

数学②コース：三角形で遊ぼう

数学科 十九浦 美 里
阿 部 真由美

1. はじめに

今回は、三角形をテーマに、グループワーク形式で、作業を取り入れながらの授業を行った。1年生から3年生までの20名の参加者を4名ずつ5グループに分けて、助け合いながら作業をしてもらった。

内容としては、「三角形の五心について（五心のうち傍心は扱わなかった）」、「三角形の面積公式の証明」の2つのテーマを前半と後半に分けて行った。以下に授業の流れを簡単に示す。

2. 三角形の五心について

- ① 紙に自由に3本の直線を書かせ、交点がどこにできるかを確認。平行なら交点ができない。3本が1点で交わることは、常に起こるわけではないことを確認。
- ② ワークシートの三角形（正三角形、直角三角形、鋭角三角形、鈍角三角形）について、コンパス、定規を用いて以下の点や円を作図させ、名称や性質についても紹介。

三角形の形状によって、作図した点や円がどのような位置になるか、グループごとに共有させる。（どの形状の三角形でも、3直線が1点で交わっていることを確認。）

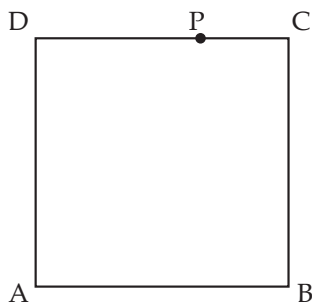
→外心（三角形の各辺の垂直二等分線の交点）の作図、外接円の作図。

内心（三角形の各内角の二等分線の交点）の作図、三角形の内接円がかける。

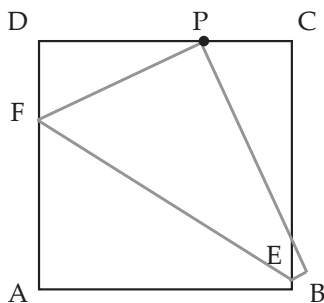
垂心（三角形の各頂点から対辺への垂線の交点）の作図

重心（三角形の3つの中線の交点）の作図。重心は、各中線を2：1に内分している。

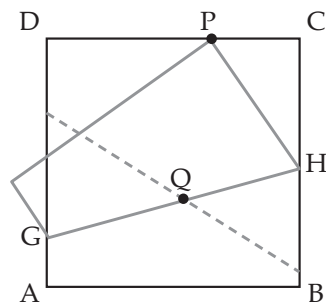
- ③ ルール（下図参照）に従って紙（折り紙）を折っていき、交点Qを作る。交点Qのつくる点の集まりはなにかを考えさせる。（外心の性質を題材にした問題）



辺 CD 上に適当な点 P をとる。



A と P を重ねて折り、折り目 EF をつける。



B と P を重ねて折り、折り目 GH をつける。EF と GH の交点を Q とする。別の点 P に対してこの作業を行い Q をいくつかとる。

3. 三角形の面積について

① 面積の求め方の確認

→ (底辺) × (高さ) ÷ 2

② 座標平面上に三角形を置いた場合、頂点の座標から面積を求める公式を導く。

→ 公式の紹介

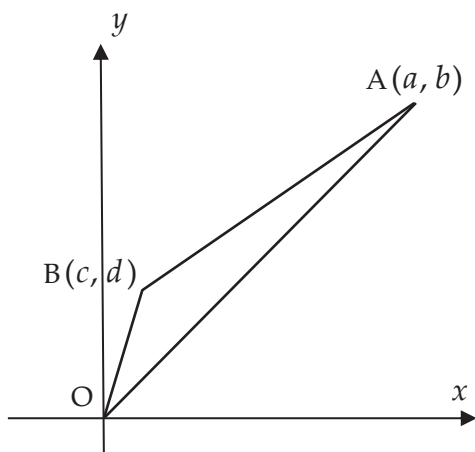
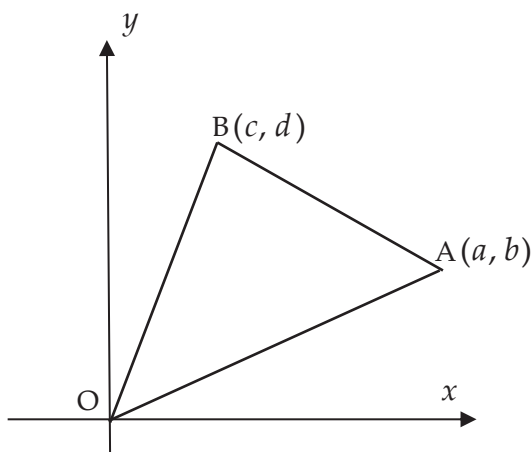
$O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(c, d)$ のとき、 $\triangle OAB$ の面積 S は $S = \frac{1}{2} |ad - bc|$

→ 具体的に点を与え、既習の方法で (各自自由なやり方で) 面積を求め、今回提示した公式で求めた結果が同じになることを確認。

問1 $O(0, 0)$, $A(5, 2)$, $B(3, 6)$








問2 $O(0, 0)$, $A(\frac{10}{3}, \frac{16}{3})$, $B(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

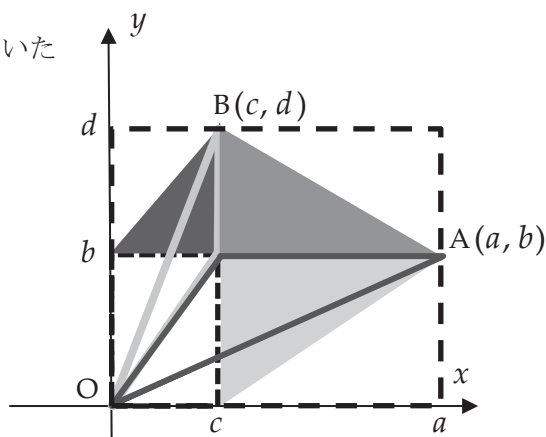
→ 公式を、図形的に証明する。(下の2つのタイプの図について考えさせる。) ヒントとして・・・三角形を分割して (底辺) × (高さ) ÷ 2 が使える形にする。補助線をどう入れるか。等積変形を用いる。



【参加生徒の解答】

面積 ad の長方形から面積 bc の長方形を引いた面積の半分になることを図形的に示す。

右の図で  は  に等積変形できる。
同様に  は  に等積変形できる。
 と  と  の面積を足すと、 $ad - bc$ の半分の面積になっている。



4. 最後に

昨年同様、1年生は、作図の基礎、座標平面の概念ともに、学校では未習の分野であったようで苦戦していたが、グループワークにしたことで、同じグループの上級生が助け舟を出しながら作業を行った。新しい概念をその場で習得しながらの作業であったが、アンケートによると、参加者は、説明も理解でき周りからの助けもあってしっかりと取り組み、楽しめたようだ。

どちらの課題も、図形分野であるため、目で見えて確認しながら進められることもあって、地味な作業であったが、集中して取り組んでいる様子であった。五心についての性質に関しては、先に作業をし、その後、理由を考えさせるという順序で進めたが、「どうしてそうなるのか」がわかってよかったという感想もあった。理由や証明を考えるということが、数学の面白さとなって伝わったようで、授業者としても大変うれしい反応であった。今後も、「どうしてそうなるのか」を追究する態度を忘れないでほしい。