

統計的思考力の育成を目指した 無作為抽出のよさを感じさせる「標本調査」単元の指導と評価 ～複数の簡易実験を位置付けて～

Instruction and assessment in the unit “sample survey”
with making students appreciating the value of random sampling
for fostering statistical thinking
—placing some simple experiments in the unit—

数学科 藤原 大樹

要 旨

本研究では、「標本調査」単元において無作為抽出のよさを実感させる授業について検討した。(1) 標本の多様な抽出方法の比較・検討、(2) 実験・観察と「みなす活動」の重視、(3) 指導の系統性、(4) 授業展開における PPDAC^{註1}の重視、の4つの視点で単元構成を行い、授業実践及び評価問題からその有効性を検証した。

その結果、授業においては、生徒たちは簡易実験などで実感を伴いながら無作為抽出を実施し、標本比率を核として母集団比率や母集団の大きさ、母集団の分布などの傾向を無理なく推測することができた。また、評価問題においては、目的に応じた標本の抽出方法の誤りや、母集団の大きさを求めるために標本比率と母集団比率が等しいとみなしてもよい理由を、約9割の生徒が記述することができるなど、指導の効果の一端が確認された。

実験を通じた指導においては、例えば、実験の目的や必要性を理解する過程や、カラーボールを実物と見立てるために生徒とやり取りをする過程、カラーボールの色が偏るように意図的に袋へ入れるなどして、生徒から「かき混ぜる」「見ないで取る」などの無作為抽出につながる発言を引き出してそのよさに気付いていく過程を重視することが大切である。また、母集団が多いほど統計的にはより理想的な実験となるが、標本の大きさが60程度の簡易実験であっても十分に教育効果が期待できると本研究からは考えられる。今後、「標本調査」の単元指導へ、簡易実験の積極的な位置付けを期待したい。

キーワード：統計的思考力 標本調査 無作為抽出 実験・観察

I 研究の背景と目的・方法

中央教育審議会(2015)の『論点整理』^{*1}では、「社会生活などの様々な場面において必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりする」能力の育成を目指し、「小・中・高等学校教育を通じて統計的な内容等の改善について検討していくことが必要である」としている。この能力は、いわゆる統計的思考力(Ben-Zvi & Garfield, 2004)^{*2}であり、近年我が国

でも注目され、理論・実践の両面で研究が充実しつつある（例えば、渡辺（2007）^{*3}、松元（2013）^{*4}、青山（2014）^{*5}）。

筆者らは、日本の中等教育段階における生徒の統計的思考力の学年横断的な実態について明らかにし、日本の統計の指導等の改善に対する示唆を導出した（藤原他、2015^{*6}）。その1つが「目的に応じて、多様な標本の抽出方法を実際に行い、全数調査と比較する活動を充実する」ことである。このことに関して、藤原（2014）^{*7}では、単元の導入において「東京オリンピックの国内支持率」を教材とし、目的に応じた標本の抽出方法を多様に考える学習を位置付けて実践した。そして、単元末において「野球の打撃練習の提案」を教材とし、問題解決のために標本の抽出方法を自ら考えて標本調査を実施しレポートを作成する活動を位置付けて実践した。藤原（2014）は統計的思考力の育成という点で有効性が示したものの、ICT活用が前提であるためにICTがない環境では実施困難であること、及び実験・観察が不足しているため生徒の理解に実感が伴っていない可能性があることが課題として挙げられる。

そこで、本研究では、「標本調査」単元において無作為抽出のよさを実感させる授業について検討することを目的とする。ただし、ICT活用の意義を認めつつも、本研究ではICTがない環境で実践できること、及び簡易な実験・観察を重視することを前提として検討していくこととする。

また、上記の目的を達成するために、次の方法で研究を進める。

- ①単元構成及び授業の枠組みを検討する。
- ②単元指導計画を検討する。
- ③授業を実践し、考察する。
- ④評価問題を実施し、効果を検証する。

II 標本調査の学習指導と単元構成

「標本調査」単元は中学校数学科のすべての教科書の最後に位置付けられている。指導順序を教師が変えてよいのであるが、そのまま高校入試直前の年度末に指導することが多いのではないだろうか。さらに、本単元の学習の意義を十分には見いだせず、計画よりも短時間で済ませてしまう「時間切れ」になることはないだろうか。

未来を生きる生徒に統計的思考力を確実に育む観点からいえば、本単元は、高等学校での記述統計及び推測統計の学習に向けた中学校統計指導の「出口」として捉えられる（藤原、2014）。統計に関わる学習の総まとめとして、既習の知識・技能などを関連付け活用する機会としたい。特に、問題を見いだし、目的に沿って標本を抽出し、分析することにより母集団の傾向を推測する一連の数学的活動が求められる（文部科学省、2008）^{*8}。

藤原（2014）では、本単元を構成する上で重要な視点として次の4つに着目した。

表1 藤原（2014）の単元構成の視点

- | |
|----------------------|
| ① 標本の多様な抽出方法の比較・検討 |
| ② 関連内容との系統性の重視 |
| ③ PPDACにおける軽重の置き方 |
| ④ ビッグデータの扱いに向けたICT利用 |

これを基に藤原（2014）では全7時間のうち4時間（家庭での宿題は除く）でタブレットPCを生徒1人で1台あるいは1グループで1台利用して学習活動を進めた。しかし、筆者の前任校もそうであるが、教室に生徒用PCが常時完備されてはおらず、PC室があってもその使用は他教科や多学年との調整を毎回要するため、自由に使える環境にない。統計的思考力の育成を目指し、ビッグデータの扱いに向けたICT活用の意義は大いに認めるが、直近の指導を改善するという視点で授業及び単元構成を提案する必要があると現実的にはあるものと考えている。

