主体的に学習に取り組む態度の評価材料に関する実践報告

―主体的で数学的な活動の場をつくる―

数学科　　阿　部　真由美　　十九浦　美　里

令和４年度から，高校における各教科での観点別評価が導入された。これに伴い本校数学科では「主体的に学習に取り組む態度」の評価につなげる授業（課題）を，各単元で実施している。ここではその授業（課題）の実践事例を２つ（数学Ⅰ：図形と計量 数学Ⅱ：三角関数），生徒の取組状況や評価規準などもあわせて報告し，数学科における「主体的に学習に取り組む態度」の評価の在り方について考える。

〈キーワード〉新学習指導要領　主体的に学習に取り組む態度　協働的な学び

1. はじめに

平成 30 年 3 月に告示された「高等学校学習指導要領　第 2 章　第 4 節　数学　第１款　目標」には以下のように書かれている。

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。
> (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
> (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力，事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
> (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度，粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度，問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。
> ※指導要領解説には (1) 知識及び技能，(2) 思考力，判断力，表現力等，(3) 学びに向かう力，人間性等の三つの柱に基づいて示す，とある。

上記の目標 (3) で目指す「学びに向かう力，人間性等」に関しては「主体的に学習に取り組む態度」を評価することになっている。評価材料という点から考えたときに，目標 (3) は目標 (1) や (2) との結びつきが強いことから，授業を通じた取組の中でどのような題材を用いてどのように評価していくのが妥当なのか，本校数学科では次のような議論を行いながら教材開発を行ってきた。

・粘り強く主体的に取り組む姿勢だけでなく，数学的にきちんと考えを組み立てられるか。
・これまでの学習と結びつけるなど，体系的なつながりを考えたり，実生活，社会と結び付けて考えたり，自分で考え，数学的にも深められているか。
・振り返りなどの自己評価が次につながっているのか。

こういった議論を通じて，本校数学科としては，「主体的に学習に取り組む態度」の学習状況が「十分満足できる」状況と判断するには，「知識及び技能」や「思考力，判断力，表現力等」の学習状況についても十分満足できる状況であることが必要であり，そのためには，「生徒がその単元の学習内容を総合的に活用できて

いるか」を見るような課題をおこない，その取り組みを通して評価することが必要ではないかという結論に達しているところである。

ここでは，これらの議論をもとに実施してきた教材の主なものを取り上げ，その教材の意図，実施した際の生徒の取組み状況なども踏まえ，成果を検証したい。

2. 数学Ⅰ 図形と計量 課題「雨粒に差し込む光線の作図」の実践

2.1. 題材の背景

数学Ⅰでは，「主体的に学習に取り組む態度」（以下，「主体性」と略）を評価する上で，それに向けた課題を複数扱ってきた。今回は「図形と計量」の中で扱った「雨粒に差し込む光線の作図」の授業実践について生徒の取組みを中心に報告する。

「雨粒に差し込む光線の作図」は本校が 2005 年からお茶の水女子大学高大連携特別教育プログラムの中で取組んできたカリキュラム「教養基礎『数学Ⅰ』」（通称：虹の数学）の中で扱ってきた題材の一つで，お茶の水女子大学名誉教授 真島秀行先生のご考案，ご助言のもと高校生を対象に高校数学の授業でどのように展開するのがよいか，長年にわたって試行錯誤し続けてきたものである。なお，高大連携特別教育プログラム「虹の数学」については 研究紀要 第 50 号，第 53 号，第 56 号で報告している。2019 年度に「教養基礎」が「新教養基礎」へ移行し，「教養基礎『数学Ⅰ』」がなくなったことに伴い，数学Ⅰの中で課題学習の形で扱うこともあったが，進度の状況や生徒の状況などから，ここ近年扱えないこともあった。

