

# 数学科学習指導案

授業者 藤原 大樹

(横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校)

1. 日時 平成26年8月22日(金) 13:50~14:40

2. 対象 A市立B中学校2年生42名(想定学年は1年生)

3. 単元 「空間図形」

## 4. 単元目標

- ・観察, 操作や実験などの活動を通して, 空間図形についての理解を深める。
- ・図形の計量についての能力を身に付ける。

## 5. 単元観

本単元「空間図形」は, 学習指導要領における第1学年「B図形」(2)にあたる。学習指導要領では, 以下の目標及び内容となっている。

(2) 観察, 操作や実験などの活動を通して, 空間図形についての理解を深めるとともに, 図形の計量についての能力を伸ばす。

ア 空間における直線や平面の位置関係を知ること。

イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものにとらえたり, 空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。

ウ 扇形の弧の長さや面積並びに基本的な柱体, 錐体及び級の表面積と体積を求めること。

[用語・記号]

回転体 ねじれの位置  $\pi$

小学校では, 図形の構成要素に着目して立体図形を扱っており, 球, 立方体, 直方体, 角柱, 円柱を取扱い, それらの見取図や展開図をかくことを通して, 立体図形についての理解を深めてきている。

第1学年においては, 立体図形として扱っていた対象を空間図形, すなわち空間における線や面の一部を組み合わせたものとして扱っていく。また, 模型をつかって考えたり, 目的に応じて平面上に表わす工夫をしたり, 平面上の表現からその立体の性質を読み取ったりするなど, 観察, 操作や実験などの活動を通して, 直観的な理解を助け, 論理的に考察し表現する能力を培えるようにする。さらに, 図形の計量についても, 計算方法のみならず, 図形を理解する一側面として位置付ける。

## 6. 単元の評価規準

(飛び込み授業のため, 省略)

## 7. 単元指導計画

(飛び込み授業のため, 省略)

## 8. 教材名 「立方体を切断した立体づくり」

### 9. 教材観

本時は、上記(2)イに対応する課題学習として位置付けている。その指導においては、平面上に表現された空間図形を読み取る際、見取図、展開図や投影図をそれぞれ別々のものとして取り扱うだけでなく、問題解決のためにこれらを相互に関連付けて扱い、図形の各要素の位置関係を調べることを通して、論理的に考察し表現する能力を培うことが大切であると考え。國宗(2007)及び近藤他(2011)を基に、本小単元における指導上の留意点を以下の4点に設定する。

- |   |
|---|
| I 見取図、展開図、実際の立体との行き来や、投影や展開、切断などの操作を、目的意識をもって活発に行える適切な問題を取り上げる。 |
| II 直観的な判断を振り返り、論理的に考え、根拠を明らかにして説明させる。                           |
| III 根拠を考えたり説明したりする際、空間図形が含む1つの平面に着目し、平面図形の既習内容を活用させる。           |
| IV 考えたことを基にして実際に立体を構成し、考えが正しいかどうかを確かめさせる。                       |

本時では、上記I～IVの留意点を踏まえ、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりする教材として「立方体を切断した立体づくり」を扱う。問題は、

「立方体を右図(図1)のように半分に切断した立体の展開図をかき、実際に作りなさい。ただし、切り口をふさぐ“ふた”もつなげて作ること。」(近藤他, 2011)

を取り上げる。点J, Lは各辺の midpointである。立体の展開図を正確に作るためには、生徒は投影や展開、切断などの操作を活発に行い、相互に関連付けて考える必要がある。特に、ふたがひし形になる理由を考察する際、図1の平面AEGCや平面IJKLに着目し、平面図形で学習したように記号を用いて説明することになる。

なお、ふたの考察には「対角線が垂直に交わる四角形はひし形である」などの条件が必要であるが、本時では小学校算数科での直観的な理解を基にした扱いとし、四角形の包摂関係を含め、演繹的な考察は第2学年「B図形」領域の学習で行うこととする。

また、ふたの平行四辺形AJGLの作図は生徒には難しいと予想される。したがって、対角線JLによって $\triangle AJL$ と $\triangle GJL$ に分けて作図すればよいという見通しを、生徒と教師とのやりとりを通してもたせられるようにする。