そこで表1の視点を次の観点で改善し、表2の4つの視点に整理した。

[改善1] 前掲②を踏まえつつ、本研究では単元内での学習内容の系統性を一層重視する。

[改善2] 前掲③では個人活動におけるPPDACに焦点を当てた。本研究では協働的な学びの観点から授業展開としてのPPDACについても重視する。

[改善3] 前掲④を削除する分の学習時間を、実験・観察に充て、誤差の扱いを丁寧に行う。例えば塩澤・須藤（2013）*¹⁰のような精密な実験もあるが、ここでは生徒が手軽に実施できて準備に負担の少ない簡易実験について検討する。また、例えば母集団の大きさを求めるために、無作為抽出を根拠として標本比率と母集団比率が等しいと仮定して考えるといった「みなす活動」を重視する。

表2 本研究における単元構成の視点

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> (1) 標本の多様な抽出方法の比較・検討 (2) 実験・観察と「みなす活動」の重視 (3) 指導の系統性 (4) 授業展開におけるPPDACの重視 |
|--|

表2の視点を基に、表3の単元計画を作成した。

表3 本研究における単元計画

[第1時] 全数調査と標本調査の必要性和意味を学習した上で、「東京オリンピックの国内支持率」を教材に、目的に沿った標本の抽出方法を多様に考え、無作為抽出について知る。
[第2時] 「東京オリンピックの国内支持率」を教材に、カラーボールを国民に見立てた簡易実験（無作為抽出）を行い、一般に、標本の大きさが大きくなれば標本比率が母集団比率に近付くことなどを経験的・直観的に理解する。
[第3時] 「鹿の個体数の推定」を教材に、カラーボールを鹿に見立てた簡易実験（無作為抽出）を行い、母集団比率と標本比率が等しいとみなして比例式を立て、母集団の大きさを推定する。
[第4時] 用語の理解や母集団の傾向把握についての問題（教科書）に取り組み、既習内容の理解を深める。
[第5時] 「睡眠時間アンケート」を教材に、標本調査を行い、母集団の傾向を推測し、わかったことを説明する。また、母集団の傾向と比較し、標本調査の有効性と限界を経験的に理解する。

単元を通して、標本比率を学習内容の核とし、各授業に関連をもたせながら、母集団の比率、大きさ、分布など、様々な傾向を推測する活動を設けることとした。また、カラーボールを用いた簡易実験を複数回組み込み、実感を伴って学習を進められるようにすることとした。

Ⅲ 単元指導の実際

単元指導を以下の要領で実施した。

- ・実施日：平成28年2月
- ・対象：神奈川県内公立中学校3年生
- ・単元：「標本調査」(5時間扱い)
- ・授業者：筆者(基本的に少人数指導)

以下に本単元の指導の実際を示す。

[第1時] 全数調査と標本調査、標本の多様な抽出方法

第1時ではまず、統計について具体例を交えながら説明した後、調査には全数調査と標本調査があることを板書して紹介した(図1の左)。

次に、具体的な調査が全数調査と標本調査のどちらに適しているかを判断する問題(教科書)を解かせ、その判断の理由についても書かせた。生徒の考えを聞きつつ、正解について全体で共有し、全数調査と標本調査についての理解を深めた(図1の中央)。

最後の20分程度で、2年前の東京オリンピック開催決定の頃の話に触れ、「東京オリンピックの国内支持率を調べるために標本を集めるよい方法はどのようなものか?」(藤原、2014)について考えさせた。藤原(2014)ではグループ活動と発表に時間をかけたが、ここでは一斉学習で時間短縮して進めた。全体に問いかけ、発表する生徒の発言から、標本の抽出方法が目的や立場によって異なることがあること、及び無作為抽出や便宜抽出、層別抽出など多様な方法があることなどを共有し、板書していった(図1の右)。

その上で、最後に「標本の偏りがないと見込める抽出方法はどれか」と問い、多様に抽出方法のうち、確率的な偶然性に基づく無作為抽出を本単元で中心的に学習を進めていく旨を生徒に伝え、第2時につなげるようにした。

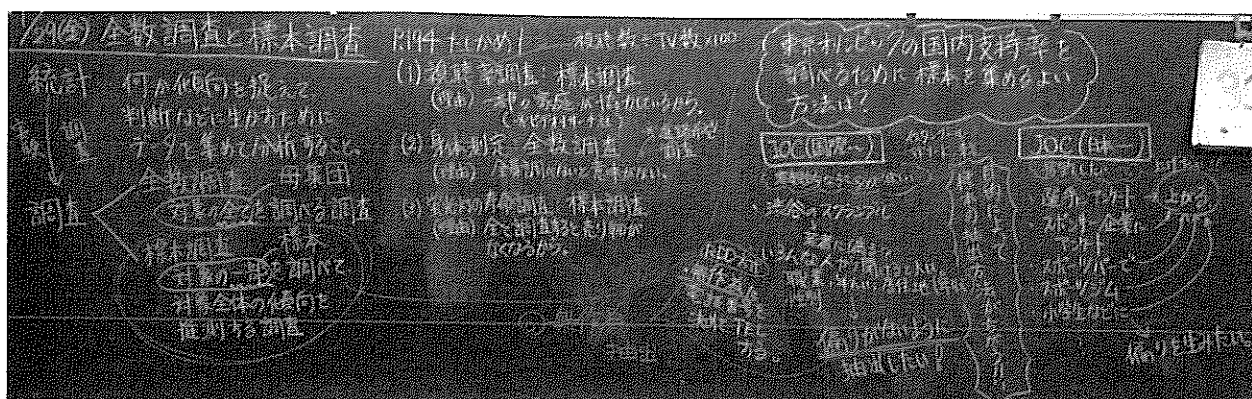


図1 第1時の板書

[第2時] 標本比率

第2時では、第1時の「東京オリンピックの国内支持率」を再度取り上げ、実際にモデル実験を行い、標本比率と母集団比率が近くなるかどうかを、標本の大きさを適当に変えて調べる活動を設けた。具体的には、袋に入ったカラーボール(図2)を国民と見立て、青・オレンジ・ピンク・黄

