

# 統計的思考力の育成を目指した 中1「資料の散らばりと代表値」の 単元指導と評価に関する事例的研究

藤原 大樹

- 1 研究の背景, 目的, 方法
- 2 育成を目指す力のとらえ方
- 3 単元指導モデルの作成と評価の計画
  - (1) 単元指導モデルの作成と評価の計画に向けた留意点
    - i. 単元構成
    - ii. 扱う問題とデータ
    - iii. レポートの作成
    - iv. 統計ソフトの使用
  - (2) 単元指導モデルの作成と評価の計画の実際
- 4 単元指導の実際と考察
  - (1) 第1～2時「10cm-sense①」 ～ヒストグラムの必要性和意味～
  - (2) 第3～4時「10cm-sense②」 ～代表値の必要性和意味～
  - (3) 第5時 「本の貸し出し」 ～代表値の必要性和意味～
  - (4) 第6時 「ランチハンバーグ」～代表値の必要性和意味～
  - (5) 第7～9時「Ruler Catch①」 ～統計的問題解決過程1周目～
  - (6) 第10～12時「Ruler Catch②」 ～統計的問題解決過程2周目～
- 5 評価
  - (1) レポートによる観点「数学的な見方や考え方」の評価
  - (2) 記述式問題による観点「数学的な見方や考え方」の評価
  - (3) 記述式問題による観点「数量や図形などについての知識・理解」の評価
- 6 研究の成果と課題
  - (1) 主な知見
  - (2) 今後の課題

[参考・引用文献] [資料1] [資料2]

## 1 研究の背景, 目的, 方法

平成 24 年から新しい中学校学習指導要領が全面実施される。ここでは、「情報化」や「国際通用性」などの観点から、新領域として「資料の活用」が位置付けている（中央教育審議会，2008；文部科学省，2008a）。

同領域において育成すべき能力や学習活動の方向性は『中学校学習指導要領解説数学編』（文部科学省，2008b）（以下、『解説』）やその関連書籍（清水，2009）で示されたり，社会の要請や海外のカリキュラムなどを基にした学会誌論文（渡辺，2011 など）や教育誌（杉山，2009；藤井，2009 など）で議論されたりしている。これらに共通することは，無目的な資料の整理に終始するのではなく，実社会で問題解決するという目的のために統計データを集めて整理しその傾向を読み取り表現していく過程を通して，統計的思考力を育成することをねらいとしていることである。

また，生徒の認識や表現の困難性を指摘する研究（小口・青山・藤井，2011 など）や具体的な指導の提案（新井，2009 など）も増えてきている。生徒の学習を支援するフリーの統計ソフトの開発も進んできており，授業における統計ソフトの具体的な使用事例や学校数学という視点からの統計ソフトの比較についても検討されてきている（松元・青木，2011；垣花，2011 など）。

しかし実際の学校現場レベルでは，教科書の補助資料が全校に配布されて指導と評価がすでに先行実施されているにもかかわらず，単元における望ましい指導展開や評価の仕方が確立されてきているとは言い難く，まだ定番といえるような単元構成が存在しない（永田，2009a；永田，2010；青山，2010）。統計的思考力の育成に向けた指導と評価について，理論的枠組に基づいて実践し，その成果と課題を積み重ねていくことは喫緊の研究課題である。

そこで，本研究では中 1 の「資料の活用」領域，つまり「資料の散らばりと代表値」単元に焦点を当て，研究の目的を次のように設定する。

### [研究の目的]

統計的思考力の育成を目指した中 1 の「資料の散らばりと代表値」単元の指導モデルと評価計画を考案し，その有効性を検討すること。

この目的を達成するために，次の方法で研究を進めていくこととする。

### [研究の方法]

- ① 育成を目指す統計的思考力の捉え方を明確にする。
- ② 上記の能力を育成する方策として，文献を基に単元指導モデルと評価計画，具体的な授業を立案する。
- ③ 授業を実践し考察する。
- ④ 評価を実践し考察する。

## 2 育成を目指す力のとらえ方

統計教育で育成を目指すものとして、「統計的思考力」や「統計的リテラシー」など、様々な概念がある。これまでの議論を包括する形で、Dani Ben-Zvi and Joan Garfield (2004) が定義した「統計的リテラシー」、「統計的推論」、「統計的思考力」が国際的に主流であろう。以下、筆者による和訳を掲載する。

- 統計的リテラシー (Statistical literacy) は、統計的な情報や調査結果を理解するときに使われる基本的かつ重要な技能 (skill) を含んでいる。これらの技能は、データを組織したり、表をつくって見せたり、データの異なる表現を扱うことを含んでいる。また、統計的リテラシーは、概念、用語、記号について理解していること、及び不確定な測定としての確率についての理解していることまでも含んでいる。
- 統計的推論 (Statistical reasoning) は、人々が統計的アイデアを用いて推論したり、統計的な情報を認識したりすることとして定義されている。これは、データの集まりやデータの表現、データの統計的な要約を基に解釈することを含んでいる。統計的推論は、ある概念を他のもの (例えば、中心傾向と散らばり) に関連付けることを含んでおり、データと起こりやすさについてのアイデアを結び付ける。推論することは、統計的なプロセスを理解し説明できることと、統計的結果を十分に解釈できることを意味している。
- 統計的思考力 (Statistical thinking) は、なぜどのように統計的な調査が導かれているのか、及び、統計的調査の背後にある「重大なアイデア」を理解することを含んでいる。これらのアイデアは、どこにでもあふ散らばりの傾向、及び、データの数値的な要約や視覚表示のようなデータ分析のふさわしい方法をいつどのように使えばよいのかを含んでいる。統計的思考力は、標本調査の特性、我々が人口の標本からどのように推測するのか、なぜ因果関係を確立するために設計された実験が必要とされるのかを理解することを含んでいる。それは、どのようなモデルがランダムな現象のシミュレーションに使われていたのか、どのようなデータが確率の見積もりにつながるのか、調査のプロセスを促進するために既存の推測のツールがいつ及びなぜ使われるのかを理解することが含まれる。また、統計的思考力は、調査を形づくるときや結論を導くときに問題の文脈を理解し利用できることや、全体のプロセス (問題の設定、データの選び出し、分析方法の選択、仮説の検証、その他) を認識して理解することを含んでいる。最終的に、統計的思考を行う者は、問題解決や統計的研究の成果を批評することができる。

概観すると、統計的リテラシー、統計的推論、統計的思考力の順に上位概念となっており、統計的思考力まで身に付けることで、既存の統計的な結果や主張を鵜呑みすることなく、批判的に解釈しながら生活することができるとしている。これを基に、この3つを比較的馴染みのある用語を用いてまとめると次のようになる。なお、関係する観点別評価の観点を[括弧]で略記する。

統計的リテラシー (SL)：統計に関わる基本的な知識及び技能を身に付けること

SL-1 統計に関する表やグラフをつくったり解釈したりするなど、基本的な統計的な技能を身に付けていること [技]

SL-2 基本的な統計的な概念、用語、記号を理解していること [知][技]

SL-3 不確定な事象における確率を理解すること [知]

統計的推論 (SR)：既存の統計的なプロセスや結果を解釈し説明できること

SR-1 データそのものやその表及びグラフ、データの統計的な要約を基に、その意味を解釈できること [技][見]

SR-2 データを既知の統計的な知識・技能と関連付けて解釈できること [技][見]

SR-3 解釈した統計的なプロセスや結果を説明できること [知][見]

統計的思考力 (ST)：文脈を踏まえて統計的問題解決を実行したり、既存の統計的問題解決とその背景を理解したりすること

ST-1 統計的な調査の背景やそこに潜む重要なアイデアを見抜くことができること [見]

ST-2 代表値を求めることやグラフ表示、標本調査などといった統計的手法の必要性と意味、及び方法を理解していること [知]

ST-3 文脈を踏まえて統計的問題解決を実行し、その全体を説明できること [見]

以上を踏まえ、統計的思考力を「文脈を踏まえて統計的問題解決を実行できたり、既存の統計的問題解決とその背景を理解したりすること」ととらえる。

また、本研究では、本格的に統計に慣れ親しんでいない中1の生徒が対象であることから、特にST-2及びST-3の育成を目指して進めていくこととする。ST-1については、標本調査に強く関わる上、生徒の発達の進展や関心の広がりに応じて暫時的に育成していくべきであると考えため、中1が対象である本研究では視野に入れつつも焦点は当てずに進めることとする。

### 3 単元指導モデルの作成と評価の計画

『中学校学習指導要領』（文部科学省，2008a）で示された指導内容は、

<p>(1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。</p> <p>ア ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。</p> <p>イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。</p> <p>〔用語・記号〕 平均値 中央値 最頻値 相対度数 範囲 階級</p>
--

である。主として、アは基本的な知識・技能の習得、イはその活用を意図しており、前述のST-2とST-3との関連が見いだせる。

学習指導要領の内容	本研究における統計的思考力
ア ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。	ST-2 代表値を求めることやグラフ表示などといった統計的手法の必要性と意味を理解していること（標本調査は中3の内容のために省略）
イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。	ST-3 文脈を踏まえて統計的問題解決を実行し、その全体を説明できること

つまり、Dani Ben-Zvi and Joan Garfield (2004)における統計的思考力と、学習指導要領が求める「資料の活用」領域で身に付けさせたい力は同じ方向性であるといえる。さらには、ST-1を含めると、前者の方がより広く深い力の育成を求めているようにも解釈できる。

以上のことを踏まえ、単元指導と評価の計画について検討していく。

#### (1) 単元指導モデルの作成と評価の計画に向けた留意点

単元指導モデルを作成する上でどのような点に留意していけばよいのだろうか。橋本・坪田・池田(2003)では、「教師，子ども，教材」を授業研究における3つの構成要素ととらえ、授業研究会を通してそれぞれを見る目が養われるとしている。この3つの構成要素を「資料の散らばりと代表値」の単元構成に置き換えると、次のようにとらえられる。

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>○教師・・・単元構成（習得と活用），指導，評価</li> <li>○子ども・・・活動（レポート作成）</li> <li>○教材・・・問題，データ，教具（統計ソフト）</li> </ul> |
|--|

これらを整理し、単元指導モデルを「i. 単元構成」，「ii. 扱う問題とデータ」，「iii. レポートの作成」，「iv. 統計ソフトの使用」の視点で考

察していく。なお、指導については上記 i ～ iv にそれぞれ含めて検討し、評価については単元指導モデルとは別に検討することとする。

### i. 単元構成

単元構成に関して青山（2010）は、「基本的な統計概念やグラフのかき方などを「資料の整理」のように指導した後に「活用」の場面を設定すればいいのか」と課題を挙げている。これは見直すべき「資料の「整理」に重きをおく傾向があった」（『解説』p.49）単なる習得型の授業と、それを終えた後に習得した知識・技能の利用場面として活用型の授業を位置付けることを疑問視したものといえる。この単元構成に関して、永田（2009b）は「子どもたちが問題の解決に取り組む機会は必要以上に少なくなってしまう恐れがある」と述べている。『学習指導要領』に位置付けられた「資料の活用」指導の意義は、①不確定な事象を取り扱うこと、②問題の解決に取り組むこと、③対象をとらえ説明すること、と『解説』に述べられている（文部科学省，2008b）。特に、問題の解決の過程を大切にし、その中で対象をとらえ説明する機会を、習得と活用の授業の両方で大切にしていくことを目指している。

