

1年 数学科（数Ⅰ）学習指導案

「仮説検定のロジック ～ 仮説検定の本当の考え方とは～」

授業者：お茶の水女子大学附属高等学校

教諭：三橋 一行

1. 日時 2022年 11月 19日（土） 9：50～10：40
2. 場所 お茶の水女子大学附属高等学校 書道室
3. 対象 1年梅組(女子42名)
4. 単元 データの分析（仮説検定の考え方）
5. 授業設定の理由

2022年度から数学Ⅰで「仮説検定の考え方」という単元が導入された。「仮説検定」自体は、2年生の数学Bで扱われる。しかも、新課程では、数学Bの「確率分布と統計的判断」は（数学Bを選択した生徒にとって）必須となる。数学Ⅰの段階で仮説検定のための準備にあたる内容を教えずに、仮説検定を知らない生徒にどのように「仮説検定の考え方」を指導したらよいか。このことは、高等学校の現場で数学教師が頭を痛めているところである。教科書の内容や学習指導要領解説に紹介されている例は、良く工夫された内容であると思うが、ひどい言い方をご容赦いただけるなら「仮説検定の劣化版」で、しかも原理や仕組みを教えるのではなく、「使い方」指導になってしまっていると私は感じる。これでは、現在の数学教育の課題を解決する指導とは逆行する状況になりかねない。

今回の授業はこの問題に答えるべくして考えられている。今後、この指導における一つの提案となる授業となれば幸いである。新課程の教科書にはない、オリジナルの授業である。次年度以降への本単元に対する課題と効果を見るため、また、数学Bでの学習状況への効果を考えて設定した。

6. 授業内容についての考察

新課程のカリキュラムでは、「仮説検定の考え方」に配当された時数は1時間である。その短時間で仮説検定を考えるのはかなり難しい。新しい教科書においても1ページ程度の取り扱いである。主張したい仮説1（対立仮説）を立て、それを否定する仮説2（帰無仮説）を立てたのち、実験などを行って仮説2が確率的に誤っているかどうかを判断する。という手順と簡単な例が1ページほどに詰まって載っている状態である。教科書にもよるが、これでは手順を説明しただけで「仮説検定の考え方」を学んだとは言い難い。また、数学Bでの本格的な仮説検定の学習時においても、手順が優先され「なぜ、そうなるのか」というところにはかみ砕いた説明がなされない。この授業は、仮説検定そのものを教えずに仮説検定の本質に迫りながら、その考え方を学ぶことを目指している。仮説検定の本質は、「有意水準（危険率）という判断基準で、帰無仮説が捨てられるかどうかを判断すること」であると私

は考えている。その判断の際に「起こりにくいこと」を「起こらない」と見なしてしまうことにより、灰色の部分に白黒どちらかの判断を与えるのである。このとき、わずかな確率ではあるが、得られた判断とは反対の可能性をつぶしてしまう。その功罪についても仮説検定を行う際には忘れてはならないことである。そのことについても本授業の中でふれるつもりである。

7. 生徒の実態

課題やグループ活動に積極的に取り組むまじめなクラスである。発表などで間違っても、周りの生徒が批判せず受け入れてくれるので、発言がしやすいクラスと考えられる。また数学に興味のある生徒が比較的多く、「虹の数学」による光線経路の作図問題では、活発な意見や発表が見られた。全体的に好奇心旺盛で、学習への取り組みが良いクラスである。

8. 本時の学習

(1) 本時の目標

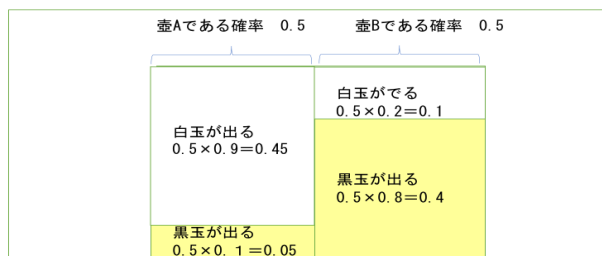
- ① 仮説検定の考え方を論理的に理解する。
- ② 有意水準の意味が、過誤の原因であることを知る。

(2) 学習活動

学習内容	学習活動・指導過程 主な発問 (T) と予想される生徒の反応 (S)	留意点 (☆) 学習支援 (○)
導入 (5分)	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">インフルエンザにかかっているなら、高熱がでる。 今、私は高熱を発している。 したがって、私はインフルエンザにかかっている。</p> </div> <p>(T1) 「この判断は正しいか？ 夏休みの宿題にワークで「仮説検定の考え」は予習していると思う。その考え方を深めるための授業をする。非常に簡単な例を取り上げて、るので、遠回りに感じるかもしれないが、慎重によく考えてほしい。」</p>	<p>(☆) 正式には、「統計的仮説検定」という。</p> <p>(○) ワークシートを配布。(当日まで内容検討中)</p> <p>(○) ワークシートだけ夏休みに課題としてだしている。</p> <p>(○) 具体例を使用し、今後の方向性を与える。</p>
展開① (20分)	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p><問題></p> <p>「A,B二つの壺がある。 Aの壺には、白玉9個、黒玉1個、 Bの壺には、白玉2個、黒玉8個 が入っている。今、目の前にどちらか1つの壺 が置いてある。そこから、無作為に1つの玉を取り出 したら、黒玉であった。Aの壺か、Bの壺か判断せよ。」</p> </div> <p>(T1) 「これから2通りの方法でこの問題について、説明し</p>	<p>(○) 問題を紹介する。</p>

ます。あとで、この説明について話し合いをしてもらいますので、論理的に、数学的にどうかという点についてよく聞いておくこと。また、どちらの考え方が良いか、その理由も含めて教えてください。」