2.2 実践報告

2.2.1 課題内容

「雨粒に差し込む光線の作図～スネルの法則を用いた光線の通過経路の作図～」

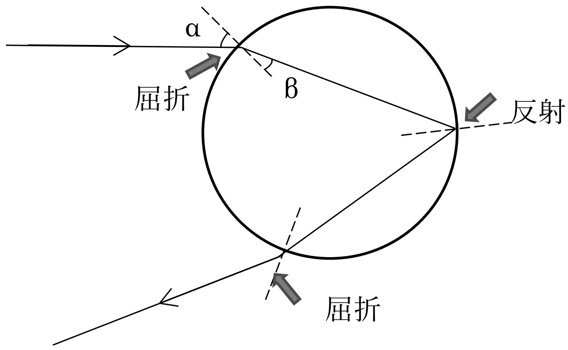
空気に対する水の屈折率 n は，入射角 α，屈折角 β とすると $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$（スネルの法則）と表される。

この値 n は α，β の大きさに関係なく一定である。ただし，屈折率の値は色によって異なるが，約 1.33 である。そこで屈折率を有理数 $\frac{4}{3}$（=1.333・・・・）として，

雨粒の中を通過する光線の最初の屈折の様子を作図しよう。

すなわち，屈折角 β が，入射角 α に対して

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{4}{3}$ となる場合の光線の屈折の様子を作図しよう。



2.2.2 実施の時期とその意図

「図形と計量」の単元の学習の最後の２時間で実施。内容としては，第１節の「三角比」までの知識があれば取り組める課題ではある。しかし，「三角比の応用」で正弦定理などを学習した後の方が，生徒がより自由な発想で課題に取り組むことができると感じる。また，後半は応用問題を多く扱っているため，この課題を通して改めて「Sin って何だっけ？」と，生徒がみずから三角比の定義にたちかえるきっかけにもなっている場面も多くみられた。

2.2.3　授業の流れ

１時間目

①　虹がみえるしくみを大まかに説明（太陽と人と水滴の位置関係や屈折と反射，虹角などについて）

②　「スネルの法則」について説明

③　課題を提示

水滴　→　円，光　→　直線　に数学化し，イメージ図（どこが入射角α，屈折角βかなど）を，生徒と一緒に確認する。（ここまでで 20 分程度，残り時間は生徒が考える時間とする。）

一人で考える時間をとった後，様子をみながらグループになるように促す。

次の時間に，できた人，もしくはグループごとに発表してもらうなど，生徒の状況をみながら判断し，次回の予告をして終わる。

２時間目

①　できた（と思う）人，もしくはグループごとに発表。

作図が間違えていた場合は，全体で何が間違っているかを考えて，修正を考える。

②　発表（を聞いた）後，修正をいれてよいので，一人ひとり作図を完成させる。

作図の手順，作図のポイント，振り返り　をかいて提出。

2.2.4　授業（課題）の意図と留意点

この課題は光の屈折という自然現象が題材である。作図の課題に入ってしまえば，条件式をどう実現するのかという「数学の問題」に帰着する。だからこそ，スネルの法則が「虹」ができる理由の要素の１つであるという導入や，水球を円，太陽光を直線とする自然現象を数学化する場面は重要であり，生徒の数学への興味関心につながる場面でもあると考えて扱っている。さらに，入射角αと反射角βの比の値が一定なのではなく，三角比を用いることでその関係を表すことができることは三角比を学んだことの意義を感じることにもつながる。 また，この課題は最初，何をすればよいのかを考えないと手が動かない。三角比とは何だったか，$\sin\beta=\frac{3}{4}\sin\alpha$　が成り立つβをどう作図すればよいか，これまでの知識を振り返り，統合しながら取り組める課題である。さらに作図方法については，中学で学んだ知識をフル活用することで様々な工夫ができることもこの課題のよさであると考える。また，生徒は他の生徒の発表も聞いた上で，最初に自分が考えた作図に修正を加えたり，よりよいと思ったものに変更したりするなどしながら，手順やポイントをまとめる。

2.2.5　解答例

この課題は多くの別解が存在する。ここでは代表的なもの４つを紹介する。

作図例①（図 1）：直角三角形の利用

■作図の手順

①　AO＝AB となるような点Ｂをとる。

∠C＝90°　の直角三角形△ABC を作図する

②　高さ BC を４等分して辺 BC の$\frac{3}{4}$の長さをとる。

③　AO が直径となる円をかく。

④　点０から②でとった辺 BC の$\frac{3}{4}$の長さをとり，円０との交点をＤとすると∠DOA=βとなる。

■ポイント

直角三角形での三角比の定義を思い出すことが最初の糸口になる。ただし，高さを $\frac{3}{4}$ とするだけではなく，斜辺の長さをそろえた直角三角形を作図の必要があり，

