二等分線を引く．
・点 A を通る BC の平行線を引く．
・△ABC と合同な三角形を組み合わせる．

進んだ生徒には別の方法も考えさせ，授業の最後には，全員で各方法の可否を確認した．

第 2 時（本時）では，まず前時の証明の過程を振り返って読み，別の性質（頂角の二等分線）を見いだすとともに，新たな発想に基づく方法を教師から紹介する．その上で,「性質の逆は成り立つかな」と問いかけ,「△ABC において，∠B＝∠C ならば AB＝AC である」ことの証明に自立的，協働的に取り組む機会を設ける．

３．本時の主張

学習過程において「命題の逆が成り立つか」という問いを，日常的な数学科の授業の中で積極的に取り上げていこうとするのが本時の主張である．

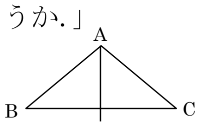
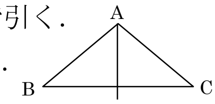
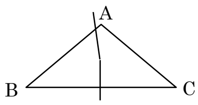
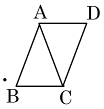
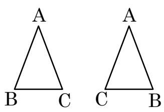
第 2 学年の「B 図形」領域において統合的・発展的な考察を誘発する問いとして，例えば「考察の対象を拡げても同じ結論がいえるか[拡張]」や「仮定を変えても同じ結論がいえるか[条件変更]」に加え,「仮定と結論を入れ替えても成り立つか[逆]」が重要であると考える．しかし，我々は逆を考えることの価値を理解できているだろうか．

逆を考えることについて，清宮（1988）は「逆の研究」を平面図形の発見的研究法の 1 つに挙げている．鈴木（1994）は逆の問題を考える意義を(1)論理的な思考力の育成, (2)数学を発展させるよさの感得，(3)思考実験の機会の提供に集約しており，平面図形の学習に限らないよさとして捉えている（(1)～(3)の文言は筆者が要約）．(1)は，何が原因で何が結果かを明らかにして考える力であり，数学外の不確定な事象を対象とした考察においても汎用的で重要な資質・能力であると考える．例えば，相関関係にある 2 つの変数間にあるのは因果か／擬似相関か，また因果ならば説明変数／目的変数は何か，などを批判的に検討する思考は，学校教育で重点的に指導されていないが社会では重要である（中室・津川，2017）．また，(2)は新たな数学の創造として，(3)は主体的な学びにおける見通しと振り返りとして，新学習指導要領で重視されている. (3)では特に「反例」が大切である．

逆を考えることを指導する機会としては，第 2 学年では平行線の性質 (⇔二直線の平行条件)，二等辺三角形の性質（⇔二等辺三角形になるための条件), 合同な図形の性質(⇔三角形の合同条件)，平行四辺形の性質（⇔平行四辺形になるための条件）などと数多い．筆者は，現行教科書の扱いよりも早く，平行線の性質（⇔二直線の平行条件）で仮定と結論について学び，逆を考えるという行為を繰り返し経験し，これを生徒が自覚化できるようにしたい. それにより,「逆を考えることは簡単に予想がつかなくて楽しい」,「逆を考えることは“いえることを増やしていく”上で重要な思考だ」と捉えられるようになると考える．

しかしながら，生徒の多くは，ある命題とその逆の命題とを同じことがらとして捉える傾向が強いように経験的に思う. 例えば,「合同な 2 つの図形の対応する角がそれぞれ等しい」が,「2 つの図形の対応する角がそれぞれ等しければこれらの図形は合同である」とは限らないと気付きにくい．指導の手立ての 1 つとしては,「作図の順序を入れ換える」(鈴木，1994）ことが有効である．本時でも図をかく場面を設けて，動機付けていく．

4．本時の展開

主な学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点
１．前時の証明を振り返り，新たな性質を見いだして整理する． T「前時の証明から，2 つの底角が等しいこと以外にはどんなことがいえるでしょうか.」 S「頂角の二等分線が底辺の垂直二等分線になっています.」  	・生徒とやりとりしながら証明の過程を振り返り，「二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する」を二等辺三角形の性質として認めていく． ・△ABC≡△ACB を示す方法を紹介する．
２．問題を見いだし，証明に取り組む． T「二等辺三角形の底角についての性質の逆は成り立つでしょうか.」 S「反例は見つからない.」　S「成り立ちそう.」 T「△ABC では，仮定と結論は何でしょうか.」 S「仮定は∠B＝∠C，結論は AB＝AC です.」	・平行線の性質を例に，逆についての学習を想起させる． ・２つの角が等しい三角形の図を複数かいて予想させる． ・図の記号を用いて仮定と結論を表現し，証明問題を焦点化する．
問題　△ABC において，∠B＝∠C ならば AB＝AC であることを証明しなさい.	
T「補助線を引いた人は，その説明を証明の最初に書いておきましょう.」 T「どのような方法で証明できそうでしょうか.」 S：∠BAC の二等分線を BC まで引く． S：点 A を通る BC の垂線を引く． S：点 A を通る BC の中線を引く．  S：BC の垂直二等分線を引く．  S：点 A を通る BC の平行線を引く． S：△ABC と合同な三角形を組み合わせる．  S：△ABC≡△ACB を示す．  S：手がなかなか動かない．	・相等関係などを図に書き込ませる． ・周囲の生徒との意見交換を勧める． ・手が動かない生徒が多ければ，やりとりしながら補助線をいくつか挙げてから取り組ませる． ・中線は，前時とは異なり証明できないことに気付かせる． ・垂直二等分線は，前時同様，点 A を通るとはいえないことに気付かせる． ・進んだ生徒には別の方法も考えさせる．生徒の負担軽減のために，2 つ目以降の証明は概要の箇条書きを認め，促す． ・手が動かない生徒には理由を尋ね，2 つの三角形に分ける考え方を勧める．周囲の生徒を巻き込んで一緒に考えさせる．
３．多様な方法と証明の可否を全体で共有する． T：「どのような方法で証明できましたか.」 T：「『二等辺三角形になるための条件』といいます．三角形が二等辺三角形とまだわかっていないときに使うので『２つの角』と表現します.」	・黒板の図で生徒に簡潔に説明させる． ・「二等辺三角形になるための条件」として黒板に整理する． ・何が原因で何が結果となるのかを明らかにして考えることの大切さを説く．

引用・参考文献

・清宮俊雄（1988）『モノグラフ 26　幾何学－発見的研究法－改訂版』，p.83.

・鈴木誠（1994）「中学校数学科における『逆』の問題づくりに関する研究－オープンエンドアプローチを取り入れた指導を通して－」，日本数学教育学会誌第 76 巻第 7 号 pp.3-10.

・中室牧子・津川友介（2017）『「原因と結果」の経済学』，ダイアモンド社.