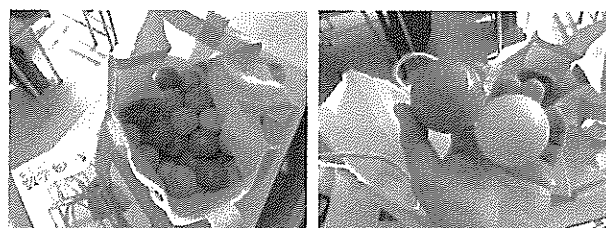


図2 実験で使用したカラーボール

緑をオリンピックの開催に「賛成」、黄を「反対」ということにして、無作為に非復元抽出を行う実験である。生徒とのやりとりの中で標本の大きさを決めて抽出し、出た色の割合を国内支持率として、母集団の割合と比較した。

実験では、まず黄色以外のボールの入った袋に黄色のボールを一気に入れて、袋の上層に黄色のボールが集まるような場面を設けた。その後意図的に、そのままの袋の中の状態でボールを抽出するように近くの生徒に求め、「かき混ぜた方がよい」「見ないで取った方がよい」などという無作為抽出につながる発言を引き出し、板書した。あるクラスでは、標本の大きさを15として非復元抽出を行ったところ、黄色のボールが出た割合（標本比率）は53.3%であった。次に、抽出したボールを袋に戻し、標本の大きさを30、40として、それぞれ非復元抽出したところ、割合はそれぞれ56.7%、70.3%となった。母集団の割合（母集団比率）は67.3%であり、一般に標本の大きさが大きいほど標本の割合は母集団の割合に近くなることを、第2学年の確率で学習した大数の法則と関連付けて説明し、理解させた。さらに望ましい結果を得るための実験はどうするかと問うと、何度もやって平均を出す、母集団の大きさをもっと大きくするなどの考えが出された。第3時に向けたキーワードとして、用語「標本比率」、「母集団比率」を紹介し板書した。

最後の15分程度で、かき混ぜて取ることができない場合（例えば人間）のときは無作為抽出をどうやって行えばよいかと問いかけた上で、教科書を使って乱数表、乱数さい、パソコン等での擬似乱数の発生機能などを紹介した。最後に、第1時に生徒から出された、乱数を使って電話番号を無作為に作成させる方法を、実際に教科書にある乱数表を使ってやらせた。第2時の板書は図3である。

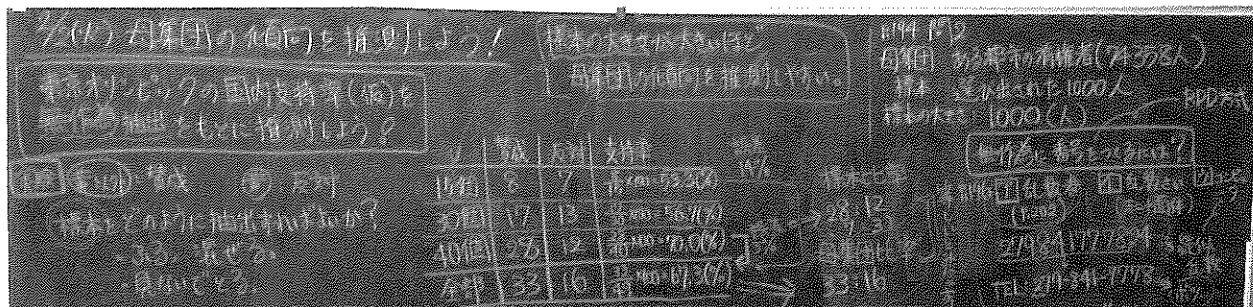


図3 第2時の板書

[第3時] 母集団の大きさの推定

第3時では、1つの学級を2つに分けた少人数指導を普段は行っているが、他方の教科担任が不在であった関係で、合同で授業を行った。

まず動物の個体数を調べる生態学についての雑談から始め、「山に住む鹿が何頭いるかをどうすれば知ることができるか」と投げかけた。するとある生徒が、いくつかの区間に分けて、1つの区間で数えた鹿の個体数に区間の数をかけて推測する方法について発表した。植物ではその方法も使うことがあることを教師から説明した上で、標識再捕獲法（標識再捕法ともいう（久野、1986）*11）とその手順を

- 手順① 30頭捕まえて、印を付けて、放す。
- 手順② 一定期間経過後、再び30頭捕まえる。
- 手順③ 印付きと印無しのボールを数える。

というところまで説明し、その後はどうすればよいかを考えることが第3時の課題であることを生徒に見いださせた。標識再捕獲法は、30頭の鹿を標本として抽出するなどして山に住む鹿の個体数（母集団の大きさ）を推測することである。つまり、標本調査を基に母集団の大きさを推定することであ