指導にあたっては、以下の点を重視したいと考える。

- ・ふたがどのような図形になるか、予想させる。[結果の見通し]
- ・何に着目すればふたの図形がわかりそうか、予想させる。[方法の見通し]
- ・ふたの図形やその作図方法を4人程度のグループで協調的に考えさせる。[協調的な解決]
- ・グループ活動に全体での活動を適宜組み込み、過程を板書に残していく。[プロセスの可視化]
- ・ふたがひし形である理由の説明を考えさせる。[言語活動(理由の説明)]
- (ふたの図形の作図する方法の説明を考えさせる。[言語活動(方法の説明)])
- ・必要に応じてポリドローンの立方体模型を渡して、観察させる。[空間と平面の行き来]
- ・本時で何がわかったのか、何ができたのかを振り返り、自己効力感を高める。[結果の振り返り]
- (本時で大切だと思ったことをワークシートに記入させる。[過程の振り返り])

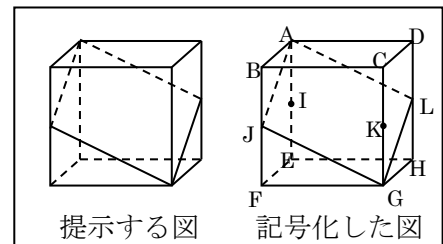


図1 立方体を切断した立体

## 10. 本時の目標

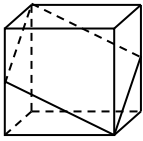
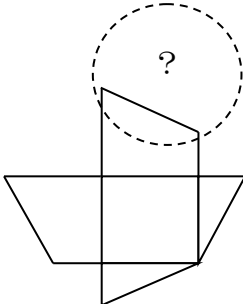

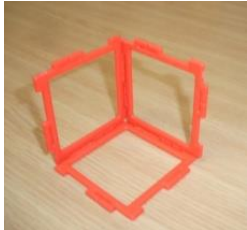
- 立体を作るために、見取図、展開図、投影図を用いて、立方体を切断してできた立体の性質（ふたがひし形になること）を見いだすことができる。

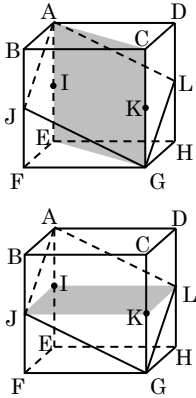
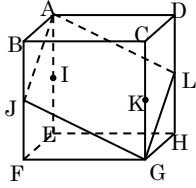
## 11. 本時の評価規準（指導に生かすための評価）

※[ ]内はAと判定するためのキーワード

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方
見取図、展開図、投影図に関心をもち、立体を作るために、それらを用いて立方体を切断してできる立体を表したり、読み取ったりしようとしている。 [詳細に記述する態度, 粘り強く観察・考察する態度]	立体を作るために、見取図、展開図、投影図を用いて、立方体を切断してできた立体の性質（ふたがひし形になること）を見いだすことができる。 [根拠を明らかにした説明]

## 12. 本時の展開

教師の発問と生徒の学習活動	留意点（・）及び評価（○ <b>観点</b> ）
<p><b>1. 問題を理解する。</b> T「今日はみなさんに立方体を二等分した立体を実際につくってもらいたいと思います。次の問題を見てください。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題</b> 立方体を右図のように半分に切断した立体の展開図をかき、実際に作りなさい。ただし、切り口をふさぐ“ふた”も作ること。</p>  </div> <p><b>2. 見取図から立体を想像し、その展開図をかく。</b> T「実際に画用紙に展開図をかいてみましょう。必要に応じて、ワークシートに切断した立体の見取図をかいたり、展開図の下書きをしたりしても構いません。」 S：ふた以外はできる。 S：ふたの形がどうなるかわからない。 S：ふた以外の面もどうなるかわからない。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>立方体の切断面が頂点2つと辺の中点2つを通ることなどを補足し、記号化していない見取図を提示する。</li> <li>立方体の展開図のうち正方形5面のみを印刷したケント紙を1人1枚配付する。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>○<b>関心・意欲・態度</b> 見取図、展開図、投影図に関心をもち、立体を作るために、それらを用いて立方体を切断してできる立体を表したり、読み取ったりしようとしている。【活動の観察】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ふた以外の展開図をかけない生徒が多い場合は、ポリドローンの模型を実際に持たせて観察させる。</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="text-align: center;"><b>図 ポリドローンの模型</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の問いを基に、論点をふたの形に焦点化させる。課題として板書する。</li> </ul> </div>