なお、習得と活用と探究は、「決して一つの方向で進むだけではなく、例えば、知識・技能の活用や探究がその習得を促進するなど、相互に関連し合って力を伸ばしていくものである」と述べられている。つまり、習得と活用と探究は互いに補完的な学習活動といえる。このような学習過程を通して、本単元においても統計的思考力を育成していくべきといえる。

以上のことを踏まえ、単元構成について次の3点に留意する。

- ア. 主として習得の授業で、扱うデータや発問を工夫して、生徒がもともとつ統計的な視点や経験から、授業者が習得させたい知識・技能が生み出されるような問題解決的な授業を展開する。その際、小学校算数科との接続に配慮する。
- イ. 上記アの後で、主として習得に重きを置きながら、生み出された知識・技能のどれかに焦点をあて、そのよさが感じられ、かつ使い方が理解できるような問題解決的な授業を設定する。
- ウ. 主として活用の授業で、生徒が解決する意義を感じられる問題場面を設定するとともに、統計的問題解決過程の2周目までを経験させる。

上記ア.について、問題の解決を通すという授業は大切である。しかし、解決の目的が「実社会の問題の答えを得ること」なのか「新しい知識・技能を得ること」なのか混同しては、生徒の混乱を招き、生徒の主体的なかかわりを阻みかねない。そこで、生徒の学習意欲を掻き立てるようなデータを扱い「これら2つの集団を比較すると、傾向がどのような点で異なるか」とオー

プンエンドに問い，説明させることを提案する。つまり生徒の考察対象が，文脈のある問題の解決ではなく，データの分布自体になる活動を単元の導入に盛り込むのである。中央値を除く最頻値，ヒストグラム，範囲，階級，相対度数などは，生徒が持ち合わせた統計的な視点や経験から生徒が生み出せるものと期待できる。

なお，小学校算数科では，「（４）資料の平均や散らばりを調べ，統計的に考察したり表現したりすることができるようにする。ア 資料の平均について知ること。イ 度数分布を表す表やグラフについて知ること。」について学習している（文部科学省，2008c）。ともに「知ること」程度のものであるため，度数分布表やヒストグラムの必要性と意味については中学校で改めて指導していくことが大切であるといえる（文部科学省，2008b）。

上記イ.については，具体的な問題場面でよさを実感できる場を設定し，その使い方をメタ認知して，知識として身に付けさせる。例えば上記アで，中央値だけは教師側から紹介したとしても，その後で外れ値を含むデータを扱い，生徒に何らかの判断を迫る問題場を設定すれば，生徒は中央値の必要性やよさが実感できよう。なお，このア.とイ.は前述2.で定めた統計的思考力のST-2の育成に寄与するものとする。

上記ウ.については，これは，総合的な学習の時間（図1 文部科学省，2008d）を含むその後の学習や将来の社会生活において，統計的問題解決を進めていくことを目指している。統計的問題解決過程として，渡辺（2011）でニュージーランドのPPDACとイギリスのPCPDが紹介されている。例えばPPDACは，図2のような，Problem（問題の設定）→Plan（実験や調査の計画）→Data（データの収集）→Analysis（分析）→Conclusion（文脈に即した解釈と問題に対する結論）で定義されている（Wild & Pfannkuch, 1999）。

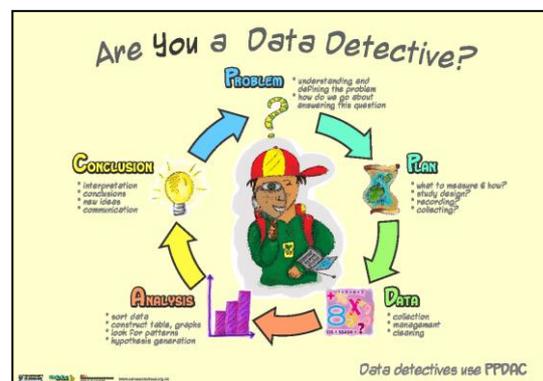
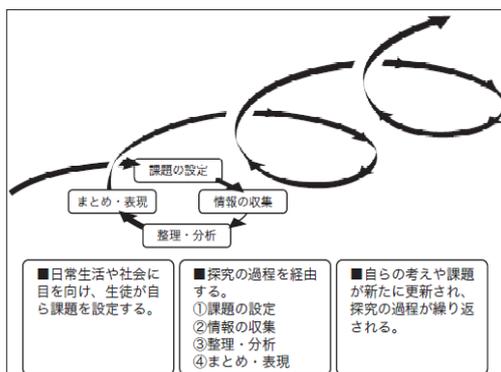


図1 総合的な学習の探究的な学習 図2 統計的問題解決過程PPDAC

この統計的問題解決過程は，このサイクルを1周して終わりではなく，残された課題や不足点を克服するために，既にあるデータを層別したり新たなデータを加えたりして，必要に応じて2周目以降までも実現する再帰的な過程

である。その意味では、図1のような探究的な過程を踏むともいえよう。2周目を経験させられない場合には少なくとも、問題の解決に対して残された課題や不足点を明確にし、有効性と限界を示してから活動を終えるべきである。そのためには、生徒の関心や意欲が持続する教材・問題やデータ、生徒主体となる授業展開、活動時間の捻出が鍵となろう。なお、このウ.は前述2.で定めた統計的思考力のST-3の育成に寄与するものと考えている。

なお、この「主として習得の授業」及び「主として活用の授業」における「習得」と「活用」は授業のねらいを意味している。特に、「主として習得の授業」では、習得した知識・技能を活用しながら新たな知識・技能を習得する場面、すなわち相馬（2008）の「活用させながら習得させる授業」であり、「考える力と知識・技能を「バランスよく、同時に」」育成することを考慮にいたした単元構成である。決して、「習得させてから活用させる」単元構成や「教えてから考えさせる授業」を意味するものではない（藤原，2012）。

## ii. 扱う問題とデータ

不確定な事象を扱うことにそれほど慣れていない生徒にとって、「資料の活用」単元の授業は、扱う問題やデータによって、活動が自分事になるかどうか、大きく異なると考えられる。そこで、生徒が主体的に活動できるよう、扱う問題とデータについて、次の3点に留意する。

ア. 上記ア及びイのデータを含んだ、生徒が解決する必要性を感じる問題を扱う。

イ. 生徒が関心をもって主体的にデータの分析処理に係るために、次の条件のどれか1つは満たされているようにする。（渡辺，2007）

- ①生徒にとって関心のあるデータ
- ②生徒が自らデータ形成に関わったデータ
- ③意外な発見が隠されているデータ

ウ. 中1の本単元では、社会的なデータよりも、実験値を中心とした日常生活に関わる身近なデータを中心に扱う。

上記ア.については、不確定な事象を扱うことにそれほど慣れていない生徒にとって重要である。教師から提示された問題を考える中で新たな問い（課題）が生徒の中に生まれ、興味がいつそう湧き上がるようなものが望ましい。これは本単元に限ったことではないが、特に実社会との関連が強い本単元では重要であると考えている。

上記イ.については、渡辺（2007）の引用である。①は、主体的な統計の学習を進める上で重要であることは誰もが認めよう。②は、前述のPPDACにおけるPlanに関連する条件であり、目的のある数学的活動を統計の学習

において位置付ける上では欠かせない。②は①の関心をいっそう強化するものであるといえる。③は、たとえ①や②が満たされておらずとも、統計的手法のよさを実感させたり、その後の統計学習の動機づけをもたせたりする上で重要な条件であるといえよう。

上記ウ.について、『解説』p.33では、数学的活動の例示のうち、「イの数学を利用する活動では、第1学年で範囲を「日常生活」とし、第2、3学年では「社会」まで広げている」。生徒の発達段階や関心の広さ、現実味の範囲を踏まえ、中1「資料の散らばりと代表値」では日常生活など身近なデータから扱い始め、中2、中3と学習が進むにつれて社会的なデータを中心に扱っていくように移行していくことを想定している。特に、上記ア.の②にも関連するが、生徒がデータを生成したり収集したりする過程を重視するため、中1が対象であることを鑑み、本稿では簡易なゲームなどによる生徒の実験値を扱うことを提案したい。その際、個人データに対する誹謗・中傷のないように事前に配慮・指導しておく必要がある。また、統計ソフトを使用するかどうかによって、データの個数についても考慮が必要である。

### iii. レポートの作成

『解説』p.140では、「数学的活動の過程を振り返り、レポートにまとめ発表することなどを通して、その成果を共有する機会を設けること」としている。生徒が活動の成果をレポートにまとめることは、自らの思考や表現を整理することにつながるとともに、他者が考えや感じたことを読み取りやすくなる。よって授業者による評価資料としても使うことができる。国立教育政策研究所(2011)(以下、『参考資料』)においても本単元におけるレポートによる指導と評価の事例が掲載されており(pp.59-66.)、これからの学校現場における実践の1つの方向性を示している。そこで、レポートの作成について、次の3点に留意する。

- ア. 統計的問題解決の成果をレポートにまとめさせる。
- イ. 説明し伝え合う活動を通して、互いのレポートの内容を共有するとともに、レポートを評価・改善し、統計の手法を根拠にした説明の留意点を理解できるようにする。
- ウ. 上記イで理解した点に留意して、別の活動の成果をレポートにまとめさせる。

唐突に生徒に「レポートにまとめなさい」と指示しても、はじめからの確にかけるものではないであろう。そこで、上記イ.の活動を通して指導し、このことを基にして、上記ウ.の活動で自立的にレポートをかけるように、段階を踏んでいくことが考えられる。つまり、受信・思考・発信の過程を通して、

生徒自身が成長し、それを実感することを目指すのである。

評価の視点で見ると、上記ア.とイ.の活動が「指導に生かすための評価」場面、上記ウ.の活動が「記録するための評価」場面といえる（横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校，2012）。生徒に探究の過程や結果をレポートに記述させることは、授業者が生徒の統計的思考力（特に ST-3）を指導し評価していく上で重要である。

#### iv. 統計ソフトの使用

『解説』には、統計ソフトの使用による作業の効率化、及び手作業の重要性が述べられている。生徒に一人一台使わせるか、教師の提示用として使うかなど、有効な利用方法の工夫が必要である。そこで、生徒が統計的探究を円滑に進められるよう、統計ソフトの利用について次の2点に留意する。

ア. 基本的な操作に限定されていて容易に使用できる統計ソフトとして、「SimpleHist」と「stathist」を併用する。まずは、機能が比較的限定されている前者を全員に使用させ、生徒の要望に応じて後者を使用させる。

イ. 有効な利用に向けて、第一段階として、生徒が手作業でヒストグラムや代表値を求めさせる。第二段階として、生徒は手作業だが、教師が教室で操作して生徒に提示する。第三段階として、使い方を説明した上で一人一台ずつ使用させる。

上記ア.について、「SimpleHist」は宮崎大学の藤井良宜氏が開発したフリーソフトで、「stathist」は静岡大学の松元新一郎氏の研究グループが開発したフリーソフトである。ともに読み込んだり打ち込んだりしたデータを基に、容易に度数分布表やヒストグラム、度数折れ線を、階級幅等を変えて表示できる。これらの違いとしてはまず、前者はグラフを重ねて表示できないが、後者はできる上、相対度数のグラフまでも表示できる点にある。また、表示される最頻値は、前者が「出現頻度が最も高い値」であるのに対し、後者は「度数の多い階級の階級値」が表示される点も異なっている。