ることを説明し、第3時のめあてとして板書の左上にその旨を書き残した。

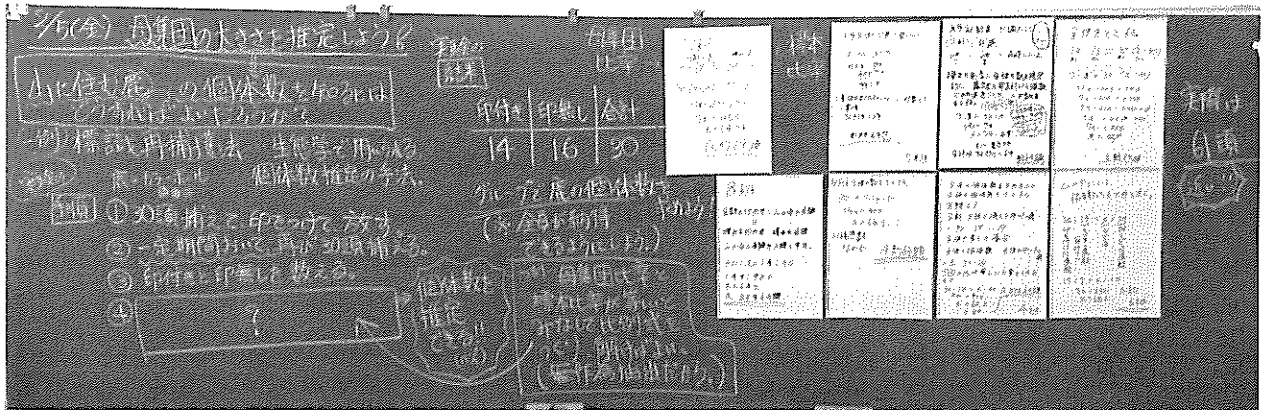


図4 第3時の板書

その後、「実際に山でやってみたいけれど、できないので」と切り出し、第2時で用いたカラーボールを再び取り出して実験をしようと持ち掛けた。今回は、色は関係なくボール1個が鹿1頭を表すこととした。授業中のやりとりを通じて、ボールが鹿のモデルであることを意識付けるようにした。袋から30人の生徒が1人1個ずつボールを抽出し、そのボールに小さなシールに貼り、また袋に戻した(手順①)。袋の上層にシールの付いたボールが偏って集まっている状態で、「では一定期間おきましょう」と沈黙して5秒ほど間をとった後に、意図的に、近くの生徒にボールを抽出させようと袋を差し出す演技をして、「先生、鹿が混じってない」という発言を引き出した。その上で、よくかき混ぜ、よく振った。授業者が袋ごと振った様子を見た生徒は、「鹿が…。鹿が…。」と冗談交じりに発言した。

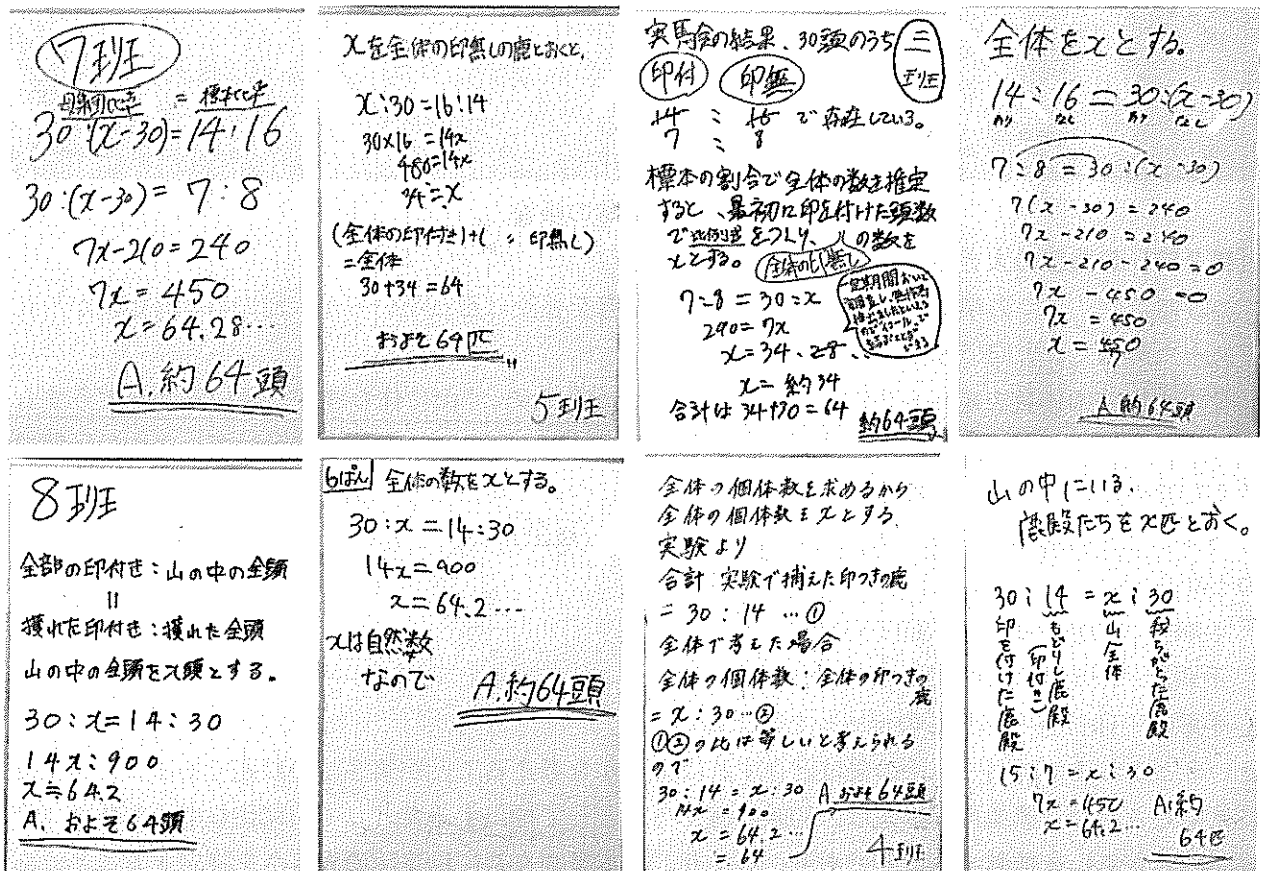


図5 第3時で生徒がかいたホワイトボード(全8班分)

