

# “エネルギー物語”を語るメリット —— 高校物理での「仕事」の位置付けについて ——

理科 (物理) 村 井 利 行

## 1. はじめに

本稿でお伝えしたいメッセージは、物理を教えていたり使っていたりする方なら誰でも「そりゃそうだ、当たり前だ」「今さら、そんなこと言う必要もない」と思われる内容だと思う。それを承知の上でわざわざ文章にするのは、その「当たり前さ」とは裏腹に、教科書をはじめ多くの書物の中で意外にも、当たり前には扱われていないからなのだ。何のことか？それは「仕事」の意味と「エネルギー」のイメージの話であり、高校物理での「仕事」の位置付けと、「エネルギー」のイメージを生徒にどう伝えるかの問題である。

「仕事」を「力によるエネルギーの移動過程」だと捉えたい。「な～んだ、そんなことか～」と思われた方も多と思う。しかし、高校物理の現場においては、それをあえて前面に出していったほうが良いと思うのである。「だったらエネルギーは何なの？」と問われそうである。これに対しては、とりあえず「何があっても保存されるモノ」としておく、というスタンスである。そして、エネルギーというモノ（物質的なモノ）をなるべくはっきりとイメージしながら話を進めていくという手法である。確かにエネルギーそのものは目に見えない。それをあたかも見えているかのように考えていくのだから、これは“エネルギー物語”である。しかし、予想した通り“エネルギー物語”のメリットは大であった。論理の厳密さよりむしろ直感的で分かりやすく、イメージを優先するやり方とも言える。それで実用上は何の問題も生じなかった。

上述の方針で教材を作り、実際に授業を展開した。結果の評価を詳しく行うところまでは手が回らなかったが、生徒達の反応や表情あるいは定期テストの結果などから感じる限りでは、結果は良好であった。実際に授業で用いたプリントのコピーを p.36～41 に載せた。また上記の観点に直接関連した試験問題と実施結果についても簡単に触れる。

## 2. 「エネルギーは仕事をする能力」でいいのか？

通常、高校の教科書ではエネルギーの単元のはじめに仕事の定義が出てくる。例えば

「仕事」という言葉は日常生活ではいろいろな意味で用いられるが、物理では、物体に力を加えて動かしたとき、「仕事をした」という。(『基礎物理』啓林館)

そして数式「 $W = F s \cos \theta$ 」で仕事を定義し、これを頼りに、仕事の正・負・0の説明が続くが、この段階で仕事の符号の意味までは説明できない。次に「仕事の原理」を経ていよいよエネルギーの話に入っていく。次の定番のフレーズで話が始まる。

ある物体が他の物体に仕事をする能力をもっているとき、その物体は「エネルギーをもっている」という。(前掲書)

「仕事」は中学理科で既に出てきているから、このような話の流れも生徒達にとっては「よく分からなかったけれど、勉強したことはある」と、さして違和感はないのかもしれない。しかし、この始まり方には、やや唐突で堅苦しい感じを受けているのではないだろうか。その点、中学理科の教科書では導入に工夫が成されている。

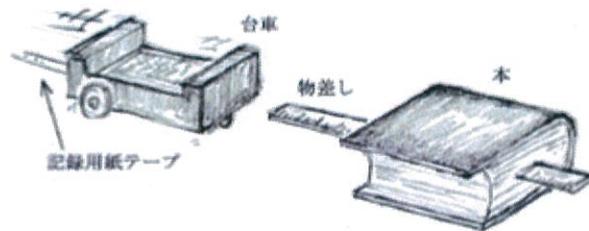
…このように、他の物体を動かしたり、変形させたりすることができる物体は、「エネルギーをもっている」という。(『新しい科学 3年』東京書籍)

このように中学理科では、最初は「仕事」は持ち出すことをせず、そのまま運動エネルギーと位置エネルギー、さらに力学的エネルギー保存の話が続く。そして仕事が登場し、仕事の原理が出てきて「エネルギーと仕事」という「まとめ」で終わる。「学習の整理」から引用しよう。

物体のもつ力学的エネルギーの大きさは、他の物体にした仕事ではかることができる。(前掲書)

