

数学Ⅱ 常用対数表の力

数学科 十九浦 美 里 (α コース)
内 藤 ま り (β コース)

はじめに

本校では一昨年度から、数学Ⅱにおいて、1クラスを α （発展的なことも扱うコース）と β （標準的なコース）の2つに分けて授業をおこなっている。（ただし生徒の自主性を尊重し、希望でコースを分けている。）この2コース展開は、生徒の学力差への一つの対応策として試行しているものである。

今回は、授業の内容はもちろん、この分割授業においても意見交換ができればと考えた。

【 α コース】

授業の目的

今回は指数対数の単元の最後の学習として、常用対数表を自分でつくるという、教科書とは少し違う角度から対数を考えるという授業を試みた。与えられ、使ってきた数値（たとえば $\log_{10}2=0.3010$ ）がなぜそうなるのか、ということを考えることで、指数対数の定義や、対数の値が実数であることを実感し、対数の理解が深まることを目的としている。さらに、近似値で処理をしていくという、これまではあまり扱ってこなかった実用的な方法を経験することで、誤差についても生徒それぞれが考える機会となればよいと考えた。

授業の流れ

2^{22} の桁数を求めるときに、教科書の巻末「常用対数表」から $\log_{10}2=0.3010$ として、答えを導いたが、この数値はどこからきたのか、自分で求めることはできないのか、という問題提起をおこなった。最初は全くアイデアがあがらなかったため、 $2^{10}=1024$ より $2^{10}\approx 10^3$ であることを用いて $\log_{10}2=0.3$ であることを導いた。

あくまで近似値であることに注意しつつも、納得できたのかを確認し、

このアイデアをもとに、「 $\log_{10}3, \log_{10}4, \log_{10}5, \dots, \log_{10}9$ の近似値を求めよ」という作業をおこなった。

予想どおり生徒にとって簡単ではなかったようだが、生徒同士相談したりしながら意欲的に取り組んでいた。誤差をできるかぎり少なくしようしたり、誤差をうまく利用して計算を簡単にしようとするなど、生徒自身の工夫、試行錯誤する様子が多く見受けられた。

計算のポイントを確認しながら結果の確認をおこなった。

さらに、結果をながめ、 $\log_{10} 7$ を求める際の、 $7^2 \approx 50$ と $7^4 \approx 2400$

を利用する際についてとりあげ、どちらも1違うだけであるが、どちらの方が誤差が少ないのか？それはなぜか？などという問いかけをおこない、誤差について考えさせた。生徒は感覚としてはスムーズに理解できているようであった。

次に求めた値を用いて、 $y = \log_{10} x$ のグラフを点をプロットしてかく作業をおこなった。値は近似値であるが、十分にきれいなグラフがかけることに生徒は驚いていた。グラフを眺めた後、最初の問題 $2^{72} = 10^{0.672} \times 10^{21}$ について思い出し、発展問題として 2^{72} の最高位の数が何か問いかけた。この問題は、入試問題などでもとりあげられるような内容であるが、予想以上にスムーズに生徒から答えがでてきたことは、嬉しいことであり、グラフの効果を確認できた。

「 2^{72} の上2桁の数を求める」ことを宿題にして授業を終了した。

【βコース】

授業の目的

抽象的な考え方がほとんどの時期に、本来の数の値の感覚・必要性を実感し、対数を身近に、そして楽しめるようにし、その後の発展・意欲につなげていきたい。

授業の流れ

桁数の大きな数を扱う際に対数が有効であることは既習であるが、 2^{31} と 3^{20} の大小を考えるために、必要なものを考えた。この2数は最高位の数を考えやすいように考慮した。

桁数が異なれば大小は明確なので $10^{n-1} < 2^{31} < 10^n$ となる自然数 n を見つける。この際、 $\log_{10} 2$ の値が必要となることに気づき、一斉に巻末の表を見ようとするが、表を用いず考えることとする。 $a^x = b$ を $x = \dots$ で表すために対数関数と記号 \log を導入したことなどを確認しつつ、 $2^{10} = 1024$ と $1024 \approx 1000$ から $\log_{10} 2 \approx 0.3$ とし、これを用いて $3^4 \approx 80$ から $\log_{10} 3$ を求める。さらに大小のみでなく最高位の数から2