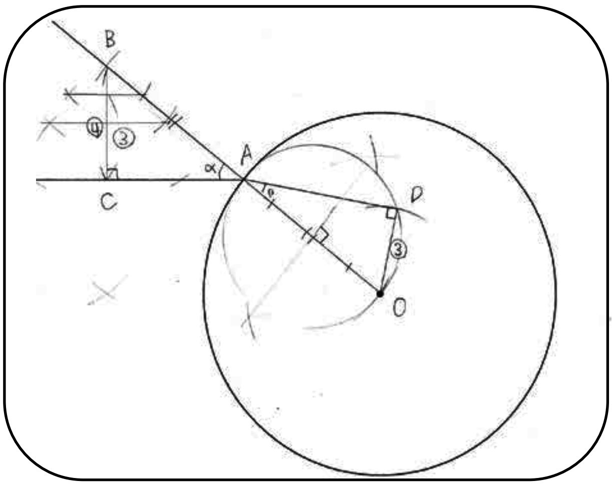


図１：作図例①

そこで手がとまることも多い。この作図は最初にAO＝ABとすることで，円周角の定理をうまく活用しているが，この直角三角形をつくる作図のレパートリーもとても多く，そこで間違えてしまうことも少なくない作図である。

作図例②（図2）：円周角の定理の活用

■作図の手順

① 最初の光線である直線と水球である円との交点をDとし，点AOの延長と円との交点をCとおく。このときACは直径であるから∠ADC＝90°となり，△ACDは直角三角形となる。

② 辺CDを4等分して点Cから$\frac{3}{4}$の長さの点をEとする。

③ CE＝CBとなるような点Bを円周上にとると∠CAB＝β

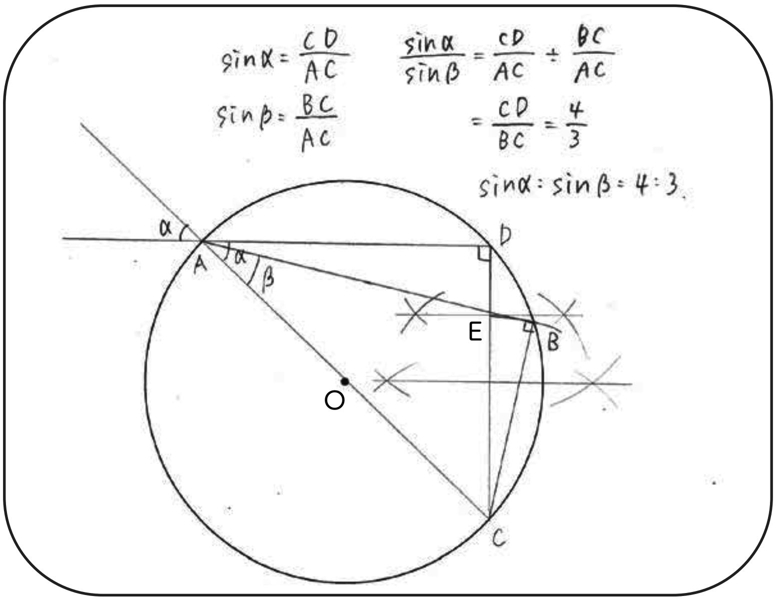


図2：作図例②

■ポイント

作図例①の円周角の定理のよさを存分に活用した作図である。点Eがとれたところで,AEを結んで∠CAEをβとしてしまう誤りもが多くでる作図でもある。発表でこの作図が出てきた際に，「なぜいけないか」を，生徒に考えさせ指摘しあうようにすることで，理解が深まる。