教科書に限らず通常、エネルギーとは仕事をする能力だという。仕事は厳密に定義されているので、これは、言説としては曖昧さがなく明解なのだが、エネルギーを実感するという観点からは、今ひとつ分かりにくいのではないだろうか。高校の教科書ではこれに続いて、運動エネルギーを「仕事をする能力」に基づいて見つけ出す実験(下図)が扱われているのが通例である。この実験で、なぜ物差しに台車をぶつけるのか？

なぜ本ではいけないのか？——最初の本の位置を記録しておき、台車を衝突させることによって動いた距離をあとから物差しを当てて測ればいいのか？もちろんこれは皮肉として言っているのだ。この実験は、運動エネルギーの検証実験なら良いだろう。衝突と運動



量保存も学習し、衝突によって熱が発生する可能性も知った上で、運動エネルギー「 $\frac{1}{2}mv^2$ 」をあくまでも実験で確かめるというのなら、いわば実験物理学的な一つの工夫として優れている。しかし、「エネルギーは仕事をする能力」というエネルギーの定義に基づき、運動エネルギーを実証的に探し出す実験とするのなら、あまり教育的ではないと思える。エネルギーの定義に拘り過ぎたしわ寄せと捉えてならないのだ。

いきなり得体の知れない「仕事」なるものを定義し、それを使って「エネルギー」を定義する。ここで何よりも「仕事」が重要という印象を生徒達に与え過ぎているのかもしれない。せっかく身近でごく自然に使っていた「エネルギー」が、ここで何か堅苦しい代物になってしまうのではないだろうか。そうなっては「エネルギー」は魅力を失う。ひょっとして生徒達に対して「君達たちは今まで、気楽にエネルギーなんて言葉を使っていたかもしれないが、エネルギーとは本当は“仕事をする能力”のこと

なんだぞ。これからは、エネルギーという用語は、そのことをしっかりとわきまえた上で使いたまえ」と押しつけているようにも受け取れる。

誰でも持っていると思われるエネルギーに対する（ほぼ）正確なイメージや特徴が見えにくくなり、そのことが学習意欲を削いでいる可能性もあると思われる。そして高校でも中学でも最後には「エネルギーの移り変わり」にたどり着き、電気エネルギー、化学エネルギー、光エネルギー、熱エネルギー、・・・と視野が広がるのだが、その話題は結局「エネルギーは保存される」であり、仕事はもう主役ではなくなっているし、出番もあまりなくなっている。最初はエネルギーの定義に使われていたというのに！

エネルギーが有用で大切なのは、何と言ってもその最大の特徴である「保存すること」だろう。「移り変わる」とは言い換えれば「保存」である。物理を学習したかどうかに関わりなく多くの人が、エネルギーの「移り変わっていく」というイメージを持っていると思われる。物理を扱う人はなおのこと、そのイメージを持っている。そのイメージはまず間違いなく「仕事をする能力」ではないだろう。「保存する何物か」に違いない。そうであるなら、その思い描いてるイメージをそのまま生徒達に示してあげた方が良いのではないかと私は思うのである。

エネルギーを「仕事をする能力」に限定しておく、やりにくい場合がある。屁理屈の観もあるが、いくつか例を挙げてみよう。

熱エネルギー：熱エネルギーのすべては、仕事に転換されない。熱エネルギーの中の本当のエネルギーは一部だけ？

光エネルギー：確かに光は物体を押し（光圧）のだが・・・。光エネルギーとはそのこと？

零点エネルギー：例えば、原子が基底状態でもつエネルギーのことだが、このエネルギーは、通常の意味では取り出せない。そうだったら仕事をする能力をもたない！？

### 3. 「保存則ありき」で良いではないか。

前節で通常の「エネルギーの定義」をかなり批判してしまった。少し頭を冷やすことにする。あの定義は、物理学的なエネルギー概念のプロトタイプとして最初に力学分野で使われ始めたのだろう。そして次に例えば、「熱の仕事当量（一昔前の教科書には出ていた）」のように、力学的なエネルギーの減少量と発生する熱量が比例することから「熱もエネルギーの一形態だ」という発想が出てきたわけだ。さらに電気、光、化学・・・と分野を広げて、保存則を頼りにエネルギーのイメージを広げていったのだろう。歴史的には、あの定義がすべてのエネルギーの説明に使われてきたのではないわけだ。つまり教科書等は歴史の流れに沿って記述していると言える。

さて、“エネルギー物語”の登場である（写真1～3も参照のこと）。エネルギーが最初に登場する力学分野においても、エネルギーという“モノ”を出してしまえば良いと思うのだ。「何があっても、形態は変わっても、（多分？）保存されているモノ」