上記イ.について、統計ソフトを使用する前提として、手作業で代表値を求めたり表やグラフをかいたりする機会をきちんと確保することが重要である。段階的に、生徒が抵抗なく統計ソフトに関心を向けられるようにする。

#### (2) 単元指導モデルと評価の計画の実際

上記(1)では、i～ivの視点で単元指導モデルと評価の計画についての留意点をあげた。まとめると以下の点になる。

#### [ i . 単元構成 ]

- ア. 主として習得の授業で、扱うデータや発問を工夫して、生徒がもともとつ統計的な視点や経験から、授業者が習得させたい知識・技能が生み出されるような問題解決的な授業を展開する。その際、小学校算数科との接続に配慮する。
- イ. 上記アの後で、主として習得に重きを置きながら、生み出された知識・技能のどれかに焦点をあて、そのよさが感じられ、かつ使い方が理解できるような問題解決的な授業を設定する。
- ウ. 主として活用の授業で、生徒が解決する意義を感じられる問題場面を設定するとともに、統計的問題解決過程の2周目までを経験させる。

#### [ ii . 扱う問題とデータ ]

- ア. 上記ア及びイのデータを含んだ、生徒が解決する必要性を感じる問題を扱う。
- イ. 生徒が関心をもって主体的にデータの分析処理に係るために、次の条件のどれか1つは満たされているようにする。(渡辺, 2007)
  - ①生徒にとって関心のあるデータ
  - ②生徒が自らデータ形成に関わったデータ
  - ③意外な発見が隠されているデータ
- ウ. 中1の本単元では、社会的なデータよりも、実験値を中心とした日常生活に関わる身近なデータを中心に扱う。

#### [ iii . レポートの作成 ]

- ア. 統計的問題解決の成果をレポートにまとめさせる。
- イ. 説明し伝え合う活動を通して、互いのレポートの内容を共有するとともに、レポートを評価・改善し、統計の手法を根拠にした説明の留意点を理解できるようにする。
- ウ. 上記イで理解した点に留意して、別の活動の成果をレポートにまとめさせる。

#### [ iv . 統計ソフトの使用 ]

- ア. 基本的な操作に限定されていて容易に使用できる統計ソフトとして、「SimpleHist」と「stathist」を併用する。まずは、機能が比較的限定されている前者を全員に使用させ、生徒の要望に応じて後者を使用させる。
- イ. 有効な利用に向けて、第一段階として、生徒が手作業でヒストグラムや代表値を求めさせる。第二段階として、生徒は手作業だが、教師が教室で操作して生徒に提示する。第三段階として、使い方を説明した上で一人一台ずつ使用させる。

これらの留意点に基づき、次の単元指導モデルを作成した。

次	時	主たる課題	習得する知識・技能等
主として習得	1	各生徒が 10cm の長さを目分量で切った資料を基に，自分の位置とデータの散らばり具合を表すよい方法を考えよう。	ヒストグラムの必要性和意味
	2	C 組と B 組で傾向を比較するために，B 組のヒストグラムをかこう。	度数分布表の意味とかく技能，ヒストグラムをかく技能，階級，度数，階級幅の知識
	3 4	C 組と B 組のヒストグラムから，それぞれの傾向の違いを比較しよう。	代表値と範囲の用語と意味，ヒストグラムの形の知識
	5	ある中学校の D 組と E 組とで，どちらが図書室の本をよく借りているクラスかを考えよう。	中央値の必要性和よさ
	6	あるレストランの顧客アンケートから，ランチハンバーグの適量を考えよう。	最頻値の必要性和よさ
	主として活用	7 8	C 組と先生とでは，どちらの反応時間が速いといえるか調べ，レポートにまとめよう。
9		レポートを説明し合おう。また，双峰型の「先生」の資料はどのような要因で 2 つの集団に分けられるかを考えよう。	統計の手法を根拠にした「よい説明」のためのポイント，双峰型の分布に対する見方と知識
10 11 12		「先生」の資料を，男女別あるいは年齢別で分けて，それぞれ単峰型になるかを調べよう。それぞれを C 組と比較してレポートにまとめよう。	相対度数

留意点 i .について，習得・活用・探究について，第 1～4 時をア，第 5～6 時をイ，第 7～12 時をウに対応させた。第 1 時は小学校算数科との接続を意識している。

留意点 ii .について，扱うデータは第 1～4 時と第 7～12 時は日常生活のデータ（生徒や先生の実験値）を扱い，第 5 時は日常生活と社会の中間的なデータ，第 6 時は社会的なデータを扱った。いずれもアの条件のどれかを満たしているようにした。

留意点 iii .について，統計的に問題解決した成果を第 7～9 時で B5 版 1 枚，第 10～12 時で B5 版 1～2 枚のレポートを作成させることにした。統計的な手法を基に記述することに慣れさせるため，第 3～6 時では根拠を基に説明する活動を意図的・継続的に行えるようにした。さらには，第 7～8 時で作成したレポートを第 9 時に生徒同士で評価・改善し合ったりよりよい説明にするための留意点を共有したりすることで，第 10～12 時で作成するレポートの質を高められるようにした。

留意点iv.について、第1～4時を第1段階、第5～6時を第2段階、第7～12時を第3段階とした。第3段階については、まず第7時で全員に「SimpleHist」を使用させ、グラフを重ねたいなどと申し出た生徒を対象に、必要に応じて「stathist」を使用させることにした。

なお、学習指導要領の「内容に掲げる事項の順序は、特に示す場合を除き、指導の順序を示すものではない」（文部科学省、2008e p.34）ため、本単元の学習内容である「誤差と近似値」及び「有効数字」の内容は「正負の数」単元で学習することとした。理由は次の2つである。

- ・「正負の数の利用」の小単元で、生徒の実験値（目分量で8cmに切った紙テープの計測値）を用いて仮平均の考えについて学習した（藤原，2011a）。その実測と関連させて「誤差と近似値」を指導することで、『解説』p.81で謳われているような実感を伴った有効な学習が可能のため。
- ・「誤差と近似値」における「有効数字」を、「正負の数」における「累乗」の社会活用場面として指導することで有効な学習が可能のため。

「記録するための評価」については、観点「数学的な見方や考え方」はレポート（第10～12時）と定期テストの両方を評価資料として用いることとした。また、観点「数学的な表現・処理」及び「数量や図形についての知識・理解」については定期テスト、観点「数学に対する関心・意欲・態度」については授業観察及びワークシートへの記述を評価資料として用いることとした。詳細は本研究「5 評価」で述べる。

## 4 単元指導の実際と考察

### （1）第1～2時「10cm-sense ①」 ～ヒストグラムの必要性和意味～

#### ①本時の目標

分布の全体像を表す表現方法として、ヒストグラムや度数分布表の必要性和意味を理解する。（第1時）

資料を度数分布表とヒストグラムを用いて整理することができるとともに、階級幅によってヒストグラムの見え方が異なることを理解する（第2時）



図3 10cmに切る

#### ②扱うデータについて

各生徒が目分量で紙テープを10cmの長さに切った実験データを扱った（図3）。その理由は手軽に扱える、生徒が形成に係った生のデータであり関心をもって取り組めそうなこと、さらにデータ数が45個のため資料を手作業で整理するのにちょうどよいこと、他のクラスなど複数の集団で傾向を比較しやすいことが挙げられる。自分の位置や散らばり具合、他クラスとの比較について、生徒が素直に関心を向けられるものと期待した。なお、対象生

徒は「正負の数」単元で、類似の活動を行っており（藤原，2011a），その直後に「誤差と近似値」を学習済みである。

### ③授業の実際

#### [第1時]

本単元の導入として、「長さの感覚を調べてみよう」と投げかけ、紙テープを目分量で10cmに切り、その長さを定規で測って小数第2位を四捨五入したデータを各自がつくった。そして、その数値(45個分)をワークシートに記入させた。その際、「誤差と近似値」の学習に触れ、意識させるようにした。その後、「このデータを基に何を調べたいですか」と問うと、「平均」、「合計」、「最長と最短」、「10cmとの差（絶対値）」、「他クラスとの比較」、「自分の位置」という意見が出された(図4)。分布に関する意見が出なかったため、授業者から「だいたい何cmくらいが多いのか、調べたくないであるか」と持ち掛けると、多くの生徒が「調べてみたい」という反応を返した。そこで、次の発問をした。

「自分の位置」や「全員の記録の散らばり具合」を調べるのに良い整理の仕方を考えよう。

教室では、次のようなやりとりがあった。

- T：どのように整理すれば良いでしょうか。
- S1：大きい順か小さい順に並べ替えるといいと思います。
- T：なるほど。並び替えることで、全体像が見えやすくなりますね。数値をずっと並べていくということですね。
- S2：先生、そうしたら、「何cmから何cm」のように枠をつくって、棒グラフに表わすってというのはどうですか。縦は人数で。
- S3：ああ、何cm台とかと表せる。何世紀…とかのように。
- T：なるほど。みんなはいい方法だと思いますか。
- S4：(個々が口々に) うんうん。いいと思う。
- S5：先生、割合を知りたければ、円グラフがいいと思います。
- T：ほう。割合の発想がよく出たね。これは第2段階でしょうかね。
- T：では、まず先ほどの棒グラフをつくってみましょう。あ、そうだ。みなさんはネームプレートを持っていますね。あれをつなげていってはどうでしょうか。
- S6：(個々が口々に) ああ、それいい。簡単。

S1の考えはデータを整理する際の第1作業であり、S2の考えは既習の棒グラフを発展させたもので、他の生徒は納得していた。S5の割合の考えは相対度数につながるもので、後日の授業で触れようと考えた。またネームプレートは、普段学級活動等でよく使用するものであり、裏に磁石を貼った小さな長

方形の厚紙に個人名を書いたものである。係を決めたり考えをまとめたりするときには黒板に貼って用いている。

ネームプレートは1.0cmごとに区切って貼るということを生徒たちで決め、境界にあるデータ（例：9.0cm）の扱いを確認した後に、8cm台、9cm台、…という要領で1人ずつ黒板に貼っていった。5分ほどして全員が自分のネームプレートを貼り終わり、黒板に白いグラフが完成すると、生徒たちは「おー」や「すごい」などと歓声をあげた（図4）。

各階級に含まれる人数（度数）を順に確認した後、生徒には「自分の位置」と「散らばり具合」をグラフから読み取らせ、新しい用語として「ヒストグラム（柱状グラフ）」を紹介して板書し、第1時を終えた。

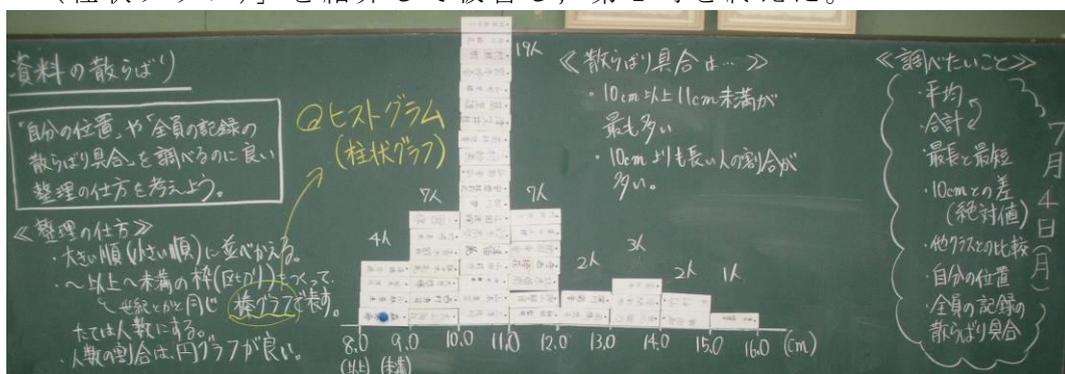


図4 C組の板書

[第2時]