そして、袋の中から30人の生徒が再び1人1個ずつボールを抽出した(手順②)。さらに、印付きのボールと印無しのボールを手で挙げさせ、それぞれを数えさせていった(手順③)。あるクラスでは印付きが14個、印無しが16個となった。このことから、「鹿が全部で何頭いるかを4人程度のグループで考えてホワイトボードにまとめよう」と投げかけた。その際、グループの全員がその考えを納得し説明できるようになることが目標であること、そのためにわからないままにしないで質問し合うことを生徒に求めた。

グループ活動は15分程度行い、授業者が極力関与しないようにして、各グループの文字の置き方、比例式の立て方を注視して机間指導した。活動の見通しが立たないグループには、前時のノートを開かせ、標本比率と母集団比率について振り返らせた結果、どのグループも約64頭と推定することができた。また、円滑に比例式を立てて進んでいるグループには、「なぜ2つの比を等号で結んでよいのだろうか」と問いかけ、標本比率と母集団比率を等しいことを正当化する理由を自覚化させるようにした。その結果、8班はその理由を口頭で説明できた。また、3班はホワイトボードに「一定期間において調査し、無作為抽出したといえるのでイコールで結ぶことができる」と加筆した(図6)。

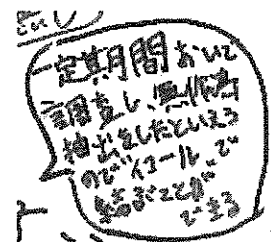


図6 3班の加筆

その後の各グループの考えの共有の場面では、ホワイトボードを黒板に貼らせた上で、まずすべてのグループが推定した個体数が「約64頭」であることを確認した。次に、推定の仕方、特に比例式の意味や立て方の類似点や相違点を確認していった。授業の最後には、「なぜ等号で結んでよいか」と全体に問いかけた上で、3班の記述を紹介した。「一定期間おいたことで印付きの鹿と印無しの鹿がよく混ざり、無作為抽出になったと捉えられるので、標本比率と母集団比率が等しいとみなしてよい」と正当化の理由を、実験で袋の中のボールをかき混ぜた行為と関連付けて全体で確認した。

図7の板書のクラスでは時間不足でできなかったが、他のクラスでは「もっと推定の精度を高くするにはどう工夫すればよいか」と問いかけ、「何度もやって平均を求める」、「30匹よりも多い個体数を捕まえて印をつける」、「母集団がもっと多いときにこの方法を使う」などの考えが発表された。なお、本時の値で行った標本再捕獲法の推定値の95%信頼区間は $52.04 < \mu < 76.52$ である。

【第4時】 問題演習

第4時では、本単元で学習した用語の意味や母集団の傾向の推測に関わる教科書の問題に取り組み、生徒自身のわかり具合を自己評価させるとともに、知識・技能の定着を図った。

【第5時】 母集団分布の推測

第5時の実施に先駆け、朝学活等の時間を使って、受験勉強で睡眠時間が少ない生徒が多いことを話題にあげ、「みんなは睡眠時間をどれくらいとっているのだろうか」という問いかけから動機付けし、アンケートを実施した。アンケートは、生徒が使っている教科書に掲載されている平成22年度全国学力・学習状況調査質問紙調査の結果とも比較しやすいように、階級別の選択肢式にした。

姓	番号	10時間以上	9時間以上 10時間より短い	8時間以上 9時間より短い	7時間以上 8時間より短い	6時間以上 7時間より短い	5時間以上 6時間より短い	4時間より短い
	000							
	001				○			
	002					○		
	003					○		
	004			○				
	005			○				
	006						○	
	007					○		
	008			○				
	009				○			
	010					○		
	011						○	
	012					○		
	013					○		
	014					○		
	015				○			
	016				○			
	017					○		
	018				○			
	019						○	

図8 睡眠時間のアンケート結果の一覧表

第5時では、事前に朝学活で実施し表に集計しておいた睡眠時間のアンケート（145人分）を教材として、標本分布と母集団分布が近くなるかどうかについて、標本調査を実施して検証し、表やグラフから読み取ったことを説明する機会とした。

アンケート用紙には0～144の番号を割り振っておき、その生徒の睡眠時間がどの階級（例えば、6時間以上7時間未満）に入るのかを予め授業者が一覧表に整理しておいて（図8）、生徒に配付した。無作為抽出を効率的に実施するために、授業者のiPadで乱数発生アプリ「シンプル乱数」（現在非公開）を起動し、順番に生徒に画面をタッチさせるなどして0～144までの擬似乱数を発生させて標本となる生徒を抽出した。なお、厳密な乱数（物理乱数）ではなくて、擬似乱数であっても十分に教育効果が期待できると考えた。第5時においては、アプリで擬似乱数が発生されることを生徒に伝えておき、理解を促した上で実施した。

次に、母集団の大きさが145であり大きくないことから、生徒とのやりとりを通して、標本の大きさをその3分の1程度である50とした。授業者は発生した擬似乱数50個を順に声に出して板書し、生徒にはその乱数と等しい一覧表番号の○印にマーカーペンで色を付けさせた。

抽出された○印に色が付いた図7の一覧表を基に、各階級に含まれる度数を生徒に分担させて数えさせ、黒板に授業者が書いた度数分布表の枠に各度数をかき入れていった。その上で「度数同士で比較しにくいときはどうすればよいですか？」と問いかけ、相対度数の必要性を生徒から引き出した上で、これを求めてかき入れ、生徒もノートにかいていった。

