

数学①コース：

DS(データサイエンティスト)入門

数学科 三橋 一行

1. <はじめに>

データサイエンティストというと、多数のデータを扱って、様々な分野の問題の分析を行う人たちであるが、ここでは、そこまで本格的な意味ではなく、実験を通して、数値を調べ、何らかの傾向や特徴を調べるという程度で扱っている。あえてこの名前にしたのは、受講に際しての生徒の興味を引く手立ての一つであった。

今回は、3つの実験のオムニバス形式で行った。テーマは以下の通りである。

なお、今回は初めから4人ずつ、3つのグループをつくり、初対面ながらグループワークに挑戦している。この効果については、後ほど述べる。

2. <授業について>

① 2つのサイコロを投げたときの目の出方を調べよう。

- ① 立方体の6つの面のうち、○が3つ、△が2つ、×が1つ印刷されているサイコロをつくる。
- ② このサイコロ1つを投げて最も出やすい図形を考える。
- ③ 同様のサイコロ2つを同時に投げ、最も出やすい図形の組み合わせを予想する。
- ④ ②の予想があるため。(○, ○)と答える生徒がほとんどである。
- ⑤ 実際に実験をしてみると(○, △)の組み合わせが多いことに驚く。
- ⑥ 「確率とは、どういうものか」などの話を聞き、理由を考える。
- ⑦ 表にして全事象をかぞえあげて、疑問を解決する。

<解説>

サイコロ1つでは、 $1/2$ の確率で○が出る。よって○が出やすいを予想するのは容易である。しかし、これが、ミスリードのきっかけとなり、2つ同時に投げる場合は、(○, ○)だと予想してしまう。しかし、(○, ○)が出る確率は $1/4$ で、(○, △)が出る確率は $1/3$ となりこちらの方が起こりやすい。実験などをおして、驚きと興味を与えて、なぜか?と考えることで確率に関する定義や思考力を深めることを狙っている。

② カードじゃんけんで、有効な戦略を調べよう。

- ① グーで勝ったら、3歩進み、チョキ、パーで勝ったら、6歩進むという昔ながらの遊びについて説明する。今回は、歩数を点数にし、じゃんけんをカードで行う。(右図のようなカードを切り離して用いるのは、じゃんけんの手、グー、チョ

キ、パーの出す比率をコントロールするためである。)

- ② Aセット（上の図で、ひらがなの「ば」3枚と「ち」3枚）とBセット（カタカナのカード9枚）をそれぞれシャッフルし、合図とともに、一枚ずつ出していくゲームを50回やってみる。余裕があるグループは回数をどんどん増やす。

グ	チ	パ		
グ	チ	パ		
グ	チ	パ		
ぐ	ち	ぱ	ぐ	ち
ぐ	ち	ぱ	ぐ	ち
ぐ	ち	ぱ	ぐ	ち

- ③ ②の実験結果を記録する。
 ④ Bセット（カタカナのカード9枚すべて）とCセット（ひらがなのカード15枚すべて）をそれぞれシャッフルし、合図とともに、一枚ずつ出していくゲームを50回やってみる。余裕があるグループは回数をどんどん増やす。
 ⑤ ④の実験結果を記録する。
 ⑥ ③と⑤の結果の違いから、気づいたことを発表させる。
 ⑦ じつは、Cセットは、ゲーム理論によって、相手がランダムに、手を出してきたときに、最適戦略となる比率で手が決まっていることを告げる。
 ⑧ ゲーム理論の説明とその研究者であったJ.F.Nushのエピソードを紹介する。
 ⑨ ここまでの結果を振り返り、意見交換とまとめをする。

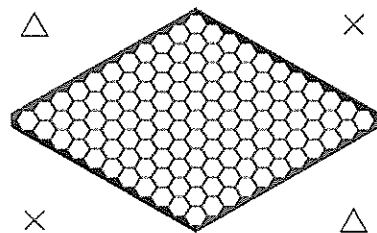
<解説>

この遊びの経験がある人なら、一度は、「チョキとパーのみ出せば必勝なのでは？」と考えたことがあるだろう。しかし、この手を繰り返すのは、得策ではない。パターンを見抜かれれば、相手のグーによって自分のチョキの効果を無効にされてしまうからである。大切なのは、歩数あるいは、点数を多くすることではなく、まず、じゃんけんに勝利することなのである。そして、Cセットのパターンは「ゲーム理論」により求めた混合戦略の割合で手が出るようになっている。この割合は、相手が出すどの手も、出し方が同様に確からしいとき、最適戦略となる。別な言い方をすると、負けにくい手なのである。理論的なことが難しくとも実験によって、立証に近づけることを体験することを狙いにしている