(T1) 「では、1つ目の説明を始めます……」



黒玉がでたので、左図の色の塗ってある部分だけを考えればよい。

(黒玉がAの壺から出ている確率) :

(黒玉がBの壺から出ている確率)

$$= 0.05 : 0.4 = 1 : 8$$

黒玉がBの壺から出てきた確率は、Aの壺から出てきた確率よりも8倍も高い。⇒よって、Bの壺である可能性が高い。

Aの壺から出る確率は $0.05 / (0.05 + 0.4) = 1/9$

Bの壺から出る確率は $0.4 / (0.05 + 0.4) = 8/9$

(T2) 「では、2つ目の説明を始めます……」

仮に 壺Aがすべて白玉、壺Bがすべて黒玉とすると……

1. 壺Aだと仮定する。(壺Bであることを否定する)
2. 壺Aならば、白玉が出る。
3. 無作為に壺から1つ取り出したら黒玉であった。
4. 壺Aであることに矛盾する。よって壺Bである。

背理法の論理をなぞっていけないか……

(○)説明後の活動を知らせ、注意深く説明を聞くことを伝える。

(☆)ベイズ統計の考え方でまず説明する。

(○)面積図を用いて、説明する。実はこれが、確率分布の表や面積に当たる部分である。

(☆)ベイズ統計は数学液であり、生徒にとってわかりやすいものではないかと考えられる。

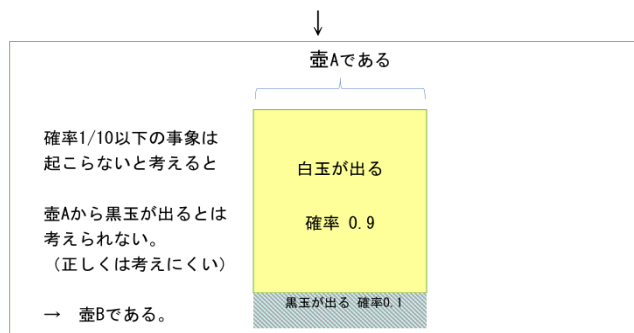
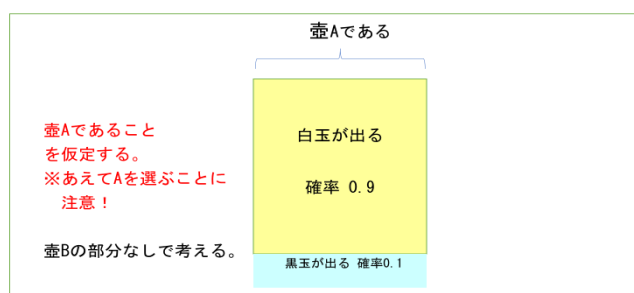
歴史的には、事前確率が「科学的でない」として弾圧をうけてしまった。

(○)説明教員を変えることによって、生徒の思考も新鮮なものにする。

そこで、確率 $1/10$ 以下で起こることは、起こりにくい事なので「起こらない」としてしまおう。

壺Aが白玉9個，黒玉1個，壺Bが白玉2個，黒玉8個

1. 壺Aだと仮定する。(壺Bであることを否定する)
2. 壺Aならば，白玉が出る。← 確率 $1/10$ で起こる黒玉は出ないと考えた。
3. 無作為に壺から1つ取り出したら黒玉であった。
4. 壺Aであることに矛盾する。よって壺Bである。



・・・と考えれば，判断ができる。」

(S) 説明をきく。

(T1 & T2) 質問があれば，受け付ける。

(☆) ネイマン=ピアソンの仮説検定方の考え方に沿って説明する。

仮説をつくり，背理法など既習事項の論理にそって，思考の流れを説明する。

(☆) 有意水準は危険率であり，ある種の危険を伴った判断であることが自然と明確になる。

(☆) 質問は最低限の解答に止める。生徒の話合いの話題を奪わないようにする。

展開②
(5分)

(T1) 「以上，2つの説明について，それぞれ自分のワークシートをもとに話し合ってみよう。どちらの考え方が良いか。その理由も含めて考えよう。」

(○) どちらが良いか，あるいは，両方良いか，両方ダメか，第3の方法はあるかなど，できるだけ，幅広く意見を聞いてみる。

発表
(10分)

(T2) 「では，答えてもらいましょう。」

個人または，グループの代表として，意見を発表させる。

(○) 意見が振るわなときはT1，T2がそれぞれやり取りをする(例えば，

	(S) 最初の考えが良いか、あとの考えが良いか。それともその他の考えか、それぞれ理由とともに、意見を述べる。	非難しあうなどの芝居する) ことで、ヒントを与える。
まとめ① (7分)	(T1) 「前半が、ベイズ統計の考え方、後半が、ネイマン=ピアソンの仮説検定の考え方で、・・・」 それぞれの、利点、欠点を簡単な歴史の流れとともに伝える。その際、有意水準 (=危険率) の意味も伝える。 その他、まとめの解説を行う。	(☆) それぞれの考え方には、一長一短がある。歴史的背景として、ベイズが先に使用され、カール・ポパーの科学的認識論の話などから、仮説検定も科学的にしようということから、仮説検定の方法がつけられた、しかし、コンピュータの発展から再びベイズの時代がきている。
まとめ② (3分)	(T2) 「プリントで仮説検定の問題を宿題とします。今日の授業のことを思い出しながら、問題を解くこと。また、解いた後に、夏休みに仮説検定の問題を解いたとき、と今回の問題を解いたときの感想も書くこと。」	(○) 夏休みの問題と同じでも良い。感想を見て、仮説検定の考えが深まったか確認する。