まず、印刷しておいたC組のヒストグラムの写真（図4）をワークシートに貼らせて、第1時の意見を基に、C組とB組と資料の散らばり具合を比較しようとして投げかけ、B組の第1時のヒストグラムの写真をプロジェクターで提示した（図5）。



図5 B組の板書

教室では、次のようなやりとりがあった。

T : B組のヒストグラムはこのようになりました。（図5を提示）  
 S1 : なんか平べったい…。 S2 : 横に広がっている。  
 S3 : あれ、目盛が違う。 S4 : あ、ほんとだ0.5cmずつになっている。  
 T : いいことに気付きたね。この1つ1つの区間のことを「階級」とい  
 い、階級の幅のことを「階級幅」といいます。みんなが気付いた目盛

の違いを、この用語を使って表現するとどうなりますか。

S5：階級幅が C 組は 1.0cm だけど B 組は 0.5cm になっています。

T：そうであるね。これから C 組と B 組の傾向の違いを比較しやすくするにはどうすればよいでしょうか。

S6：階級幅を揃えてヒストグラムをかけばよいと思います。

こうして階級幅 0.5cm の B 組のヒストグラムの度数を、隣り合う 2 つの階級ごとにまとめて階級幅 1.0cm の度数分布表をつくり、ヒストグラムをかいていきた。なお、ワークシートには薄い方眼入りのワークシートを用いて(図 6)、度数分布表とヒストグラムをかきやすいように配慮した。

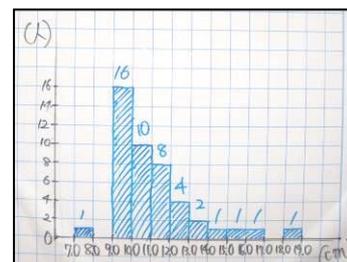


図 6 ヒストグラム

#### ④考察

導入として、生徒の関心を高めやすいような、生徒自身が形成に係った実験データを扱った。自分たちの個人データであり、ゲーム感覚のものなので扱いやすく、自クラスと他クラスとの比較にも自然と興味を示した。

対象生徒は移行措置のため第 6 学年でヒストグラム（柱状グラフ）は未習であった。そこで第 1 時では、ヒストグラムや度数分布表の前段階でしばしば扱われるドットプロットの要素を取り入れてネームプレートを自分自身で黒板に貼り付けさせた。この方法は直観的・体験的にヒストグラムを理解できた。身近な物を用いたグラフ作成で驚きが生まれ、関心も高められた。

また、第 2 時では他クラスと比較するため、B 組のヒストグラムを C 組のものに階級幅を揃えてヒストグラムをかいていった。割合の学習など小学校から学習してきた、同じ土俵で比較するという基本的な知識に支えられ、目的意識をもってヒストグラムをかくことができた。なお、方眼付のワークシートとして、目盛のないものを使ったが、グラフをかくという手作業を支えるのに十分効果的であった。必要な場面で必要な数学的表現（グラフや表など）をかくという姿勢を生徒たちに示すことができたことも収穫であった。

なお、「誤差と近似値」が既習であったため、生徒は計測値を小数第 1 位までで表すことの意味や誤差の範囲をスムーズに理解することができた。

### (2) 第 3～4 時「10cm-sense ②」 ～代表値の必要性と意味～

#### ①目標

2 つの資料における傾向の違いの比較を通して、代表値（平均値，中央値，最頻値）や範囲の意味を理解する。

#### ②扱うデータ

B 組と C 組における、第 1～2 時と同じデータを用いた。

### ③授業の実際

生徒がもともとつ統計的な視点や経験から、授業者が習得させたい知識・技能が生み出されるような問題解決的な授業を意図して、C組とB組の傾向を比較する場面を第3時に設定した。また生徒自身の言葉で傾向の違いを表現し、それに数学的な用語を関連付けたり表現を洗練させたりする場面として第4時を設定した。

#### [第3時]

第3時では、「2つの集団の傾向をヒストグラムで比較する際、どのように工夫すれば比較しやすいでしょうか。」と発問した。すると、次の発言があった。(その工夫を考え付いた着想や理由を授業者が尋ねている。)

- S1：横の目盛（階級幅）や縦の目盛（度数）を合わせ（て横に並べ）る。前の時間でもやったけど、目盛が違うと比較しづらいから。
- S2：2つのヒストグラムを重ねる。ぴったり重ねると見えにくいから、色を変えてそれぞれの階級ごとに棒（柱）を横に並べるといいと思う。直接比較ができるし、そういうのをニュースで見たことがあるから。
- S3：2つのヒストグラムをそれぞれ横にして（人口ピラミッドみたいに）合わせる。どこの階級が多いとか比較しやすいから。（図7を参照）
- S4：やっていいかわからないけど、2つのヒストグラムを（小学校で習った）折れ線グラフみたいにして重ねる。ヒストグラムを重ねると1つ1つの長方形に幅があって見えにくいけど、一番上の点だけ残して折れ線グラフにすれば。重ねても見えやすいから。

聞いている生徒は、どの発言にも納得の様子だった。特に、S4の発言に対し、度数折れ線という名前がついた便利な表現方法であることを伝えると、S4に対して拍手が起こった。4人の発言のおかげでヒストグラムへの見方が広がったことを褒め、後日に度数折れ線を学ぶことを伝えた。

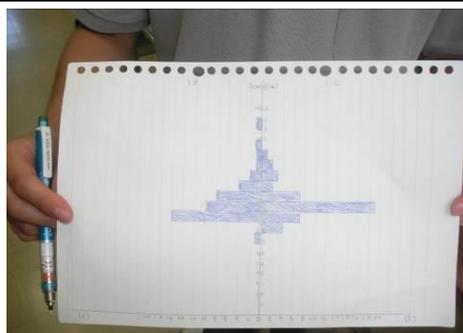


図7 合わせるイメージ

そしてS1の発想を基に、「階級幅を等しくしたB組とC組のヒストグラムを比較して、その違いをいろいろな視点から分析しましょう。」と投げかけ、ワークシートを配布した。ワークシートには、第1時でつくったC組のヒストグラムの写真と第2時で筆者がかいたB組のヒストグラムの写真を、階級幅と度数の目盛をだいたい揃えて横に並べて、載せておいた（図8，13）。また、実際のデータも、必要に応じて使えるように載せておいた（図13）。

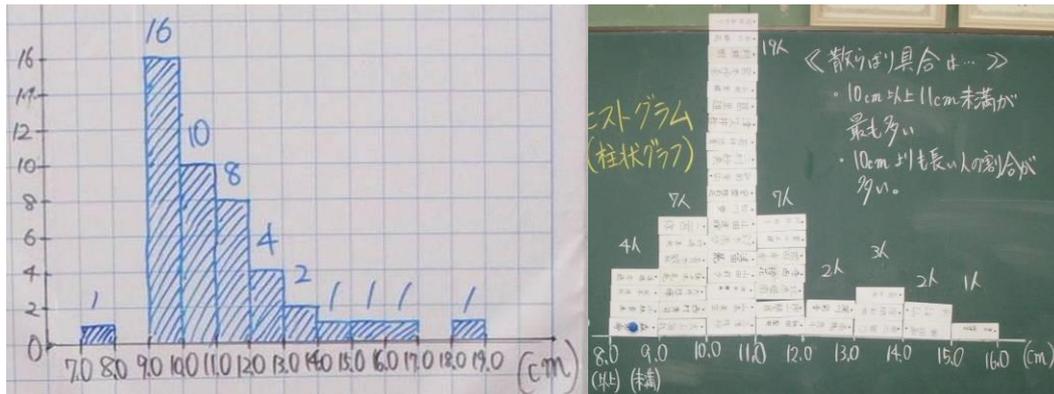


図8 階級幅などを揃えたB組とC組のヒストグラム

次に、ワークシートに記述する際の留意点として、次の2つを板書した。

- ・結論（わかった違い）とその根拠（何からわかったのか）を分ける。
- ・学習した用語（階級、度数、階級幅、ヒストグラム、度数分布表など）を必要に応じて用いる。

その後、必要に応じて電卓（CASIO AZ-90J）を使うように指示し、個人作業に入った（図9）。筆者は前述の留意点について不足や誤りはないかを机間指導した。生徒たちは範囲や最頻値は未習のため、それらの用語は用いないで記述していた（図10）。中には、（度数）×（階級値）



図9 必要に応じた電卓の使用

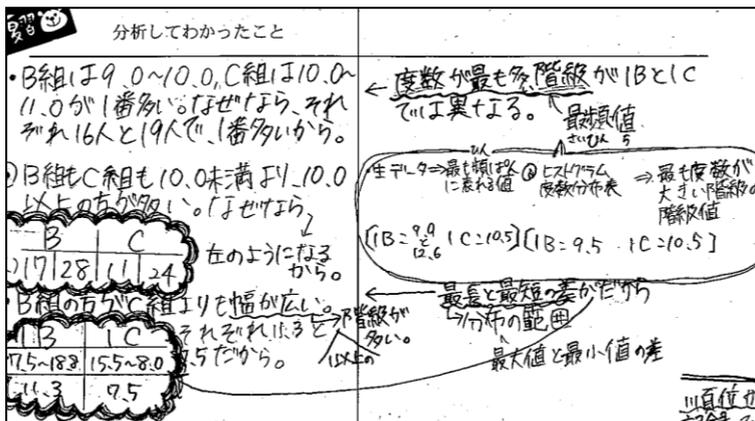


図10 最頻値と範囲（第4時で新出用語を加筆）

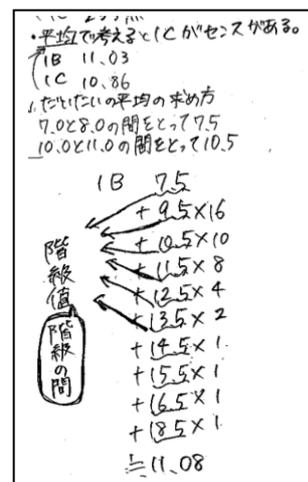


図11 平均値

の総和を個数で割る方法で、だいたいの平均値を求めている生徒S5がいたので、後で取り上げることにした（図11）。この方法をS5は「平均を普通に求めるのは面倒だから」と自分で考え付いたそうである。また、「ヒストグラムの山の頂上が1Cより1Bの方が少し右にずれている」など山の形と中心傾向について記述する生徒も数名おり、第4時でこれを取り上げ、中心傾

向の違いによる平均値や中央値の違いを紹介することにした。中央値で分析する発想は生徒から出てなかったもので、第4時に授業者側から紹介することにした。生徒たちは授業終了まで黙々と取り組んだ。

[第4時]