度数分布表で標本と母集団とで分布の類似点や相違点をノートに記述させ、後で問いかけたところ、「両方とも最も多いところが同じ」と答えた生徒がいたため、「専門用語では何というかわかりますか？」と再度全体で問いかけ、用語「最頻値」の必要性を引き出した。その上で、標本と母集団とで最頻値が等しいこと、中央値が含まれる階級が同じことを生徒が説明した。「グラフで表すとどんな形になっていそうですか？」と問いかけた上で、授業者が統計ソフトstathistに入力して作成しておいた母集団の相対度数折れ線を配付し、その上に標本調査の相対度数折れ線を生徒にかき入れさせた。そのグラフは図9の右のようになり、標本と母集団とで最頻値が等しいことなど、分布の様子が酷似していることなどを視覚的にも理解させた。



図9 第1時の板書

IV 授業の考察

本研究では単元構成に4つの視点を設けて具体的な単元計画を立て、5時間の授業を実践した。ここでは、本単元のそれぞれの授業あるいは授業同士の関連などについて、この4つの視点で考察する。

1 標本の多様な抽出方法の比較・検討

第1時では、「東京オリンピックの国内支持率」を教材として、目的に応じた標本の多様な抽出方法を生徒から引き出すことができた。教科書によっては、「標本調査＝無作為抽出」であると誤解しかねない表記も見られる。しかし、生徒に具体的な文脈を与え、目的に応じた標本の抽出方法を考えさせることで、素朴なアイデアとして便宜抽出、層別抽出、無作為抽出などが自然に出される。この共有を踏まえた上で、これからは確率的な偶然性に基づく方法としての無作為抽出に焦点を当てて数学の学習を行っていくという、単元の導入としての流れは自然であった。この結果は、A県の国立大学附属中学校の生徒を対象とした藤原（2014）と同様であり、本実践の効果の再現性を示している。さらにいうと、藤原（2014）ではグループ学習を行ったが、一斉学習でも生徒の考えが活発かつ多様に出されており、期待通りの効果があったと思われる。

また、第2時「東京オリンピックの国内支持率」、第5時「鹿の個体数の推定」などでは、簡易実験における「ボールをかき混ぜる」という行為に生徒の関心が向くように演技したり、板書して強調したりした。生徒の中にある無作為抽出のよさが引き出され、強調できた象徴的な場面であり、指導においてはこのような過程を意図的に仕組むことが重要であると示唆される。

2 実験・観察と「みなす活動」の重視

第2時「東京オリンピックの国内支持率」と第3時「鹿の個体数の推定」において実験を行った。その際、第2時であればボールを国民に、第3時であればボールを鹿に見立てる過程を、生徒とのやり取りの中で丁寧に行った。そして、前述したように、「ボールをかき混ぜる」という発想を生徒から引き出し、強く印象付けることができた。無作為抽出は現実的な事象と関わりがとて深い。したがって指導においては、実験を行う目的は何なのか、また、現実の事象における何が何で代替されるのかを丁寧に扱うことが重要であると示唆される。前述の生徒の「鹿が…。鹿が…。」という発言もこれを裏付ける一例といえる。

また、第2時においては、実験を通して、標本の大きさによって標本比率が母集団比率と近かったり近くなかったりする経験を得た。その経験とは、「標本比率が母集団比率と必ずしも等しくなるとは限らない」ということである。一方、第3時では、母集団の大きさを推定するために、標本比率が母集団比率と等しいとみなして、鹿の個体数を推定し、実際と近い個体数が得られた。では、等しいとみなしてよい理由は何か。それは、「一定期間をあける」ことによって、鹿が混じることを想定した無作為抽出であるからである。既習の数学で表現できるものとみなすことを正当化する理由を生徒が自覚化し言語化してこそ、本当の意味で生徒自身が数学を用いて問題の解決ができたということになると考える。もし生徒が暗黙裡に比例式を立てて解決していたとしても、授業者から「なぜ標本比率と母集団比率が等しいのか（等しいとしてよいのか）」と意図的に問いかけることで、正当化の理由を正しく考えられることが図6の記述などから示された。関数や図形など他領域に関わる現実事象において対象や関係を既習の数学で近似して考える活動（みなす活動）では、それとみなしてもよい理由を議論する場面を設けるが重要であり、単発ではなく継続的に指導していくことが必要である（例えば、藤原、2010^{*12}；藤原、2012^{*13}）。標本調査においても、同様のことがいえると考えられる。

3 指導の系統性

まず指導内容の系統性について、本研究における単元構成では、標本比率を核としている。第2時での学習を踏まえ、ある程度の大きさの標本であれば、それぞれの比率が近くなることを経験的に理解させる。この知識を前提とすれば、第3時における母集団の大きさの推定も、また第5時における母集団の分布の推定（ヒストグラム、相対度数など）もその核（土台）が同じであるため、無理なく生徒が学習を進められる。さらにいうと、この知識を前提としてはじめて、標本平均と母集団平均が等しいとみなすことができるという理解が生徒の腑に落ちるのではないか。このことを検証するのは、今後の課題ともいえる。標本比率と母集団比率を核とした単元構成は、今後も光を当てていくべきであると考えられる。

また、学習方法（活動）の系統性について、単元を通して、具体的な問題を解決するために、簡易実験を行い、母集団の傾向を推測する活動の機会を複数回設けるようにする。その際、母集団のモデルである「ボールをかき混ぜる」という無作為抽出の前提行為に毎回焦点を当てるようにする。それにより直観的に無作為抽出とそのよさを理解することができるかと期待できる。

4 授業展開における PPDAC の重視

PPDAC は生徒一人一人の統計的な問題解決のプロセスの例である。個人あるいはグループにおける問題解決においては、一般に、必ずしも Problem → Plan → Data →

Analysis → Conclusion → …の順に進むとは限らない。どこかの相に重きが置かれたり軽く扱われたり、行ったり戻ったりになることもあり、その方がむしろ自然である。しかしながら、これに不慣れた集団においては、まず PPDAC を授業展開に位置付けるとともに、生徒の自由な思考を遮ることなく、寄り添うように PPDAC の形を仕組むことも、現実的には当然考えられ得ることであると考えられる。