作図例③（図3）：単位円の活用の活用

■作図の手順

① 点Aを中心，半径AOの円Cを作図する

② OAの延長と円Cとの交点をXとし,Xから光線ℓに垂線をおろし,その足をYとする。

③ XYを4等分し，Xに1番近い点をPとする。

④ Pを通りℓに平行な直線と円Cとの交点を点Q，点Qからℓに下した垂線の足をZとすると，∠QAZ＝β

⑤ △AQZ≡△AOR となるよう点Rをとり，点Aと点Rを結ぶ。

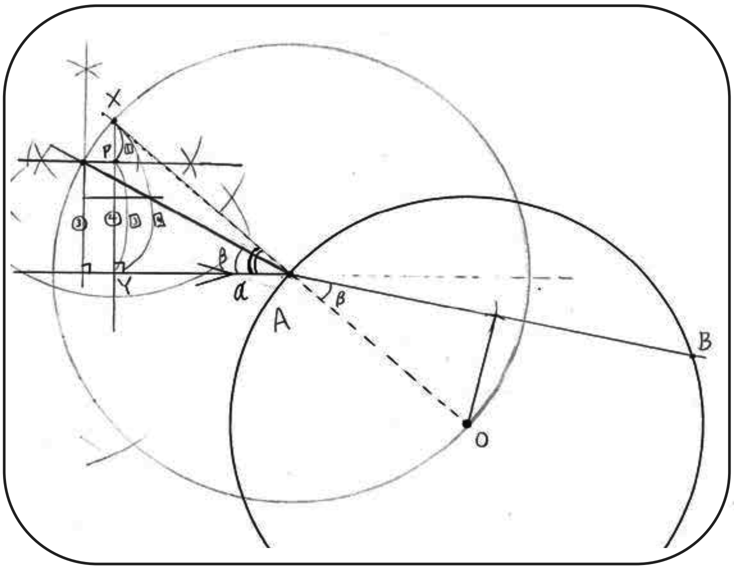


図3：作図例③

■ポイント

この作図は直線ℓをx軸と考え,円Cを単位円とみたてている。

このとき，点Xの座標は，

$$X\left(\mathrm{cox}(180^\circ - \alpha), \sin(180^\circ - \alpha)\right)$$

となり，y座標 $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ であることを利用する。この作図の場合は，ℓをx軸とみて考えているが，他にも円Oにおける点Aにおける接線をx軸とするなど，軸と取り方を工夫することで，最後のβをあるべき場所に移す作業がシンプルになるなどの工夫もできる。単位円による三角比の定義の確認やそのよさに改めて気付くことができる作図である