はじめの10分間は第3時の続きとして個人作業をさせ、その後、記述したことを発表させた。発表した言葉をそのまま筆者が板書し、関連の考えを出し合い共有した。その上で、既習の用語を用いるなどして表現を生徒同士で洗練していった。さらには平均値や最頻値、範囲などといった新出用語を筆者が補足紹介し、定義を黒板に加筆・説明した。このような過程を通し、例えば「B組の方がC組よりも広く散らばっている」ことの根拠の説明（主語省略）は、用語の学習前後で次のように変容した。

学習前：B組は7.0cm以上19.0cm未満の中に散らばっており、C組は8.0cm以上16.0cm未満の中に散らばっているからである。  
 学習前：B組は11.3cm、C組は7.5cmの間に散らばっているからである。  
 学習後：分布の範囲はB組が11.3、C組が7.5だからである。

なお、平均値についてはS5の発想を取り上げ、その信頼性を全員に電卓で確かめさせた。すると真の平均値とほぼ等しくなり、驚きS5へ拍手が起った。また、最頻値については「資料の値の中で最も頻りに現れる値」と「ヒストグラムや度数分布表における度数の最も多い階級の階級値」の2種類があり、傾向をとらえる上では後者が有効なことが多いと説明した。

Py-MATH 7月7日(木) ※記録の生データは、必要に応じて使しましょう。

### 資料の散らばりの比較 (1Bと1C)

1年 C組

問題 階級幅を等しくしたB組とC組のヒストグラムを比較して、その違いをいろいろな視点から分析しましょう。

【B組のヒストグラム (階級幅 1.0)】

【C組のヒストグラム (階級幅 1.0)】

9.9	12.6	9.3	14.9	10.0	10.3
11.5	9.9	12.4	9.3	9.8	9.8
13.5	10.9	10.4	13.2	9.2	9.0
11.0	12.6	9.7	9.1	11.8	11.1
10.5	9.6	9.9	9.1	12.6	9.0
11.6	9.6	10.8	10.2	10.5	15.1
11.6	10.6	9.5	9.9	11.2	16.0
X	11.0	10.3	18.8	X	X

11.5	13.9	13.2	10.1	10.5	10.5
10.0	10.5	9.3	11.6	10.1	8.2
10.5	10.6	11.6	12.4	9.7	9.2
11.5	11.5	9.8	13.5	9.3	10.9
10.4	10.4	10.3	14.4	10.3	8.4
11.1	12.7	10.5	10.3	8.0	10.7
10.9	11.5	8.7	10.9	11.3	9.9
10.3			14.1		9.9

分析してわかったこと

- ① B組は9.0~10.0, C組は10.0~11.0が1番多い。Bは16人、Cは19人(1番多い)。
- ② B組とC組も10.0未満と10.0以上の人数が同じ。
- ③ B組の方がC組よりも幅広く散らばっている。

階級値の計算:

$$1B: 7.5 + 9.5 \times 16 + 10.5 \times 10 + 11.5 \times 8 + 12.5 \times 4 + 13.5 \times 2 + 14.5 \times 1 + 15.5 \times 1 + 16.5 \times 1 + 18.5 \times 1 = 11.08$$

平均値の計算:

$$1B: 223 \text{ 点}, 1C: 233 \text{ 点}$$

平均で考えるとCの方がセブが良い!!

④ 10.0cmとの差が1.0cm以内を6点、2.0cm以内を5点... ほぼ点数化するとCの方がセブが良い!!

⑤ 平均で考えるとCの方がセブがある。

⑥ 平均値: B 11.03, C 11.86

⑦ 10.0と8.0の間を7.5, 10.0と11.0の間を10.5

中央値: B 10.5, C 10.5

最頻値: B 10.5, C 10.5

平均値 ⇒ 代表値

図12 生徒のワークシート

#### ④ 考察

まず、比較するための見通しを立てるため、比較する工夫を生徒から引き出した場面のやりとりから、生徒の発想はとても柔軟であることが読み取れる。その背景としては、ニュースや社会科の授業等で日常的にグラフと接していることや、小学校で棒グラフから折れ線グラフを学習したときの流れが強く影響を与えていると想像される。

見いだした傾向の違いを自分なりの言葉で表現するオープンエンドな問いに対して、第3時では「他にはないか…」 「どう書けばよいだろう…」と没頭して考え、第4時では積極的に発表していた。第4時では新たな用語を用いて生徒たちの考えを概念化したのであるが、自分事として新出用語を加筆しまとめる姿が見て取れた。また、前述の留意点で記述させたが、この経験は後にレポートを記述する上での基礎としての価値があるといえる。

### (3) 第5時「本の貸し出し」 ～代表値の必要性和意味～

#### ① 目標

- ・ 外れ値を除いた平均値や中央値に着目して2つの集団を比較することの有効性に気づき、平均値や中央値の必要性和意味を理解する。

#### ② 扱うデータ

学校で起こりうる場面を設定し、生徒の関心をひくデータとして「日常生活的なデータ」と「社会的なデータ」の中間的なものを取り上げた。また、生徒にとって意外な発見を仕組むために、合計が等しいが片方は外れ値が存在するデータを扱った(重松ほか, 2011 pp.213-214)。

#### ③ 授業の実際

ここでは平均値が外れ値の影響を多分に受けること、及び中央値が外れ値に影響をそれほど受けない頑強な代表値であることを、生徒の多様な説明を基に学んだ(図13)。

#### ④ 考察

図13からも読み取れるように、生徒たちはまずはいろいろな代表値で判断しようとした姿が見られた。その後、これらの代表値の比較を全体で行い、それぞれの代表値の性格の違いを学ぶことができた。特に生徒の考えに基づ

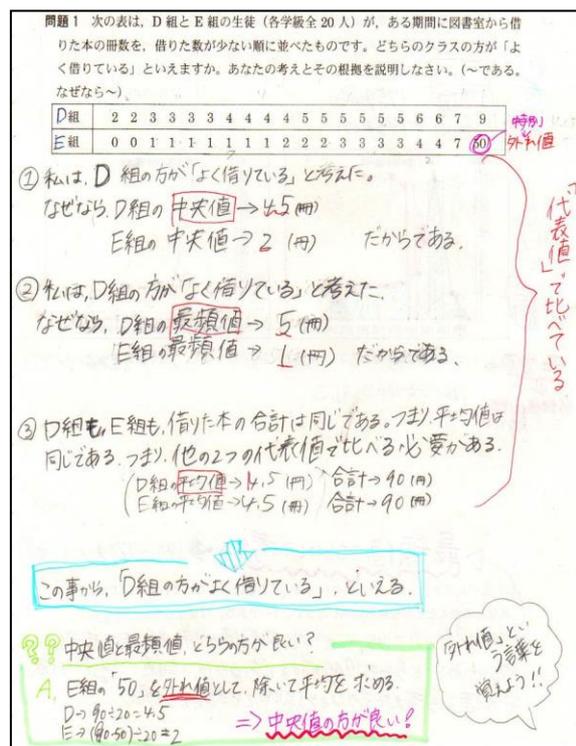


図13 生徒のワークシート

いて用語「外れ値」を紹介した場面では、外れ値の意味を実感を伴って理解することができ、特異な名称とともに強く印象に残ったようである。また、代表値の性格の違いから、外れ値を含むと判断した場合には、平均値よりも中央値で比較するとよいという知識を習得することができた。この知識は第7時以降の活動で活用されることとなる。

#### (4) 第6時 「ランチハンバーグ」 ～代表値の必要性と意味～

##### ①目標

- ・ 具体的な問題を解決するためにヒストグラムや度数分布多角形かくことができる。
- ・ 最頻値を用いて意思決定することの有効性に気付き、最頻値の必要性と意味を理解する。

##### ②扱うデータ

企業が行うモニター調査など、実際に起こりうる問題場面として、「社会的なデータ」を扱った。生徒にとって意外な発見を仕組むために、平均値、中央値、最頻値がそれぞれ異なる分布になるものを選んだ（重松ほか、2011 p.215）。

##### ③授業の実際

ここでは、多くのお客の満足を得るために、最頻値を基にして意思決定し説明するよさを実感させ、その説明する方法を知識として理解する機会とした。ワークシートの(1)は問題の解決に必ずしも必要ではないが、分布を視覚的に捉えさせる目的で意図的にかかせた（図14）。

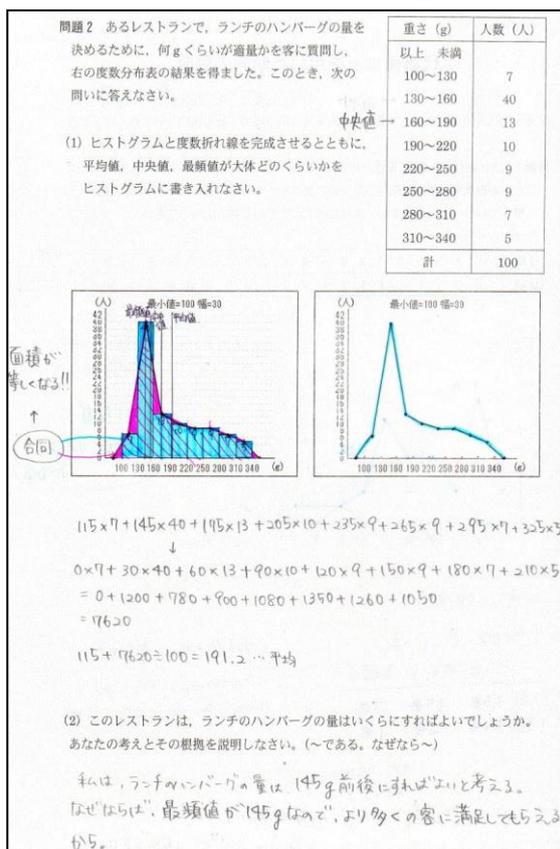
##### ④考察

平均値、中央値を基に説明する生徒もいたが、多くのお客の満足を得る目的から最頻値に着目することが妥当であるという意見が出され、全体で納得できた。

#### (5) 第7～9時「Ruler Catch ①」 ～統計的問題解決過程1周目～

##### ①目標

- ・ C組生徒と先生とでどちらの反応時間が速いのかを判断するために、ヒス



トグラムや代表値などを用いて資料の傾向を捉え、その結果を基に説明することができる。

## ②扱うデータ

第6時の最後15分間で、2人1組になり、1人が落下させた定規をもう1人が瞬時に掴む実験「Ruler Catch」を次のルールで行い、C組生徒のデータを45人分収集した(図15)。



図15 実験する様子

- ・「反応時間(秒)」を「定規が落ちた距離(cm)」に置き換えて記録とする。
- ・自分の記録は、3回の平均で決める。(実験の時間的な制約による)
- ・1人は机の上に腕を置き、親指と人差し指を約90°に開く。
- ・もう1人は親指と人差し指の股の近くに竹定規(50Cm)を落下させる。
- ・筆者の合図から10秒以内に、任意のタイミングで定規を落下させる。
- ・落下した定規を掴んだら、親指の上部の位置を記録とする。

