

数学③コース：不思議な数の列

数学科 内藤 まり

ファレイ数列を用いて、楽しみながら数学への興味を引き出すことが目標である。

2014/8/29 実施 中学3年生 9名 中学1年生 1名 於 社会科室

体験授業の流れ	ねらいと実際の様子
<p>①長さ1の線分を n 等分する点を作図</p> <p>② $n=11$ と 12 のときを比較し、増加する等分点の個数を考える。</p> <p>③等分点を書き出し、気付いたことを自由に発表</p> <p>④ファレイ数列の紹介</p> <p>⑤ファレイ数列 F_{12} において $\frac{5}{9}$ の両隣の分数を求める。</p> <p>⑥左隣が $\frac{1}{2}$ でない理由を考える。</p> <p>⑦ F_{100} において $\frac{17}{66}$ の両隣の分数を求める。</p> <p>⑧ファレイ数列の個数を考えるためにオイラー関数の紹介。 F_n の個数を表す。</p> <p>⑨ファレイ数列と関連する図形の紹介</p> <p>⑩中心の x 座標が $\frac{1}{2}$ の場合の円を作図</p> <p>⑪色分けした等分点プリントを配布</p>	<p>後半で図形の間係を説明するために敢えて作図から導入。2等分, 3等分を生徒が発表。$n=2,3,4\cdots$ などから具体的に始め, $n=11$ の場合もともに考えると数名が12と互いに素な数の個数を求めればよいことに気付く。一つの n に対して (分母の和) = (分子の和) $\times 2$ や対称性などに気付く。ヒントを追加して連続する2つの分数, 3つの分数についても答えを生徒から得られた。</p> <p>右隣を $\frac{y}{x}$ とおき立式したが, 適切な自然数を求める段階は数値を代入するに留めた。さらにもう一步深めて正答を導いた。</p> <p>⑤との違いを理解する。各自確認する。式は難解であるが, 素因数分解ができれば求められる。</p> <p>ある法則に従って円をかくと, 中心の x 座標がファレイ数列になっている。円と接線の間係などを復習。①の線分の2等分の解法も確認。</p> <p>ファレイ数列を利用して次々に同一条件の円をかけることを確認。(利用しなくても可能であるがやや難解。)</p>

なぜこのような性質があるかを考えることは、高校数学Ⅱの「式と証明」の理解が必要であるのでここでは取り扱わなかった。図形との関連を含め、数値に親しみ、柔軟な発想が生まれることを期待したい。誘導にうまく乗り、発言し、黒板の前で説明するなど積極的に参加した生徒が多かったが、1名いた中学1年生には難解であったようだ。