数の差も考えられるが、直前に求めた $\log_{10} 2$ や $10^{0.5}$ の意味することなどを確認しながらの作業とした。

続いて $\log_{10} 4$ から $\log_{10} 9$ までを 2～3名の班に分かれて求め、My 常用対数表を作る。 $\log_{10} 7$ が難しいが、班員で相談しながら導いた。与えられた表の値を鵜呑みにせず、またそもそも巻末の表も近似値で、表がなくても自力である程度は考えられることなどを理解したようである。表を与えられなくても、導出した値の正誤の見当はつけられる力につなげたい。

研究協議【 α 、 β コース合同】

$\log_{10} 2 \approx 0.3$ という近似値から始めたことへのご指摘や感想が多く、活発な意見交換となった。

- ① \approx の使い方がわかりにくい。生徒が混乱する。
- ② 普通は不等式での評価である。
- ③ 近似評価することとわかりやすさは同値ではない。
- ④ 理科より厳密な評価が要求されるのが数学である。
- ⑤ 近似値を元にしたグラフから結論を得ることはおおざっぱではないか。

ほかには次のような感想・提案・指導例をいただいた。

- ① 実際の値を実感できない例として

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ をグラフ上にプロットできない、(確率) > 1

- ② 2^3 と 3^{20} の比較では $10^9 = 10$ 億と言い換えるとよい。たとえば $2^5 - 2^4 = 32 - 16$ でなく $2^5 = 2 \times 2^4$ と意識、式の意味と数の大きさをリンクさせる。

生徒の様子・授業の雰囲気について

- ① 教員との信頼関係が良い。
- ② 常用対数表を作る際グループで協力できている。気軽にグループ活動を取り入れている。
- ③ 普段からグループ活動を取り入れているのか。(担当者から(以下同様) α コースではまずは一人で。その後自然に相談することもある。)
- ④ 生徒に発表させると授業時間をとられるのではないか。(生徒の解答を引用、コピー、配布して発表に代えることもある)
- ⑤ 自主的に取り組むことが徹底されている。

- ⑥ 生徒のリアクションが良いので教員の意欲も上がる。

これについて

指名する必要がないので時間のロスがない，即答できる学力の高さ，人数の少な
さ，男女別学に起因か 等のご意見もあった。(少人数のため生徒の解いたものを
添削する際の負担が減り，個別対応もできる)

- ⑦ 板書の分量が少ないため，生徒が考える時間をとれている。(証明の時など板
書は多いがポイントのみかいて行間は生徒に埋めさせ，あとで答え合わせ等の工
夫をする)

常用対数というテーマについて

- ① 常用対数は道具というだけでなく，実際の数に着目すると面白い。
② グラフに目を向ける良さがある。
③ 対数表を自分で作ることがおもしろい。既習の計算法則や最高位の数まで触れ
られる。
④ $1Km = 1000m, 1KB = 1024B$ という導入から近似の導入をしたことがおもしろ
い。
⑤ 常用対数の授業数 1.5 時間のみでは少ないのではないか。(Mathematica などの
数学ソフトで近似の値との誤差を素早く見せられる，演習プリント・添削など
でケアする)
⑥ 生徒からでた $\log_{10} 30$ を利用し，失敗する過程を見せてもよかった。
⑦ $\log_{10} 3$ を四捨五入するという発想でもよかったのではないか。

常用対数の評価の仕方について

- ① 2^{10} から 3^4 を発想させるためのヒントを与えるのが早かったのではないか。
② $\log_{10} 7$ を $\log_{10} \frac{64}{9}$ とするなどの発想も紹介してはどうか。本時の方針では累乗
にとられすぎてしまう危機感がある。

おわりに

研究協議の際に、「この内容を授業でやってみたい」という方が数名いらっしゃり、嬉しいことであった。その後のことなどを、ぜひ意見交換できればと思っている。

また、近似値を前面に出したことに対して、厳密性を重視する数学では、不等式で扱う方がよいというご意見がやはり多かった一方、理科の教員からは、（研究協議の場ではなかったが）まったく問題ないように感じた、という意見もあった。実際の研究の場で、対数の値などを扱う際は近似値を用いているためである。理科と数学とのギャップを改めて感じたが、このギャップをもう少し深く追究し、理解することで、今回の授業もより意義のあるものになると感じている。

また、生徒との信頼関係の良好さが、授業全体の進め方に寄与しているという感想を多くいただいたが、添削や机間巡視のきめ細かさなどが信頼につながっていると考えられ、学力差への対応として少人数クラスが有効である根拠の一つと思われる。