作図例④（図 4）：正弦定理の活用

■作図の手順

① 直線ℓ上において，AC : CD=3:1 となる点 C,D を作図する。

② 直線 OA 上に AD＝CE となる点 E をとる。

このとき，∠AEC＝βとなる。

③ 辺 AE の垂直二等分線と CE の交点を F とする。２点 AF を結び円 O との交点の点 A でない方を B とする。このとき∠OAB＝β

■ポイント

この作図は正弦定理を活用した作図である。手順①②で屈折角βが作図できる理由を生徒が以下（図５）のようにかいている。

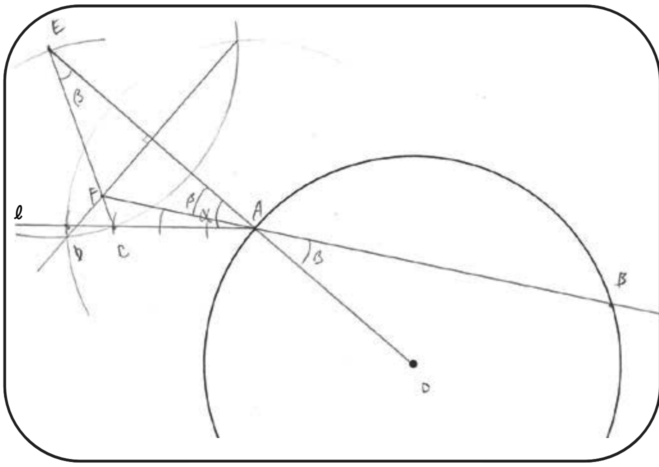


図４：作図例④

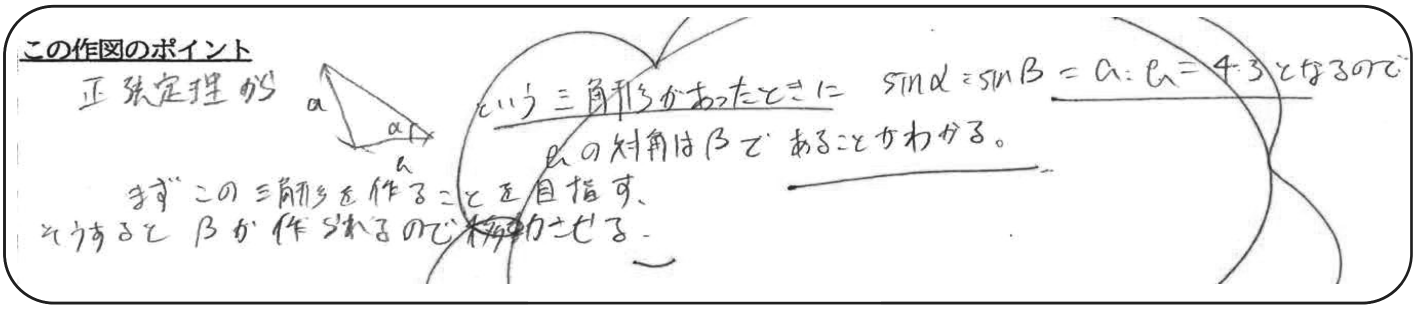


図５：生徒の記述

与えられている条件式（スネルの法則）の形から，正弦定理を連想することはできても，いざ作図にとりいれようとすると混乱し，断念してしまう生徒が多い。その理由として考えられるのは，正弦定理が１つの三角形の中で成り立つ定理だからであろう。今回紹介した生徒は，上の記述からも，そういった知識が，きちんと整理され，端的に活用できていることが伺える作図であった。さらに作図の手順③の直角二等辺三角形をつくって∠βを移す方法については，発表した際に生徒（私も含めて）から「すごーい」と歓声があがった。

2.3 評価について

１で述べたように「主体性」について「十分満足できる」という状況は，「知識及び技能」や「思考力，判断力，表現力等」があってこそ達成できるものと考え，以下の３点を評価項目とした。

① 作図が正確であるか。

② 作図の手順やポイントについて簡潔に記述できているか。

③ 振り返りの中で，これまで学習したことと結びつけて，体系的なつながりや三角比のよさ，面白さなどを自分のことばで述べているか。

実際に評価をしたところ，②（ポイントをきちんとおさえられているか）が一番差がでる項目となった。さらに，生徒の振り返りからは，生徒の理解度，取組状況をみることができ，教員自身の評価につながる要素も大きかった。

［生徒の振り返りより］

・今まで習ったことを振り返りながら条件の式をどう使うのか考えるのが難しくもあり面白かった。教科書の問題ばかりを解いているだけでなく，このように現実の世界で起きていることを考えるのは「数学」の本質を考えられている気がするし，自分で粘り強く考え自分なりの解法を見つけたときの達成感はもの

すごいと感じた。

・最初は直角三角形からの辺の長さの比から始まった三角比が，単位円→鈍角の三角形にまで拡張され応用して使えるようになったことで，今まで求められなかった面積などが求められたり，原理がわかるようになったりして面白かった。

3.　数学Ⅱ　三角関数　課題「円柱を斜めに切って開く」の実践について

3.1.題材設定の意図と実施時期

本単元は，数学Ⅰで学習した三角比において角θを変化させ三角関数と考えることで，関数の値の変化やグラフ，定理を含む様々な性質を導き，それらの特徴や性質を問題解決に用いたり，事象の考察に使えるようにしたりする力を養うことが目標である。方程式の性質と図形の性質を融合させ様々な発想から問題を解決していく「図形と方程式」の単元と異なり，「三角関数」の問題は，式変形のコツなど一定のパターンが頭に入ってしまえば問題は解けてしまうため，生徒は知識・技能に偏った学習となってしまいがちである。また，「図形と方程式」の単元の指導の際，図形の性質を式で表したり，軌跡の考え方を用いて数式で表現したりすることに苦手意識を持つ生徒が多かった。

こういったことを踏まえ，以下のような課題を扱った。三角関数の定義に戻って考える内容であること，問題を解決していくには空間図形の中に平面図形を見出す必要があり試行錯誤が必要なこと，身の回りに現れる現象を数学で説明できることなどが，この題材を扱った主な理由である。

