

数学・情報コース 「 π を実験で求める」

情報科 小野 永 貴
数学科 十九浦 美 里

1. 本授業の背景

本校では、日常的に数学科と情報科が情報共有し、関連する単元を軸に相互に連携した授業向上に取り組んできた。例えば、「集合と論理」や「整数の性質」の数学の授業の進度にあわせて、情報科でも「情報検索での論理演算」や「2進法でのデジタル情報表現」の内容を取り上げることで、理解の促進と定着を図った。他にも、数学科の学校設定科目「教養基礎数学Ⅱ」で数式処理ソフトウェア「Mathematica」を扱う授業に、情報科教員もTTとして参画し、実習環境の構築や指導ガイドラインの作成等も協働で行っている。

平成21年改訂の新学習指導要領において、数学Ⅰの必履修単元として「データの分析」が新設された。学習指導要領解説の中では、「例えば表計算用のソフトウェアや電卓も適宜用いるなどして、目的に応じデータを収集・整理し（中略）データの傾向を的確に把握することができるようにする」、「多くのデータを扱う場合には、コンピュータなどを積極的に活用するようにする」と明記されるなど、数学科においてもコンピュータを用いた実習活動がより重視されるようになった。一方、情報科の新学習指導要領においても、「公民科及び数学科などとの関連を図るとともに、教科の目標に即した調和のとれた指導が行われるよう留意すること」、「情報科の内容を踏まえ、相互の連携を図るとともに学習内容の系統性に留意する」と明記され、他教科連携の必要性がさらに強調されるようになった。

本校においても、これらの改訂趣旨を鑑み、表計算ソフトウェアを用いた統計的処理による問題解決実習を取り入れ、数学科と情報科が連動した教科横断的な授業を試みてきた。そこで今回の理科・数学体験授業では、そのような教科横断型の授業の一端を中学生に体験してもらうために、中学生にとっても身近な円周率の値を、表計算ソフトウェアを用いた統計的確率の手法により算出する実習を行った。

2. 授業の実施内容：モンテカルロ法を用いて円周率の近似値を求める

本授業では、誰もが当然のごとく「3.14…」と信じている円周率が、何故どのようにして計算されるのか、その過程を直感的に理解してもらうために、円周率計算の一手法としてモンテカルロ法を取り上げた。モンテカルロ法とは、直接は確率に関係ない問題に対しても、乱数を用いた実験を繰り返し行うことで、少しずつ値が収束していき、近似解が得られるという確率的な計算手法である。円周率の場合は、正方形の面積とそこに内接する円の面積の比によって求められるため、正方形内のランダムな位置に次々と点を打ち、円の内側の点の数と外側の点の数をカウントすることで、擬似的にそれぞ

れの面積を再現することができる。そして、求められる円周率の精度は、ランダムに打点する点の数に比例して向上するため、いかに膨大な数のランダムな点を打つか、ということが重要になり、手書きよりもコンピュータの方が有利であることが自然と導出される。簡単な統計処理の数式で実験可能なうえ、「ランダムな点を打つ」という単純な実験の回数を増やせば増やすほど、視覚的にも結果が3.14…に近づいていくため、楽しみながら「収束」「大数の法則」といった数学的理論を学ぶことができる効果的な題材である。

3. 授業の流れ

前半は、普通教室で講義形式の授業を行った。まず、 π とは何であったかを確認し、円に内接する多角形と外接する多角形を考え、円周率を求めようとするアイデアなどを紹介した。その上で、今回はコンピュータを利用して円周率を求めることを考えようと提示し、方針について以下のように説明を行った。

- ① 円と正方形の面積比が $\pi : 4$ であることを確認
- ② シミュレーションのイメージをつかむために、正方形の箱とそこに内接する円盤を用意し、黒ゴマをふりかけるという実演を書画カメラで提示
- ③ ②をコンピュータで実現させるために必要となる土台「座標平面、円の方程式」についての説明

後半はコンピュータ室で行い、最初に Mac 環境および表計算ソフトウェア「Microsoft Excel」の基本的解説を行った後、統計処理用の関数を説明した。次に、予め途中まで用意しておいたファイル内に各自で数式を入力させ、動作を完成させた。具体的には、x,y 座標に対応するセルに RAND 関数で乱数を発生させ、散布図内にその打点を可視化し、IF 関数で打点位置の円の内外を判定させ、COUNTIF 関数で内外の点の個数を数える、という処理である。その後、Excel の「再計算」機能を用い、次々と乱数を再生成させて実験の試行回数を増やし、計算結果の円周率の値の変化を観察させた。

4. 授業を終えて

前半は、今まで普通に使ってきた円周率 π を改めて見直す時間であった。受講者にとっては、「それは知っている」という部分と、「そうだったのか」という新鮮な部分とがあったようだ。実験をモデル化するために座標平面で円の方程式を考えるとところなどは、高校2年生の内容であり、少し難しかったと思うが、目的が明確であったころもあり、一生懸命理解しようとしている様子が印象的であった。

後半の実習も、中学校では使い慣れていない表計算ソフトウェアを、1時間に詰め込んで実習したため、細かい操作ミス等で躓きが多く、苦戦していたようだ。一方で、事後のアンケートによると、中学校までは全く考えなかったようなコンピュータの活用方法に触れ、驚きと楽しさを感じた生徒も多かったようだ。特に、「自分のためにパソコンを使う」だけでなく、「コンピュータで大規模データを分析して科学や社会に活かす」という近年のビッグデータの潮流にも通じる新たな視点を与えられたことは、大きな意義があったのではないだろうか。