なお、本校教職員(事務職員や警備員を含むが、以下「先生」とする)の協力により、事前に筆者が同様の実験のデータを47人分収集しておいた。

## ③授業の実際

### [第7～8時]

第7時では、C組生徒と先生のデータ一覧を見せ、次の問題を提示した。

1年C組と先生とでは、どちらの反応時間が速いといえるでしょうか。根拠を基にして説明しなさい。

経験などから結果を予想させたところ、「先生の方が速い」という予想がほとんどであった。統計ソフト「SimpleHist」の操作方法の確認後、PC室で実際に操作させた。生徒は「SimpleHist」で計算した代表値をノートに記録したり、表示したグラフの階級幅や最初の階級の最小値を変えたりして傾向を捉えていた。筆者はPC室を巡回して生徒の操作質問に応じるとともに、活動のねらいや操作方法がつかめていない生徒を見だし、机間指導していた。活動は第8時まで続け、レポートの完成を第9時までの宿題とした。

### [第9時]

第93回全国算数・数学教育研究(神奈川)大会の公開授業として実践した(藤原, 2011b 当日資料は本冊子巻末[資料])。まず、第7時前時からの問題を改めて確認し、統計の手法を根拠としたよい説明を行うためのポイントを、レポートの発表を通して考えるという本時のテーマを伝えた。この後4人グループで発表と質疑を1人4分程度で行わせるのであるが(図16)、活動をその目的に沿った質の高いものにするために、事前に話し手と聞き手への留意点を板書し、その意図と趣旨を理解させた。

話し手：残りの3人がよく見えるようにレポートを置く。

大切な部分や工夫点などがよくわかるように話す。

聞き手：次の視点で発表を聞き、意見して改善点を指摘する。

[結論] 説得力があるか？ [根拠] 妥当か？

[用語] 正しく用いているか？ [グラフ] よりよい表し方はないか？

4人グループで発表と質疑を終えた後、机の配置を元に戻し、「よい説明のポイントにはどんなことがあるか」と発問した。すると上記の4つの視点を基に、「代表値を正確に、できれば複数を示す」、「両者のグラフの階級幅や縦軸目盛、最初の階級の最小値を揃える」、「用語は正しく用いる」という考えが出され



図16 発表する様子

た。また、「ここでは最頻値は結論の根拠にならない」という意見が出され、議論の結果、全体の合意を得た。

次に、改めて得られた結論を問うと、ほとんどの生徒の結論が「C組が速い」と答えた。しかし平均値も中央値も僅差であることから、「明確に速いとは言いきれない」という結論に落ち着いた。そこで、先生の分布が双峰型であることに着目し、「速い先生と遅い先生に分けられそうである」及び「分け方によっては「C組は〇〇よりは遅いが△△よりは速い」という詳細で明確な結論が得られるかもしれない」という予想を筆者から提案した。生徒たちは納得の様子で、男女、年齢、顧問の部活、視力によって2つの単峰型の分布に分かれるのではないかと、いう予想を出して授業を終えた。

#### ④ 考察

第7～8時については、中1の7月ということでPC操作自体に不慣れな生徒が多かったが、第7時の後半には操作に慣れ、階級幅や最初の階級の最小値の設定などを変えて自在にヒストグラム等を表示していた。第5～6時でヒストグラムを「SimpleHist」で見せていたために生徒の関心も高く、抵抗なく使用できた。統計ソフトは、限られた時間の中で生徒が統計的問題解

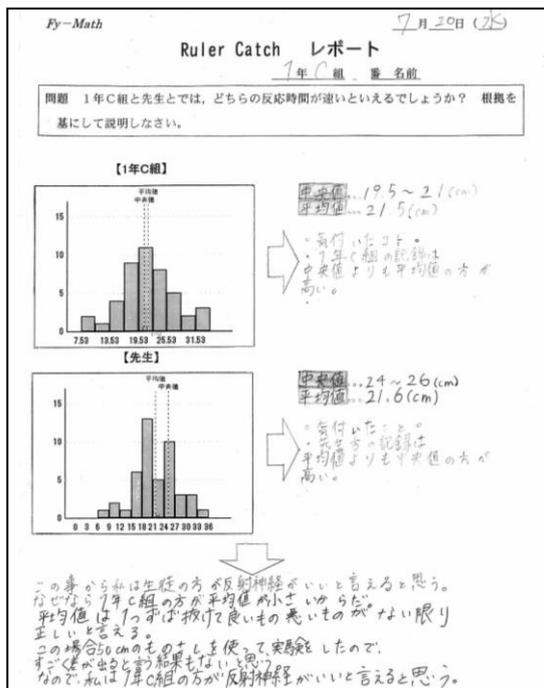


図17 発表した生徒のレポート

決を進める上で不可欠であるといえる。

第 9 時については、グループ活動の留意点を事前に示しておいたことが有効に働き、目的に沿った活動となった。その後のポイントを共有する場面においても、出される意見は留意点との関連があるものばかりであった。互いのレポートを評価・改善する活動は、相手の主張やその根拠に着目して発言する様子が多々見られた。このことから、統計的思考力の ST-1 を育成する上で重要なものであるという示唆を得た。

また、第 9 時ではさらなる統計的探究に向けて、双峰型の分布に着目して集団を層別する発想を教師側から提示したが、さらなる分析の必要性は生徒も理解できたようで、第 10 時以降の活動の原動力となり得るものとなった。

## (6) 第 10～12 時「Ruler Catch ②」 ～統計的問題解決過程 2 周目～

### ① 目標

- ・先生の分布が双峰型であることに着目し、「C 組生徒は、反応時間が 40 歳以上の先生よりは速いが、40 歳未満の先生よりは遅いであろう」などといった仮説を立てることができる。(第 10 時)
- ・C 組生徒と先生とでどちらの反応時間が速いのかを判断するために、教職員の資料を 2 種類に層別した上で、ヒストグラムや代表値などを用いて資料の傾向を捉え、その結果を基に説明することができる。(第 11～12 時)

### ② 扱うデータ

活動に制約を設けることで質を高めるため、第 7～9 時で扱った先生のデータを、「40 歳以上の先生」と「40 歳未満の先生」、及び「男性の先生」と「女性の先生」に層別し、事前に生徒共有ハードディスクに保存しておいた。そうすることで第 10 時に立てた仮説を検証するために、生徒が自由にデータを選択して統計ソフトに取り込めるようにした。

### ③ 授業の実際

#### [第 10 時]

夏季休業明け最初の授業であったため、夏季休業の宿題を回収した後、まず前時までの流れを振り返った。第 9 時で出た予想を基に「40 歳以上の先生」と「40 歳未満の先生」、及び「男性の先生」と「女性の先生」に層別したデータを準備したことを伝え、仮説(結論の予想)を個人で立てさせた。授業の残り 15 分間で、4 人グループになり仮説について意見交換させ、個人個人の目的意識を高めた。

#### [第 11～12 時]

統計ソフトを使い、第 10 時の仮説を個人で検証し、その成果をレポートにまとめさせた。その際、第 9 時で共有した「よい説明のポイント」を必ず

踏まえて、前回よりも説明の質を高めるように生徒へ投げかけた。図 18 のレポートは、図 17 のレポート作成した生徒が新たに第 11～12 時で作成したものである。これらを比較すると、図 18 が最初の階級の最小値を揃える、具体的な中央値を明記するなど、その質の向上を読み取ることができる。

Fly-Math 9月7日(木) Ruler Catch レポート 2

1年

問題 1年C組と先生とは、どちらの反応時間が速いといえるでしょうか？ 先生  
の資料を分類して分析し、根拠を基にして説明しなさい。

(予想)  
1年C組と40才以上の先生を比べると、1年C組の方が早いけど、  
1年C組と40才以下の先生を比べると、1年C組の方が遅いと思う。  
理由：前回の1年C組の先生の方が1年C組の方が  
反動時間が早かったからです。

年別に分けると、40才以上の先生・40才未満の先生に分けられます。  
それぞれの特徴があるのと同じですが、  
<40才以上の先生> <40才未満の先生> <重畳合わせると>  
<40才未満の先生> <1年C組> <40才以上の先生> <1年C組>

1	24.4
2	25.6
3	18.6
4	18.1
5	22.1
6	23
7	22.6
8	23.3
9	24.2
10	27.2
11	17.6
12	23.6
13	24.2
14	25.2
15	23.3
16	25.2
17	24.6
18	24.4
19	25.4
20	25.6
21	26
22	25.4
23	21.6
24	24.5

→最小値

1	23.7	0-3	0	0
2	21	3-6	0	1
3	15.4	6-9	3	0
4	19.4	9-12	0	0
5	18.6	12-15	0	0
6	19.3	15-18	7	1
7	19.2	18-21	13	2
8	15.5	21-24	6	7
9	18.6	24-27	0	12
10	16	27-30	0	3
11	17.8	30-33	0	0
12	19.6	33-36	0	1
13	19.8		26	24
14	16			
15	18.2			
16	19.6			
17	19.8			
18	20.2			
19	17.2			
20	22.4			
21	20.2			
22	17.4			
23	21.7			
24	22.7			
25	19.9			
26	21.3			

→最大値

→最小値

→最大値

平均値…24.0125 中央値…24.2999…

平均値…19.273 中央値…19.5

黄線…40才以上  
赤色…40才未満

＜実際に1年C組と年齢別を比べよう＞

1年C組 <40才未満> 1年C組 <40才以上>

7.5-10.5	0	2
10.5-13.5	3	4
13.5-16.5	10	8
16.5-19.5	11	12
19.5-22.5	3	8
22.5-25.5	0	5
25.5-28.5	0	2
28.5-31.5	0	3
31.5-34.5	0	0
計	26	45

＜40才未満> <1年C組> <40才以上> <1年C組>

7.5-10.5	0	2
10.5-13.5	1	0
13.5-16.5	4	0
16.5-19.5	8	3
19.5-22.5	12	2
22.5-25.5	6	14
25.5-28.5	3	4
28.5-31.5	2	0
31.5-34.5	3	0
計	45	23

平均値…19.27…平均値…21.54… (1年C組) (40才以上)  
中央値…19.5 中央値…20.7 平均値…21.54…平均値…24.0125  
最頻値…21 最頻値…21 中央値…20.7 中央値…24.29…  
最頻値…21 最頻値…24

40才未満の先生と1年C組の記録を比べると、40才未満の先生の方が1年C組の方が反応時間が速いといえる。

40才以上の先生と1年C組の記録を比べると、1年C組の方が反応時間が速いといえる。

結論  
年別別の場合★  
40才以上の先生と1年C組を比べると、1年C組の方が反応時間が速い。  
しかし、40才未満の先生と1年C組を比べると、40才未満の先生の方が反応時間が速いといえる。

図 18 図 17 のレポートを作成した生徒が新たに作成したレポート

#### ④ 考察

統計的問題解決過程を2周目まで経験させたわけであるが、生徒たちは意欲を持続して活動できた。このことは自分の仮説を立て（第 10 時）、これを検証する（第 11, 12 時）ことが活動のねらいであったことが多分に影響しているとみられる。2周目の問題設定が功を奏した形である。このことから、統計的探究を進めていく上で、生徒の問いや仮説が重要であることが示唆される。また、レポート作成に関しては、第 7～8 時で作成し、第 9 時でお互いのレポートを互いに評価・改善した経験が十分に生かされていた。

#### 5 評価

学習活動における評価について、主たる目的によって「指導に生かすための評価」と「記録するための評価」に分けてとらえることができる（横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校, 2012）。前者については、4(1)～(6)の「③授業の実際」で述べた。ここでは、前述 2. で定めた統計的思考力 ST-2 及び ST-3 に関して、観点「数学的な見方や考え方」及び「数量や図形