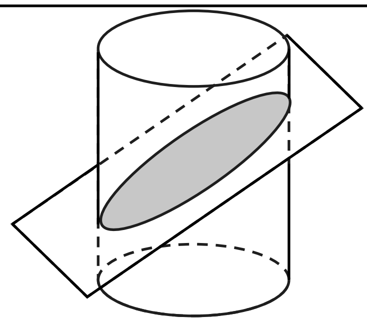
実施時期は，三角関数の単元の指導が一通り終わったところで実施した。数学Ⅱでは，「式と証明」，「図形と方程式」の２つの単元については既習である。

3.2　実践報告

3.2.1　課題内容

以下の問題について１コマ（45 分間）を使って取り組んだ。

問題　図のように，底面の半径が１の円であるような円柱を，底面に対してなす角が 30°（π/6)である平面で切断する。切断した円柱の側面を，底面に垂直な線分で切れ目を入れ切り開く。この展開図における，切り口の描く曲線を求めてみよう。



・考えたことを整理し，論理的に説明してみよう

3.2.2　授業の流れ

① まず個人で，円柱を斜めに切断して切り開いたときにできる図形を想像させ，グループで共有する。

② 実際に切り開いた時の図を見る。

切り口を書き入れてある透明シート（一人１枚配布）をまるめて円柱状にした状態から広げて平面にした時，切り口の図形がサインカーブの形になっていることを確認する。（この時点では証明されていないことも確認する）

③ 課題を提示。切り開いた側面図（平面）の方で，何を証明すればよいかを確認する。

④ 生徒に考えさせる。（まずは個人考え，様子を見てグループで考える。）

⑤ ヒントとして次のことを提示する。

・円柱（空間図形）の図において，θ軸はどこに対応するか。

・θを固定したとき，側面図での曲線上の点は，円柱の図ではどこに現れてくるか。

・円柱をいくつかの平面で切断して考える。

⑥　最後に，考えたことを整理し，論理的に（相手に伝わるよう）プリントにまとめる。ここではグループや周囲と相談しない。

⑦　振り返りを記述する。

※⑥⑦合わせて 20 分程度の時間を取った。

3.2.3　実際の授業の様子と生徒の記述

空間図形の見取り図と平面図とを行ったり来たりしながら考えることは，多くの生徒の探究心をそそる課題となったようである。3.2.2 の番号①～⑦に対応させて，生徒の反応や取組状況を示す。

①　最初からサインカーブを想像できた生徒は意外と少なく，とがった波や，楕円の形（円柱の切り口は楕円になるが切り開いて平面にするので楕円ではない）を想像した生徒もいた。

②　透明シートを見て形を確認したところ驚いている生徒もいた。洋服のそでの型紙の形などを例に挙げて身近な知識・経験と結び付けさせた。

③　②で見た形を思い出しながら，側面図の展開図（長方形）に，切り口の曲線を描かせ，その曲線がどんな式になっていればよいか発問したところ，$y=\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta$ という返答が返ってきた。この式を証明することを目標とした。座標軸の設定などは「図形と方程式」の単元で学習した内容を思い出させ，θ軸，y軸は全員共通にした。ただ，先に透明シート（すでに平面にサインカーブが描かれている。）を見せたことから混乱が生じたのか，問題の意図がうまく伝わらない生徒がいた。理想を言えば，円柱（大根など）を斜めに切って，切り口を写し取るなどがよい。(多くは，そのあとのグループワークや授業者が提示したヒントなどで理解できたようである。)

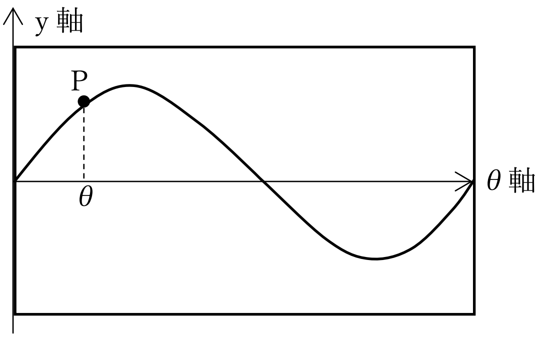


図６：側面を切り開いたときの切り口

④　まずは，ヒントなしで生徒に自由に考えさせた。数学が得意な生徒，考えることが好きな生徒は，早速，見取り図にいろいろな線を引いたり点をとったりして試行錯誤をしはじめた。