③ ボードゲーム『ヘックス』で遊びながら、このゲームの特徴を調べよう。

- ① ルールの説明。右図のような正六角形の組み合わせの図形をゲームボードとする。

○は見にくいので、△と×を使うことにした。△サイドか、×サイドかを決め、さらに先攻、後攻を決めて、△サイドから△サイドを△で、あるいは、×サイドから×サイドを



×で先につなげてしまった方が勝ちとなる。マス目のどこに書いても良い。頂点にあたる部分はどちらが打っても構わない。

- ② 何度かこのゲームを行ってみる。
- ③ ゲームの特徴として気付いたことを記録し、グループ内で共有する。
- ④ グループごとに共有したことを発表する。
- ⑤ その特徴の理由を考えてみる。
- ⑥ ゲーム理論の研究者J.F. Nashもこのゲームの開発者の一人であり、様々な特徴をあげて、その証明を試みていることを深入りせずにエピソードを交えて説明する。

<解説>

マス目が六角形（ヘキサゴン）であることから名前が『ヘックス』となっている。下のようないくつかの特徴を持っている。

- ① 引き分けが存在しない。
一方のサイドどうしが繋がってしまえば、他サイドは、それによって、遮られていることになるので、引き分けは存在しない。詳しい証明は、中間値の定理を応用する。
- ② どの一手も無駄にならない。
どこに打ってもそこからサイドどうしを結びつける戦略が作れる。
- ③ 先手必勝の戦略の存在は証明されているが、その具体的な戦略は見つかっていない。
先手は、最初の一手をどこかに打って、かつそれを忘れて、後攻のマネ、正確には対称に打っていくと勝機が必ず出てくる。②の性質より最初の一手が、どこかで後よりも有利に働くからである。しかし、その具体的方法は見つかっていない。
- ④ 先手が中心のマスを最初にとってしまうと先手が有利となる。
(これが先手必勝戦略の具体的な例につながるのではないか?)
- ⑤ その他
他にも見つかるかもしれない。

3. <授業を終えて>

サイコロの実験に関しては、手作りのサイコロの割にはどのグループも理論値に近い数値をだして、予想とのズレを感じ易かったようである。中学校では、確率同士の演算を学習していないので、直感で予想しなければならないのであるが、それが危険であることが学べたようである。また、基本に立ち返り、数え上げることの大切さも学んだようである。

じゃんけんカードの問題は、ゲーム理論の計算による最適解なのであるが、3グループ中②グループがゲーム理論の結果に従う数値を出した。しかし、50回という程度の

回数では、まだ不安定なのであろう。これは、確率の要素が入る上に期待値の安定を目指しているのと、ゲーム理論が「勝つ」ことを目的にしているのではなく「負けないようにする」ことを目的とするため、結果の即効性は薄いようである。その中で2グループが理論通りの結果となったのは良かった方だというべきだろう。次回は実験回数を増して観測してみたいと思う。

ヘックスの実験は、取りあえずゲームをやって見て、結果を予測するものであるが、受講生たちの受けがよく、夢中になって取り組んでいた。引き分けがないことや、最初の先攻、後攻を決めるじゃんけんとゲームの勝敗に関係があるという事は、何となく、気づいていたようだが、自信が持てなかったようである。たしかに、ゲームの分析というものを改まってしたこともないし、ゲーム自体が日頃の授業とは正反対の性質のものなので、頭脳の回転が今一つであったせいもあるだろう。厳密な証明は難しいが、「引き分け」が存在しないことは、比較的すっきりとわかる。もし、どちらかがサイドからサイドを結んでしまえば、言い換えるとサイド間に“橋”をかけてしまえば、その出来上がった“橋”によって他方のサイドの“橋”は必ず分断されているはずだからである。

今回の授業では、4人一組のグループを事前にこちらで作り、作業や実験に取り組んでもらった。申し込み時に担当に配布された名簿には中学校の学年についての記入がなかったので、1～3年のバランスが気になったが、3年生のみのグループが1つと、2、3年生が混ざったグループが2つ出来立っていたので良かった。今回は1年生の受講はなかった。小・中学校でアクティブ・ラーニングが行われているためか、グループ活動になれており、作業などもこちらの詳細な指示がなくとも係分担などを速やかに行って作業をしていた。実験も分担をして、効率よく出来ていた。初対面なのに各班のチームワークの良さには驚かされた。

全体を通して、作業、実験、観察を取り入れていくことで、学年による既習事項の差の影響を受けずに授業を受けることが出来たようである。

また、数学的なエピソードについても大変興味を持ってもらったようで、積極的な発言や質問があった。3つの内容を取り扱ったので、詰め込み過ぎかと思ったが、個々の内容を実験の結果から考えるという方法であったのと、抽象的な難しい式の話に深入りしなかったのが功を奏して、時間までに予定内容をしっかりと消化でき、授業としては、上手くいったものと思われる。終了後も、より数学的に連立方程式などによる解法に興味をもった生徒から、長く本格的な質問も受けることとなった。

今回の授業の良い点を活かし、改良を重ねることで、確率・統計分野の授業開発や実験を取り入れた数学授業の開発につなげていけるものと考えられるので、今後もこの方向での授業研究を重ねて行きたい。

参考文献

半沢英一著「ヘックス入門 一天才ナッシュが考えた数学的ボードゲーム」(ビレッジプレス)