「標本調査」単元においては、統計調査でデータをどのように抽出すればよいかについて、「データ化」（藤原他、2015）を含めて検討する貴重な場面である。したがって、例えば第1学年の学習よりも Plan（計画）の相の扱いを重視して授業や単元を構成していくべきであると考えられる。

問 13 広報委員会の企画によるお昼の放送で、「本校の生徒が好きなアーティスト・ランキング」の調査結果が発表されました。まことさんやその周辺の友達は、自分たちがアンケートされてない上、ランキングに偏りが大きい気がして変だと思い、この企画の担当である広報委員長に質問しました。

まこと：「あの、質問だけど、あのランキングはどうやって決めたの？」

委員長：「全校生徒から 100 人を選んで、アンケートしたのよ。」

まこと：「ランキングにあまりに偏りがあると思う。だって、1位から4位まですべてシャニーズ事務所所属のアーティストなんて変じゃないか！」

委員長：「全校生徒からアンケートをとるのは大変だから、一部から全体を推定する手法をとったのよ。数学の授業でやったし、文句ないでしょ！」

まこと：「そういえば、君（＝委員長）はシャニーズ事務所のアイドルグループの大ファンだったよね。なんか意味があるんじゃないか？」

委員長：「そんなの関係ないわ！ たまたまそうなたただけよ、ふんっ。」



委員長

このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) この会話文から標本調査のしかたを批判的に見ると、広報委員長は 100 人の選び方に偏りがあると予想されます。どのように選んだと考えられるか、説明しなさい。
- (2) まことさんやその周辺の友達から不平・不満が出ないように、広報委員長が 100 人を偏りなく選ぶためには、どのようにして選ぶべきだったでしょうか。その方法を具体的に説明しなさい。

問 14 養殖所の池にいる鯉の総数を調べるために、50 匹捕まえて印を付けて、池に戻しました。数日後に 210 匹の鯉を捕まえて調べたところ、そのうちの 28 匹に印が付いていました。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 池に鯉は約何匹いると推定できるか、求めなさい。
- (2) 最初に印を付けた 50 匹を池に戻した後、なぜすぐに捕まえずに、数日後に捕まえたのか、その理由を説明しなさい。

図10 評価問題（定期テスト問13、14）

本研究においては、第1時で目的に応じた多様な標本の抽出方法を考えたこと、第2時と第5時で無作為抽出における標本の大きさを検討したこと、第2時と第3時で「ボールをかき混ぜる」という考えを導いたことがPlanの相にあたる。また、第3時で標本比率と母集団比率が等しいと仮定してよい理由を考えたことなどが、問題演習を行った第4時を除いて、一連のPPDACを意識した授業展開をつくることができたと考える。しかしながら、最終的な目標は統計的思考力を各個人に身に付けることであり、一連のPPDACの過程を個人やグループで経験する機会を設けずには指導も評価もできない。その点では現行の学習指導要領ではPPDACを授業展開に意図した授業は実現できても、各個人の中でPPDACのサイクルが回るような学習を確保する時間が生まれにくい。今後の課題としていえよう。

V 評価問題とその分析・考察

本研究における単元指導を実施した効果を検証するために、対象生徒63人に対して図10の評価問題（定期テスト 問13「アーティスト・ランキング」、問14「養殖所の鯉」）に取り組ませた。生徒の反応例を、図11、12に示す。

問13	(1) 100人中の10人と100人中の100人をランダムに選んだから
	(2) 無作為調査で100人選んで70人だけ選んでいい
問14	(1) 約232匹 (2) ぐに捕まえてまつと印をつけた

図11 Sa生の解答（問14（1）以外正答）

問13	(1) ジェーンズの70人が男子ばかり選んだ
	(2) 男女同じ数ずつお魚をくじりどて無作為に抽出する
問14	(1) 約375匹 (2) 捕まえた鯉と他の鯉が同じ大きさの

図12 My生の解答（すべて正答）

評価規準と正答率・無答率は表4の通りで、評価の観点は、すべて「数学的な見方や考え方」として設定した。

表4 各評価問題の評価規準と正答率・無答率

問題番号と評価規準	正答率	無答率
問13（1） 日常的な事象における標本調査を批判的に評価し、目的に応じた標本の抽出方法としての誤りを推測して説明することができる。	90.5% (57人)	1.6% (1人)
問13（2） 日常的な事象における標本調査を批判的に評価・改善し、目的に応じた標本の抽出方法を考えて説明することができる。	71.4% (45人)	1.6% (1人)
問14（1） 社会的な事象における標本調査を基に、標本比率から母集団の大きさを求めることができる。	58.7% (37人)	9.5% (6人)
問14（2） 社会的な事象における標本調査を基に母集団の大きさを求めるための方法を正当化する理由を、無作為抽出と関連付けて説明することができる。	88.8% (56人)	0 (0人)

問13（1）については、「委員長と趣味の合う人だけを選んだ」「女子だけを選んだ」など、特定のアーティストが上位に入るような恣意的な標本の抽出の方法について説明していると解釈できるものを正答とした。90.5%の生徒が誤りを説明できており、目的に応じた多様な標本の抽出方法について学習

した第1時の効果が十分にあったとみることができる。

問13(2)については、単元を通して学習した無作為抽出の方法について説明していると解釈できるものを正答とした。71.4%の生徒が正答しており、単元を通した無作為抽出のよさを実感させる指導の効果がおおむねあったとみることができる。なお、例えば「男女を同じ数にする」や「人の多いところで抽出する」といった、層別抽出や便宜抽出と解釈されるのみで、無作為抽出については触れていない不十分な解答が22.2%(14人)であった。藤原他(2015)で指摘した「無作為抽出とその他の抽出方法、例えば便宜抽出や系統抽出などを取り上げて比較する活動を充実する必要がある」ということが、この結果からも示唆される。