⑤　ヒントとして生徒に図６から図８のような図を示した。点Ｐのθ座標をθとおけば，図８の単位円においてθは弧の長さであり，弧度法の定義から扇形の中心角と等しい。よって図８の単位円の中に$\sin\theta$という長さが現れる。切断する平面の傾きが$\tan 30°=\frac{1}{\sqrt{3}}$であるから，図６における点Ｐのｙ座標は$\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta$であることがわかる。

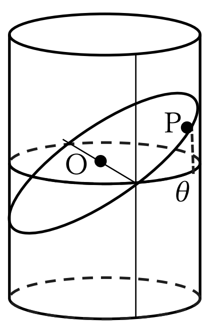


図７：円柱の見取り図

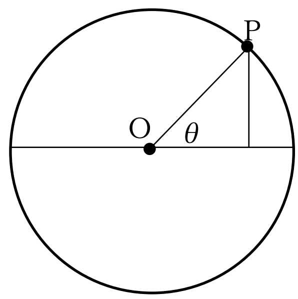


図８：円柱の平面図（上から見た図）

⑥　これらのヒントを踏まえて（ヒントに頼らない生徒もいたが）証明を書かせたが，空間図形を紙の平面上に描くことは，苦戦していた。

図９，図 10 に示した生徒の解答例①，②は，説明に必要となる切断面を図に書き起こして，証明に用いる点にアルファベットを振るなど，工夫して記述できている例である。

⑦今回の課題に取り組んで考えたこととして以下のような振り返りの記述が得られた。

・空間図形でも，平面にして考えれば三角関数を応用できたため興味深かった。途中で相似の考え方を使うなど様々な知識を使って解けて面白かった。

・今まで 2 次元で考えていたことを 3 次元的に考えるということをしたことがなかったのでとても興味深くおもしろかったです。今までにない頭の使い方をしてみて面白かったのでもっとこのような視野が広がるような問題を解いていきたいです。

・答えがわかっている証明こそ，証明をしているときにそれが論理的に導くことができるものなのか，それとも自分の憶測で根拠をこじつけているのかわからなくなってしまう。だからこそ，数Ⅱの最初に行った証明では「(右辺) ＝ (左辺)」から式変形を始めてはいけないのだと理解した。