などについての知識・理解」についての「記録するための評価」を報告する。

### (1) レポートによる観点「数学的な見方や考え方」の評価 (ST-3)

『参考資料』の評価規準の設定例を参考にして、次の評価規準を設定した。

C 組生徒と本校教職員とでどちらの反応時間が速いのかを判断するために、教職員の資料を2種類に分けた上で、ヒストグラムや代表値などを用いて資料の傾向を捉え、その結果を基に説明することができる。

この評価規準について、第12時の後に提出させたレポートを評価資料として用いた。ここでは、その記述と評価について述べる。

#### ① レポート課題の具体と出題上の工夫点

レポート課題として、次の問題を提示した。

問題 1年 C 組と先生とでは、どちらの反応時間が速いといえるでしょうか？ 先生の資料を分類して分析し、根拠を基にして説明しなさい。

出題の工夫としては、何をどのように説明すればよいかのわかるように、第7～9で作成したレポートとほとんど同じ問題文にし、異なる部分には下線を引いて明示した。なお、目的に合ったレポートを作成できるように、統計的な手法を基にして記述することについて次の指導をしておいた。

- ・専門用語を用いて記述すること、及び統計的手法による根拠と結論を分けて記述することを指導した。(第3～4時)
- ・「1年 C 組と先生とでは、どちらの反応時間が速いといえるでしょうか？ 根拠を基にして説明しなさい。」と発問して作成したレポートを生徒同士で評価・改善し合った上で、「良い説明のポイント」を議論・共有し、知識として習得させた。(第9時)

実際の評価については、先生の資料を「男性の先生」と「女性の先生」、あるいは「40歳以上の先生」と「40歳未満の先生」に層別し分析し説明しているレポートを「おおむね満足 (B)」とした。その中で、第9時の「良い説明のポイント」を十分に踏まえているレポートや、2種類の層別の両方を行って比較しているレポートなどを「十分満足 (A)」とした。

#### ② 生徒の記述と考察

前掲の図18は生徒の記述の一例である。この生徒は、前述のように、最初の階級の最小値が揃っていたり具体的な中央値を明記していたりできていることから「十分満足 (A)」とした。

実際に評価してみると、それほど筆者の視点がずれずに、評価作業が比較的容易であった。その理由としては、指導と評価が一体となって実践できたこと、及び評価規準が明確であったことがあげられる。

(2) 記述式問題による観点「数学的な見方や考え方」の評価 (ST-3)

『参考資料』の評価規準の設定例を参考に、次の評価規準を設定した。

ボウリングの出場選手を決定するために、ヒストグラムや代表値、相対度数などを用いて、資料の傾向をとらえ説明することができる。

この評価規準について、第 12 時の後に実施した定期テストの間 15 (記述式問題) を評価資料として用いた。ここでは、その記述と評価について述べる。

① 評価問題の具体と作問上の工夫点

記述式評価問題として、次のものを出题した。

問 15 あるボウリングのチームでは、大会の個人戦に出場する選手を 1 人決めることになりました。右の表 2 は、候補の 2 人の選手が 20 ゲームずつ投げた得点の結果 (高い順) です。また表 3 は、表 2 を度数分布表に整理したものです。

A 選手		B 選手	
193	176	204	174
188	176	193	173
185	175	189	173
182	174	188	172
182	173	184	170
181	171	181	169
179	170	179	168
178	167	178	168
178	166	177	165
177	164	174	162

表 2 得点の結果

階級 (点)	A 選手	B 選手
	度数 (回)	度数 (回)
160 以上 ~ 165 未満	1	1
165 ~ 170	2	4
170 ~ 175	4	6
175 ~ 180	7	3
180 ~ 185	3	2
185 ~ 190	2	2
190 ~ 195	1	1
195 ~ 200	0	0
200 ~ 205	0	1
計	20	20

表 3 度数分布表

また、図 5 と図 6 はそれぞれ A 選手と B 選手のヒストグラムです。

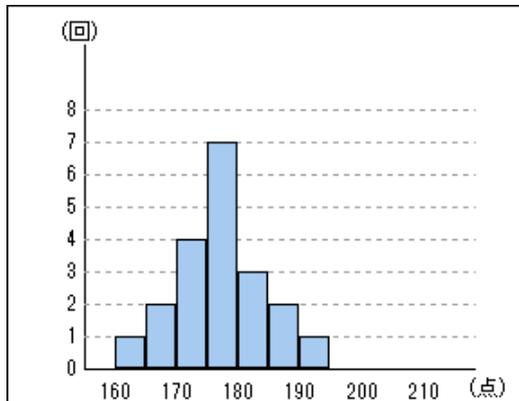


図 5 ヒストグラム (A 選手)

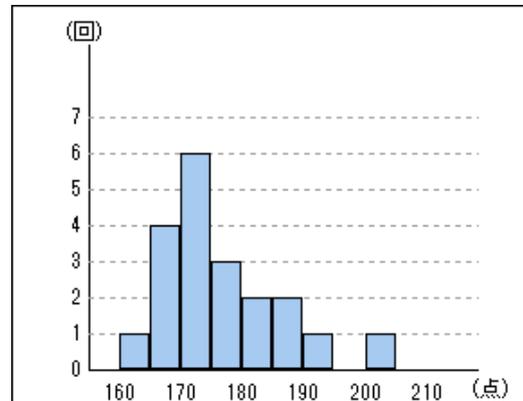


図 6 ヒストグラム (B 選手)



(3) 記述式問題による観点「数量や図形などについての知識・理解」の評価  
(ST-2)

『参考資料』には、設定例として次の評価規準がある。

ヒストグラムや代表値，相対度数などを用いて，問題を解決する手順を理解している。

この評価規準について，第12時の後に実施した定期テストの問5（記述式問題）を評価資料として用いた。ここでは，その記述と評価について述べる。

①評価問題の具体と作問上の工夫点

記述式評価問題として，次のものを出题した。

問5 例えば，スポーツジャーナリストであるあなたが，  
「国内男子のプロ野球選手とプロサッカー選手における  
現役引退年齢の違いは何か」  
というテーマについての記事を，スポーツ雑誌『Mumber』に掲載することになったとします。  
このとき，実際のデータを基に，ヒストグラムや代表値などを用いて結論を出すとき，どのような手順で進めますか。その手順を簡潔に言葉で書きなさい。なお，現役引退年齢のデータについては，手に入るものとします。なお，手順の順序を表す番号①～④の後に，必要に応じて⑤や⑥などを付け加えても構いません。(2点)

問6 例えば，「Ruler Catch」のように，2つの集団の分布を比較してレポートを作成するとします。わかりやすいレポート（説明）にするために大切なことを，次の場合について，それぞれ1つ以上あげなさい。(2点)  
(1) 代表値を基にして説明する場合  
(2) グラフを基にして説明する場合

作問にあたり，次の4点を工夫した。

- ・問5が正解したら「おおむね満足(B)」，加えて問6が正解したら「十分満足(A)」とした。なお，いわゆる「A規準」は次の通りである。

ヒストグラムや代表値などを用いて，問題を解決するための各手順における留意点を理解している。

- ・問5では，統計的な問題解決をどのように進めていくか，その手順を生徒が記述しやすいように具体的な場面を設定した。
- ・問5では，手順を簡潔に記述できるように，最初の手順を「①テーマ(問題)を理解する」と例示した。
- ・問5では，必要に応じて手順を④より増やして記述できるようにした。
- ・問6では，問5をさらに詳しく記述させる問題として設定し，第2時や

第9時で統計的な手法を根拠に比較する際に工夫した経験を基に記述できるようにした。

## ②生徒の記述と考察

採点にあたって、問5では、PPDACなどで示されるような統計的問題解決過程の各手順（問題を設定する、調査の計画を立てる、データを収集する、分析する、問題に対する結論を導くなど）を記述できていれば正解とした。

また、問6については、第9時などの「よい説明のポイント」に関わる内容が記述できていれば正解とした。

前述の通り、問5が正解したら「おおむね満足（B）」、加えて問6が正解したら「十分満足（A）」とした。例えば、図21の2人の生徒の記述は、問5と問6ともに学習した手順を記述できており、両方正解とした。よって「おおむね満足（A）」とした。

問5	① テーマ(問題)を理解する。	④ 平均値を出す。
	② データを入手する。	⑤ 比べる。
	③ 度数折れ線と作成し重ねる。	⑥ 結論を出す。
問6	(1) 最頻値とはなく、平均値や中央値を使う。外れ値を除く。 <small>代表値</small>	
	(2) 目目の長さ、階級幅、最初の階級の最小値をそろえる。 <small>グラフ</small>	

問5	① テーマ(問題)を理解する。	④ 傾こうを調べる
	② それぞれの中央値、平均値を計算する	
	③ それぞれのデータで度数分布多角形をつくり重ねる	
問6	(1) 比べる代表値を決め、なぜそれでは比べたのか書く。 <small>代表値</small>	
	(2) グラフの中心具体的な代表値の数値を書く。 <small>グラフ</small>	

図 21 問5と問6への生徒の記述

なお、中には問5が正解で問6が不正解となった生徒やその逆の生徒がいたが、その場合には「おおむね満足（B）」とした。

問5も問6も、具体的な場面で統計的に問題解決した経験や、その過程や記述を振り返って高め合った経験がないと答えられないであろう。評価の前提となる指導においては、上記の学習活動を単元指導に適切に組み込むとともに、一通り統計的に問題解決した後にそれまでの手順を振り返ってメタ認知したり、データを用いた比較や説明の工夫点をまとめたりすることが大切であるといえる。こうすることによって、異なる学習場面や未来の社会場面において、同様の手順を踏んで統計的に問題解決できると考えられる。これは、身に付けた統計的思考力を発揮できることに直結するということである。

## 6 研究の成果と課題

### (1) 主な知見

本研究の目的は次の通りであった。

統計的思考力の育成を目指した中1の「資料の散らばりと代表値」単元の指導モデルと評価計画を考案し、その有効性を検討すること。

これを受け、本研究では目指す統計的思考力を次のようにとらえた。

統計的思考力 (ST) : 問題の文脈を踏まえて統計的探究を実行できたり, 既存の統計的探究とその背景を理解したりすること

(ST-1 統計的な調査の背景やそこに潜む重要なアイデアを見抜くことができること)

ST-2 代表値を求めることやグラフ表示, 標本調査などといった統計的手法の必要性和意味, 及び方法を理解していること [知]

ST-3 文脈を踏まえて統計的問題解決を実行し, その全体を説明できること [見]

なお, ST-1 については, 標本調査との関連が大きく, 生徒の発達の進展や関心の広がりに応じて暫時的に育成していくべきであると考えため, 中1が対象である本研究ではこれを視野にしれつつも焦点は当てずに進めてきた。

本研究で実践した指導と評価の有効性を, 以下に示すこととする。

#### ① 単元構成について

「ア. 知識・技能を生徒自身が生み出す」→「イ. 生み出した知識・技能のよさを実感し使い方を理解する」→「ウ. 実際に目的に応じて知識・技能を活用する」という単元構成は, 目的意識のある主体的な学習活動を実現させることができた。このことから, この単元構成は統計的思考力のST-2とST-3を育成する上で有効であるといえそうである。中学校3年間を通した指導し, 検証していく必要がある。