問14(1)については、正しく比例式を立ててこれを解き、「約375枚」と求められたもののみを正答とした。正答は58.7%にとどまり、標本比率から母集団の大きさを推定することを学習した第3時及び問題演習の第4時の効果が不十分であったとみることができる。母集団の大きさを求めるためには、数量関係を正しく捉えて x を用いた比例式を立てることと解くことが求められるが、生徒にとって難しいと筆者は経験的に理解している。協働的に解決した第3時を踏まえ、第4時では個人で問題演習を行ったが、一層の定着が求められる。無解答が9.5%あったことから、この問題特有の立式の難しさが主たる原因であると推測される。

問14(2)については、「印がある鯉とない鯉が偏らないように混ざるため」など、標本比率と母集団比率が等しいとみなしてもよい理由を、無作為抽出と関連付けて説明していると解釈されるものを正答とした。88.9%の生徒が正答しており、「鯉が移動するから」など表現が不十分であるが準正答ともみなすことのできる解答を加えると93.7%(59人)である。問14(1)では母集団の大きさを求めることには課題があった。しかし、標本比率と母集団比率が等しいとみなしてもよい理由については、第2時、第3時で実験を通して「混ぜる」という無作為抽出の前提行為を重視して行った指導の効果が十分にあったとみることができる。

VI 研究の成果と課題

本研究の目的は、「標本調査」単元において無作為抽出のよさを実感させる授業について検討することであった。藤原(2014)などを基に、(1)標本の多様な抽出方法の比較・検討、(2)実験・観察と「みなす活動」の重視、(3)指導の系統性、(4)授業展開におけるPPDACの重視、といった4つの視点で単元を構成し、指導を行った。

その結果、授業においては、生徒たちは簡易実験などで実感を伴いながら無作為抽出を実施し、標本比率を核として母集団比率や母集団の大きさ、母集団の分布などの傾向を無理なく推測することができた。また、評価問題においては、目的に応じた標本の抽出方法の誤りや、母集団の大きさを求めるために標本比率と母集団比率が等しいとみなしてもよい理由を、約9割の生徒が記述することができるなど、指導の効果の一端が確認された。

実験を通した指導においては、例えば、授業の問題から問いを見だし、実験の目的や必要性を理解する過程や、カラーボールを鹿と見立てるために生徒とやり取りをする過程、カラーボールの色が偏るように意図的に袋へ入れるなどして、生徒から「かき混ぜる」「見ないで取る」などの無作為抽出につながる発言を引き出してそのよさに気付いていく過程を重視することが大切である。また、母集団が多ければ多いほど統計的にはより厳密となり、理想的な実験となるのかもしれないが、標本の

大きさが60程度の簡易実験であっても十分に教育効果が期待できると本研究からは考えられる。今後、単元指導への簡易実験の積極的な位置付けを期待したい。

課題としては、本単元にレポートをどう位置付けるかについて ICT 活用を視野に検討すること、及び母集団平均など本単元で扱わなかった母集団の推測をどのように系統的に指導するのがよいのかについて高等学校数学科との関連を含めて検討することなどが挙げられる。

《引用・参考文献》

- * 1 中央教育審議会教育課程企画特別部会 (2015) 「論点整理」、p.37.
- * 2 Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning and thinking: Goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp.3-15). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- * 3 渡辺美智子 (2007) 「知的創造社会を支える統計的思考力の育成」、日本数学教育学会誌第89巻第7号、pp.29-38.
- * 4 松元新一郎 (2013) 『中学校数学科 統計指導を極める』、明治図書.
- * 5 青山和裕 (2014) 「『資料の活用』領域における指導の充実に向けて - 探究プロセスに関するスパイラル指導と確率との関連付け-」、日本数学教育学会誌第96巻第1号、pp.43-46.
- * 6 藤原大樹・松元新一郎・川上貴・細矢和博・塩澤友樹 (2015) 「中等教育段階における生徒の統計的思考力の現状と課題- PPDAC サイクルにおける「計画」の相に焦点を当てて-」、日本数学教育学会誌第97巻第7号、pp.2-12.
- * 7 藤原大樹 (2014) 「統計的思考力の育成を目指した単元指導と評価(5)~中学校3年間の「出口」としての「標本調査」単元の在り方~」、日本数学教育学会誌臨時増刊第96巻、p.277.
- * 8 文部科学省 (2008) 「中学校学習指導要領解説数学編」.
- * 9 Wild,C.J. & Pfannkuch,M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. in *International Statistical Review*, 67 (3).
- * 10 塩澤友樹・須藤雄生 (2013) 「3年習得 標本の大きさの指導9 視聴率調査の模擬実験をしよう」、松元新一郎『中学校数学科 統計指導を極める』、pp.122-126.
- * 11 久野英二 (1986) 「動物の個体群動態研究法I-個体数推定法-」、共立出版.
- * 12 藤原大樹 (2010) 「1次関数とみなすことの指導についての事例的研究」、日本科学教育学会年会論文集34、pp.137-140.
- * 13 藤原大樹 (2012) 「中学生による数学的モデリングを目指した近似の考えの継続的指導の必要性」、日本科学教育学会年会論文集36、pp.113-116.

《註》

- 註1 PPDACとは、Problem(問題)→Plan(計画)→Data(データ収集)→Analysis(分析)→Conclusion(結論)→Problem(問題)→…という統計的な問題解決の一連のプロセスである(Wild & Pfannkuch, 1999*9)。

《付記》

本研究は、筆者がお茶の水女子大学附属中学校で勤務する以前に実践したものをまとめたものである。