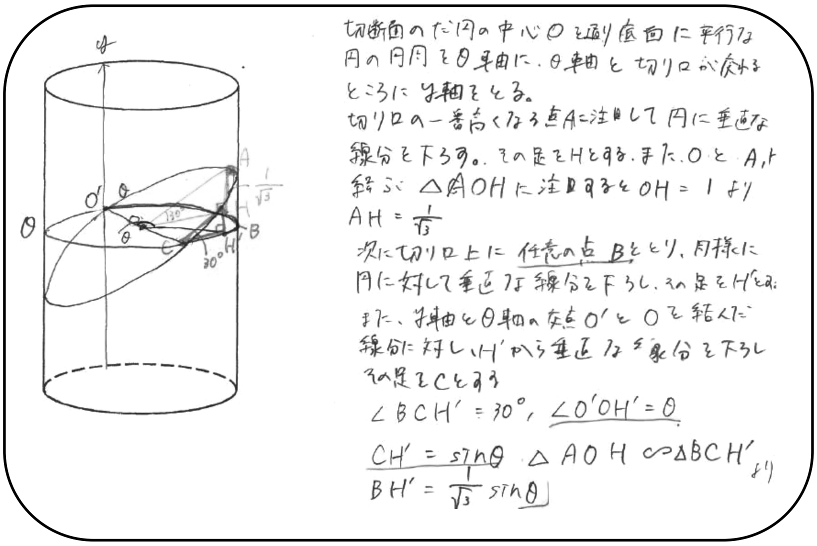


図９：生徒の解答例①

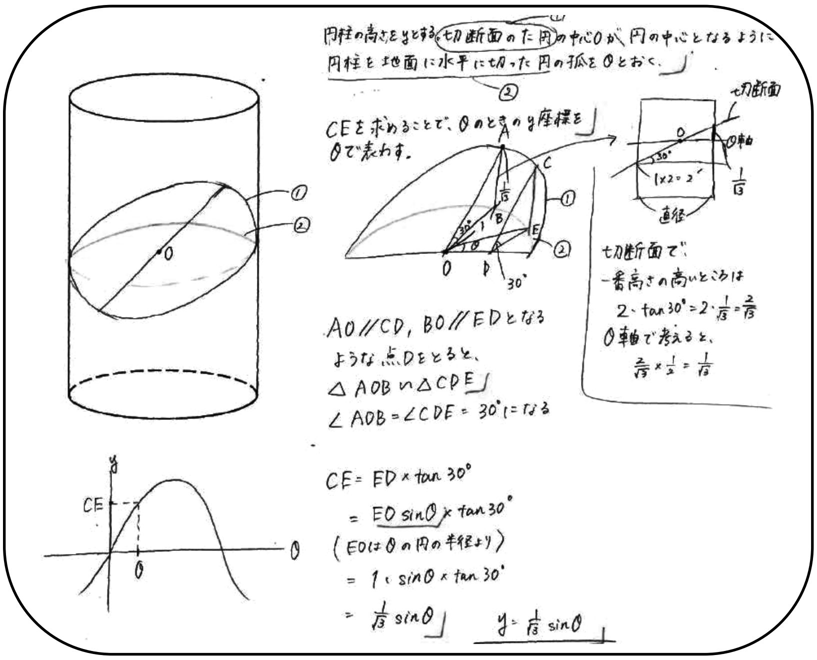


図 10：生徒の解答例②

3.3　評価について

3.2.2 で述べた①～⑤までの段階では，グループや周囲の生徒と相談してよいことにしたが，証明を完成させる段階の⑥以降については相談しないこととして進めた。したがって，ヒントで与えた図をただ写しているだけでは不十分で，ヒントの図を利用して，生徒自身がさらにわかりやすい図になるよう補助線や記号を付け加えたり，新たな図を描いたりして，論理的に（相手に伝わるように）証明がかけているかどうかを，振り返りの記述と合わせて評価した。

4　まとめ

今回は数学Ⅰと数学Ⅱの実践事例を 1 つずつ紹介したが，各単元でこういった課題を実施し，その取り組み状況と提出された課題の内容から，観点別評価の「主体性」について以下の評価規準をもとに評価を行ってきた。

主体性の評価規準
・粘り強く主体的に取り組む姿勢だけでなく，数学的にきちんと考えを組み立てられるか。
・これまでの学習と結びつけるなど，体系的なつながりを考えたり，実生活，社会と結び付けて考えたり，自分で考え，数学的にも深められているか。
・振り返りなどの自己評価が次につながっているのか。

これらの課題に，生徒は予想以上に主体的に楽しそうに取り組んでいた。さらに振り返りの記述からは，課題を通して単元全体を俯瞰して体系的なつながりや，数学のよさを感じる生徒の姿も垣間見ることができた。このような課題を定期的に行うことが，そういった姿勢を育む場にもなり得ると感じている。また，たとえ問題が解けていなくても，振り返りの記述からその生徒がどこまで理解し，考えを深められているのかを判断し「主体性」として評価した。これは，これまでは目でみえる形では評価できていなかった部分を評価することができるようになったという見方もできるであろう。

一方で，公平性を意識することで，時間設定や形式，ヒントの出し方をクラスで統一した方がよいなど，臨機応変な対応ができない場面があり，評価のための評価になってしまう，という懸念もある。課題を通しての生徒の数学的活動をより充実させることを念頭に，指導のための評価の実現を目指したい。

参考文献

文部科学省『高等学校学習指導要領（平成 30 年 3 月告示)』(2018.3)

文部科学省『高等学校学習指導要領（平成 30 年 3 月告示）解説　数学編　理数編』(2018.7)

文部科学省　国立教育政策研究所　教育課程研究センター『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料　高等学校　数学』(2021.8)