主として習得の場面(第1~6時)では, 生徒の実験値を扱って, 2つの集団の傾向の違いを比較し, 生徒自身の言葉で説明させることが, 生徒の関心を高めた中で習得を進められる点で効果的であった。分布の特徴自体が考察対象となる活動を単元初期に盛り込むことで, 問いが現実的な問題でなく, 生み出される数学に焦点化され, 目的が混在しない学習が実現した。生徒がもつ統計的な視点や経験を生かし, 生み出した数学を概念化していく授業展開は生徒の成長の実感を促し, 中2, 中3と継続することが求められる。

主として活用場面(第7~12)では, 統計的問題解決の過程を2周することでさらに詳細な結論を導くことができ, 統計を用いて問題を解決するよさをいっそう実感させることができた。適切な教材やデータを探すが難しいが, 統計的な探究の一端をどこかで経験させることを目指して単元構成をしていくことが授業者には今後求められる。

#### ② 問題・データについて

生徒自身の実験値をデータとして扱うことで, 統計初学者である中1生徒の関心を高め, 授業に主体的に参加させることができた(第1~4時)。このことは生徒の統計的思考力の育成の基盤となりうる。本研究で実践した第1~4時の「10cm-sense」(目分量で10cmに切った紙テープの測定値)

や第7～12時の「Ruler Catch」（落下する定規を瞬時に掴んだときの落下距離の測定値）は、ゲーム的な要素を含むため生徒の関心を高めることができ、教員が授業で扱いやすい教材といえる。特に単元の導入に適しているといえる。ただし、データに対する表面的な生徒の関心に満足せず、問題解決の目的や生徒にもたせたい問いを事前に授業者が明確にしておくことが統計的問題解決を促す上で重要であるといえる。

なお、単元の中の学習や学年が進行するにしたがい、扱うデータを日常生活から社会的なものへ広げていくことで、将来の社会生活で身に付けた統計的思考力を発揮しやすくなるのではないかと予想される。

### ③ レポートの作成について

単元を通して、主として習得の授業においても、統計的な手法を根拠にした説明の機会（第3～4時、第5時、第6時）を設けたことで、生徒はその経験を生かしてレポートを作成することができた。また、その説明の質を高める上で、互いのレポートを評価・改善する活動は有効であった。その際、レポートを評価・改善する際の留意点を授業者が予め提示しておいたことが効果的に働いた。また、レポートを評価・改善した後、授業者はこれをやりっぱなしにせず振り返り、抽出された「よい説明にするための留意点」を知識として確実に理解できるように、全体で共有・確認していくと効果的である。実際、この点に留意して、2回目のレポートを作成していた。なお、互いのレポートを評価・改善する活動は、統計的思考力のST-1の育成にもつながることが示唆され、このような活動を中学校3年間で随所に組み込んでいくことが求められる。

### ④ 統計ソフトの使用について

限られた時間の中で統計的問題解決過程を促進するために、統計ソフトは必要不可欠なツールとして働いた（第7～8時、第11～12時）。特に本研究で生徒が操作した統計ソフト「SimpleHist」, 「stathist」はとても使いやすく、生徒にとって抵抗なく機能を理解し操作できる汎用性の高いソフトであった。手作業の時間を確保し、教師が生徒に提示用として見せて関心を高めた上で（第5時、第6時）、生徒自身に操作させる（第7～8時、第11～12時）流れを実施したが、自然な流れで生徒に操作させることができた。なお、統計ソフトに限ったことではないが、操作させる際には、グラフの色や大きさなどの表面的な部分ばかりに生徒の関心が向けられないように注意し、複数の集団の比較のために目盛や階級幅を揃えるなど、問題解決の目的に沿った質の高い活動を実現できるように授業者は留意する必要がある。

### ⑤ 記録するための評価について

統計的思考力のST-2は観点「数量や図形などについての知識・理解」で

評価して記録に残すことが妥当であると考えられる。特に、統計的に問題解決する手順の理解を問うために、実社会の具体的な問題場面でこれを解決する手順を記述させる問題（定期テストの問5）、及び集団の傾向を比較する際の留意点を記述させる問題（定期テストの問6）を出題したところ、統計的問題解決の手順を生徒にかかせることができた。その前提として、指導場面において、統計的問題解決を実際に生徒に経験させ、活動後にそれまでの過程全体を振り返ってその手順をメタ認知させておくことが考えられる。

また、統計的思考力の ST-3 は観点「数学的な見方や考え方」で評価して記録に残すことが妥当であると考えられる。これを問うために、具体的な問題場面を設定してレポート（第7～12時）や記述式問題（定期テストの問15）を出題したところ、統計的問題解決の過程や結果について、生徒は根拠を明らかにして記述することができた。その前提として、指導場面において、主として習得の授業、及び主として活用の授業の両方において、事象の傾向をとらえ説明する機会を設けることが不可欠である。その際、説明を記述する分量については軽重をつけて段階的することや、結論と根拠を明確に記述させたりその記述を生徒同士で評価・改善させたりして質の高い記述とはどのようなものなのかを理解させておくことよい。

## （2）今後の課題

今後の課題としては、次の2点を挙げておく。

### ①指導について

統計的思考力の育成について、生徒による問題設定、及び調査・実験の計画の部分が弱い実践である感は否めない。前述の PPDAC における Problem 及び Plan の部分である。統計的問題解決過程の最初は、まず曖昧な問いから始まり、統計的に解決できるように問題を設定して計画を立て、どのようなデータが得られればよいのか、その選び方を考えて収集する展開を試みる必要がある。このことが、本研究における統計的思考力の ST-3 や、ST-1 の育成にも関わっていくと考えられる。

### ②評価について

観点「数学的な見方や考え方」の評価資料にレポートを取り入れてみたものの、定期テスト中心となっており、方法として適切かどうか、検討の余地は多分にある。また、単元全体の中に小テスト等の記録するための評価を実施する場면을計画的に適宜入れるなどして、生徒が学習状況を随時確認できるように、さらなる工夫が必要である。さらには、レポートによる評価についても、「おおむね満足（B）」及び「十分満足（A）」と判断する姿についていっそう検討し、精緻化していく必要がある。

## 〔参考・引用文献〕

- 青山和裕 (2010), 「一企画趣旨説明一これからの統計教育の方向性(4):「活用」に向けた授業の具体像と評価について」, 日本科学教育学会年会論文集 34, pp.117-119.
- 新井仁 (2009), 「中学校数学科新領域「資料の活用」の授業プラン」, 明治図書.
- 垣花京子 (2011), 「数学教育におけるテクノロジー活用の将来像の考察2ー「創造性の育成を視座に入れた統計的思考の育成」と「基礎・基本の育成のための活用」ー」, 日本科学教育学会年会論文集 Vol.35, pp.76-79.
- 小口祐一・青山和裕・藤井良宜 (2011), 「中学校第3学年の生徒のグラフを読み取る能力に関する実態調査」, 日本科学教育学会年会論文集 Vol.35, pp.99-102.
- 国立教育政策研究所 (2011), 「評価規準の作成, 評価方法等の工夫改善のための参考資料 中学校数学」.
- 重松敬一ほか (2011), 「中学数学1」, 文部科学省検定教科書見本版, 日本文教出版.
- 杉山吉茂 (2009), 「新領域「資料の活用」の授業に期待すること」, 『教育科学 数学教育 No.625』, 明治図書, pp.4-7.
- 清水静海 (2009), 『平成20年改訂中学校教育課程講座 数学』, ぎょうせい.
- 相馬一彦 (2008), 「考える力と知識・技能を「バランスよく, 同時に」ー「活用させながら習得させる授業」をー」, 日本数学教育学会誌第90巻第5号, pp.23-28.
- 中央教育審議会 (2008), 『幼稚園, 小学校, 中学校高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について(答申)』.
- 永田潤一郎 (2009a), 「中学校数学科・移行期1年目の取組(2)「資料の活用」の授業づくりに向けて②」, 『中等教育資料 9月号』, ぎょうせい, pp.54-55.
- 永田潤一郎 (2009b), 「中学校数学科・移行期1年目の取組(1)「資料の活用」の授業づくりに向けて①」, 『中等教育資料 7月号』, ぎょうせい, pp.74-75.
- 永田潤一郎 (2010), 「「資料の活用」の指導における現状と課題」, 日本科学教育学会年会論文集 34, pp.119-120.
- 橋本吉彦・坪田耕三・池田敏和 (2003), 『今, なぜ授業研究か』, 東洋館出版社, p25.
- 藤井良宜 (2009), 「統計的な問題解決の方法に関心をもとう」, 『教育科学 数学教育 No.625』, 明治図書, pp.8-11.

- 藤原大樹 (2011a), 「生の数値を用いて仮平均の考え方のよさを実感させる指導と評価についての事例的研究」, 第 44 回数学教育論文発表会論文集, pp.333-338.
- 藤原大樹 (2011b), 「公開授業第 1 学年学習指導案「Ruler Catch～反応時間～」」, 日本数学教育学会誌第 93 回総会特集号 (神奈川大会), pp.252-253.
- 藤原大樹 (2012), 「中 1 「資料の散らばりと代表値」における「活用」に向けた「習得」の授業の在り方」, 「統計数理研究所共同研究リポート 272 統計教育実践研究第 4 巻」, pp.98-103.
- 藤原大樹・松元新一郎 (2012), 「「資料の活用」授業づくり講座 統計の指導を豊かにするために ④ ヒストグラムや代表値などの知識・技能の習得 (1)」, 「教育科学数学教育 No.651」, 明治図書, pp.86-91.
- 藤原大樹・松元新一郎 (2012), 「「資料の活用」授業づくり講座 統計の指導を豊かにするために ⑤ ヒストグラムや代表値などの知識・技能の習得 (2)」, 「教育科学数学教育 No.652」, 明治図書, pp.86-91.
- 松元新一郎・青木浩幸 (2011), 「統計的思考力を育成する統計ソフトの開発に関する研究 初等・中等教育における学校数学の立場から」, 第 44 回数学教育論文発表会論文集 (第 2 巻), pp.849-854.
- 文部科学省 (2008a), 『中学校学習指導要領』.
- 文部科学省 (2008b), 『中学校学習指導要領解説 数学編』.
- 文部科学省 (2008c), 『中学校学習指導要領解説 算数編』.
- 文部科学省 (2008d), 『中学校学習指導要領解説 総合的な学習の時間編』
- 文部科学省 (2008e), 『中学校学習指導要領解説 総則編』.
- 横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校 (2012), 「思考力・判断力・表現力等を育成する指導と評価Ⅱ 言語活動の質を高める授業事例集」, 学事出版, pp.8-9.
- 渡辺美智子 (2007), 「統計教育の新しい枠組み－新しい学習指導要領で求められているもの－」, 数学教育学会誌第 48 巻, pp.39-51.
- 渡辺美智子 (2011), 「科学的探究・問題解決・意思決定のプロセスを通して育成する統計的思考力」, 科学教育研究 Vol.35 No.2, pp.1-13.
- Dani Ben-Zvi and Joan Garfield (2004), Statistical Literacy, Reasoning and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. In Dani Ben-Zvi and Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, Kluwer Academic Publishers.
- Wild, C.J. & Pfannkuch, M. (1999), *Statistical Thinking in Empirical Enquiry. in International Statistical Review*, 67(3).