教師の発問と生徒の学習活動	留意点（・）及び評価（○観点）
<p><b>3. ふたの形について問いをもち、個人で考察する。</b></p> <p>T「ふたの形について困っている人が多いようです。みんなでふたの形について考えてみましょう。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><b>課題</b> 立体のふたの形は、どのような図形なのでしょう。その図形と根拠を説明しなさい。</p> </div> <p>S：正方形になる。なぜなら、立方体の底面が正方形だから斜めに切っても正方形になるはずだから。</p> <p>S：正方形になる。なぜなら、すべての辺の長さが等しいから。</p> <p>S：正方形になる。なぜなら、すべての辺の長さが等しく、角がすべて直角だから。</p> <p>S：平行四辺形になる。なぜなら、向かい合う辺がそれぞれ平行だから。</p> <p>S：ひし形になる。なぜなら、すべての辺の長さが等しく、角が直角ではないから。</p> <p>S：ひし形になる。なぜなら、すべての辺の長さが等しく、対角線の長さが異なるから。</p> <p>S：ひし形になる。なぜなら、対角線が垂直に交わるから。</p> <p>S：ふた以外の平面のつながりが見いだせない。</p> <p>S：わからない。</p> <p><b>4. ふたの形とその根拠を集団で議論する。</b></p> <p>T「ふたはどのような形なのでしょう。ふたの形とその根拠を発表してください。」</p> <p>S「ひし形だと思います。なぜなら対角線の長さが違うからです。」</p> <p>T「なぜ対角線の長さが違うといえるのですか。」</p> <p>S「AGは長方形AEGCの対角線で、JLは正方形IJKLの対角線なので、<math>AG &gt; JL</math>となるからです。」</p> <p>S「長方形AEGCは点Jの方向から見て、正方形IJKLは上から見たらよくわかると思います。」</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ふたの形を予想させる。</li> <li>・何に着目すればふたの形がわかりそうか予想させる。</li> <li>・必要に応じて頂点を記号化させる。</li> </ul> <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ひし形や長方形などの意味を、小学校の学習を基に確認する。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>○見方や考え方</p> <p>立体を作るために、見取図、展開図、投影図を用いて、立方体を切断してできた立体の性質を見いだすことができる。【ワークシート】</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・説明のために立体を見た方向や着目した平面を詳しく記述させるようにする。</li> <li>・個人の考えを図と言葉できちんとかかせてから、その後の議論に向かわせる。ここでは、ふたが正方形でないことを授業者側からはあえて触れず、その後の議論を通して納得が得られるようにする。</li> <li>・正方形がひし形に含まれるという平面図形の包摂関係については、生徒から出てきたら取り上げるが、小学校算数科での直観的な理解を基にした扱いを基本とする。</li> </ul>

教師の発問と生徒の学習活動	留意点 (・) 及び評価 (○観点)
<p>5. ふたの作図方法について、考察する。</p> <p>T「では展開図を実際につくりましょう。ふたの形はひし形ですね。どのように作図すればよいか、考えてみましょう。」</p> <p>S：ひし形を対角線で2つの二等辺三角形に分けて、作図する。</p> <p>6. 「立方体を切断した立体づくり」における、本時の成果と課題を振り返り、次時に向けて展望をもつ。</p> <p>T「今日の授業で大切だったことは何でしたか？」</p> <p>S「見た目に惑わされないことです。」</p> <p>S「見る方向や着目する平面を決めて見ることです。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・時間がなければ、取り置きする。</li> <li>・2つの二等辺三角形に分ける考えを、やりとりを通して気付かせる。</li> <li>・立体づくりがほぼ全員できていれば、個人での振り返りを記述させる。</li> <li>・目的に応じて、ある平面に着目して立体を観察していること(投影的な見方)、及び直観的な判断を振り返り、論理的に考え説明していたこと(直観と論理)を自覚させ、その重要性を実感させる。</li> </ul>

[引用・参考文献]

國宗進 (研究代表者) (2007) 「小学校算数, 中学校数学, 高校数学の接続を重視した幾何教育の改善に関する研究」, 平成 16~18 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C)) 研究成果報告書.

近藤裕・國宗進・熊倉啓之・八田弘恵・望月美樹 (2011) 「空間図形についての理解に関する研究 - 立体の切り口の授業を通して -」, 第 44 回数学教育論文発表会論文集, pp. 489-494.

藤原大樹 (2012a) 「数学科学習指導案」, 平成 23 年度横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校研究発表会 (平成 24 年 2 月 18 日) 当日資料.

藤原大樹 (2012b) 「中学校数学科における言語活動の質的な充実」, 日本数学教育学会誌臨時増刊 94, p. 379.

藤原大樹 (2012c) 「中学校数学科における言語活動の質的な充実」, 第 94 回全国算数・数学教育研究 (福岡) 大会発表当日資料.

文部科学省 (2008) 「中学校学習指導要領解説」, pp. 64-72.

【当日の板書】

