第7回統計教育シンポジウム　2024.3.17

数学B「統計的な推測」授業での難所と提案

お茶の水女子大学附属高等学校　数学科
三橋一行

高校1年生にとって，仮説検定（フィッシャー；ネイマン・ピアソン流）を教えるにあたって難所と思われる内容から考えてみる

①母集団と標本の関係（母集団分布，標本分布）の問題

②確率変数，確率分布，確率を求める（Σ，積分の）問題

これらをカバーするために → シミュレーションやPCの使用の問題，高１では，二項分布さえ知らない状態。

③統計量の問題，正規化，確率変数から統計量の導出

④帰無仮説，対立仮説 の問題（設定法，意味，分布の属性）

⑤有意水準（危険率）問題（意味や過誤の問題）

⑥仮説の棄却に関する問題（H0が棄却ならH1は採択？）

など・・・

高校２年生になって，数学Bで統計分野を学んだ後にどの程度解決したのか。

①　△母集団と標本の関係（母集団分布，標本分布）の問題　→　t-分布

②　△確率変数，確率分布，確率を求める　→　積分の問題

③　○（統計量について高校の範囲としては、OKと思われる）

④　×帰無仮説，対立仮説 の問題（設定法，意味，分布の属性）

⑤　×有意水準（危険率）問題（意味や過誤の問題）

⑥　×仮説の棄却に関する問題（H0が棄却ならH1は採択？）

など・・・

実際に授業してみて感じたこと

① 推定･検定前の確率論の部分が長い。重要だが、推定･検定をまず知るには、必ずしも必要な分量と深さなのかは疑問。

② 説明、模範解答の文章が長い、記述が大変（教師も生徒も）。できるだけ記号化が必要か。

（例） 確率変数Xが期待値m、標準偏差σの正規分布に従う

→ $X \sim N(m, \sigma^2)$ **など。**

③ 仮説検定をマニュアル化すると理解も記述も楽になる。

④ 離散型はP(X=a)なのに、連続型はP(a≦X≦b)と不等式でしか表せないのか。→ 実数は小さい順に並べられない、水から水分子1つは取り出せない。→それが連続ということ。

⑤ 数Ⅰで学んだ「仮説検定の考え」からの連続性が薄い。

仮説検定の手順のフォーマット

① 有意水準αの設定
② H_0：帰無仮説，H_1:対立仮説を設定する
（片側検定か両側検定かも判断）
③（得られた標本を用いて）統計量の算出
④ 棄却域Rの設定(ここが一番重要)
⑤ 判定（H_1 が棄却される or 棄却できない）

フォーマットに従った　具体例

練習34. P106.

1 有準水準 $\alpha=0.05$

2. $H_0: P=\frac{1}{6}$

$H_1: P\neq\frac{1}{6}$　(両側検定)

X：1の目がでる回数

3. $X \sim B(180, \frac{1}{6})$

$E(X)=180\times\frac{1}{6}=30$

$\sigma(X)=\sqrt{180\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}=\sqrt{25}=5$

$Z=\frac{X-30}{5}\sim N(0,1)$ と考えてよい.

$Z=\frac{24-30}{5}=-1.2.$

4. 棄却域Rは　$Z\leqq-1.96$ or $1.96\leqq Z$

5. 判定　$-1.2\notin R$

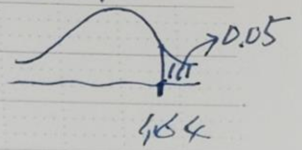
したがって H_0は棄却できない. ~~(有意水準0.0~~

したがって「1の目が出るのが$\frac{1}{6}$ではない」とは判断できない.

1、有意水準 $\alpha=0.05$

2、$H_0: P=0.6.$

$H_1: P>0.6$　右片側仮定



3、発芽した個数をX.

$X\sim B(150, \frac{3}{5})$

$E(X)=150\times\frac{3}{5}=90$

$\sigma(X)=\sqrt{150\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}}=\sqrt{36}=6$

$Z=\frac{X-90}{6}\sim N(0,1)$ と考えてよい

$Z=\frac{102-90}{6}=2$

4、棄却域Rは　$1.64\leqq Z$

5 判定　$2\in R$ よって

H_0は棄却される. よって

~~(有意水準0.05で)~~ $H_1: P>0.6$

であると判断できる. 発芽率が上がったといえる.

仮説検定の考えの授業での主な現場の声・・・・公開研協議会から

- 別実験を行う　➡　**理論値で評価したい。**➡　**無理せず，** ***数Bまで待つ***
  「考え方」を簡単な例で説明することに重点
- 2つの仮説が**論理的に排反でない**ことがある
  ➡　**数理統計学上は補集合の関係（排反），実際は不可能。**
  $\mu A = \mu B$　1点での（単純）仮説と　$\mu A \neq \mu B$　その他の（複合）仮説とで考える。実は，帰無仮説$\mu A = \mu B$　と対立仮説$\mu A < \mu B$の設定は不自然。$\mu A > \mu B$の可能性が除かれている。仮説が立てられるのは，パラメータ（母数）のみについてのみ　***競争に勝つ主張をすべき（現実的考えかた）or ベイズ統計***
- 問題となる確率のみでなく，なぜ**それ以上**の確率をもとめるのか
  ➡　**分布の形状とのそれらのズレ，ヒストグラム作成**　***数Bまで待つ***
- 有意水準の設定について（**棄却域の生成**こそが要）
  ➡**「見ないことにする確率」（今回）　帰無仮説の分布前提（モデル）からの矛盾**
- データサイエンス，統計学の結果の**信頼性**は？（条件，リスクを背負った判断）