としてエネルギーを仮定しておけば良い。その仮定に基づいて、理論面では、例えば運動エネルギーと呼ぶに相応しいモノ(数式)を探す作業をしていくのである。「仕事」をエネルギー概念の定義には使わず、「仕事は力によるエネルギーの移動過程」と捉える。

仕事をそのように捉えれば、例えば「ばねの弾性エネルギー」の説明も生き活きとしてくる。水平に置いたばねの一端を固定し、他端に台車を付けた場合を考えよう。台車を静かに押してばねを縮めていく。手から台車に働く力がする仕事によって“エネルギー”が台車に与えられる(人→台車)が、ばねの弾性力が台車の動きに抗して負の仕事をし、手が与えた“エネルギー”をそっくり奪っていく。奪った“エネルギー”はばねに蓄えられる(台車→ばね)。その量は $\frac{1}{2}kx^2$ (これは計算で求まる)。そして、ばねが伸びる時、その“エネルギー”が台車に移り(ばね→台車)、台車の運動エネルギーとなる。教科書等では「ばねが伸びる間に $\frac{1}{2}kx^2$ の仕事をするので、ばねの弾性エネルギーは $\frac{1}{2}kx^2$ 」と説明する。この部分は上記の“物語”でも当然のことながら計算自体は同じである。授業で上記のように話を展開してみると、生徒達の反応は良好である。生徒達の表情が穏やかなのだ。「うん、納得できる」「イメージできる!」という反応である。“エネルギー物語”は楽しむことができるのである。計算の細部まですんなり理解できるかということ、これは別問題なのだが、とにかく“物語”を楽しく伝えることが出来る。

“エネルギー物語”は、最初からエネルギーの「保存則ありき」で始めている。この点の是非について少し考えてみよう。「保存則ありき」として“エネルギー”のイメージを提示するやり方は、言い換えると、エネルギーを物質的に(あるいはお金のよう)扱っているとも言える。そこには確かに危うさがある。実際、位置エネルギーの基準の場所は任意であるから“エネルギー”の量は絶対的には決まっていない。運動エネルギーも同様である。重力の位置エネルギーの在処に触れることは、少々ミステリアスでもある(これについては「まとめ」で再度、触れる)。実際の授業では、そのような曖昧さのあることを、はっきりと説明した。これもエネルギー“物語”とわざわざ表現している理由である。完璧に正確な方法ではないが、イメージしやすく有効な方法だという主張なので、そこは正直に(?)断る必要がある。もっとも、生徒達は十分に了解していたと思われ、特に指導に困難はなかった。物理の授業で“物語”と言われれば、生徒達はそれなりの受け止め方が出来るのかもしれない。

さて、物理を扱っている人であっても少なくとも個人的な意識としては、エネルギーを物質的に扱っているに違いない。それでうまくいくし、そこがエネルギーの便利なところだからだ。しかしながら、もしかして、エネルギーを物質的に扱うことは、オカルト的と感じる向きもあるかもしれない。そこまで言わないとしても、熱現象を熱素(カロリック)という元素で説明していた時代のことを考えると、エネルギーを何らかのモノとしてあからさまにイメージすることに対する拒絶反応は確かにあるかもしれない。もっとも、今の時代に熱素の存在を信じている人はいないだろうが、普通

に「熱」というイメージは物理分野でも広く使われている。潜熱のイメージも同じである。あたかも熱素みたいなモノがあるかのように、とりあえず条件付きで使っているわけで、そこは“エネルギー物語”と同じである。

物理学の発展の歴史を顧みるなら、エネルギーの「保存則ありき」の発想が、決して非科学的で軽はずみな方法ではなく建設的・創造的なものであることが分かる。典型的な例が、相対性理論でのエネルギーや運動量の扱いだろう。周知の通り相対性理論では運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$ ではない。運動量も $mv$ ではない。何故か？そのような旧来の定義ではエネルギーも運動量も保存しないからである。アインシュタインが行ったことは「どうすれば保存則が成り立つか」という発想であった。まさに、はじめに「保存則ありき」である——世界で一番有名な公式  $E = mc^2$  もそこから生まれた。β崩壊でのエネルギー保存の問題も似ている。当初、ボーアは原子核内でのエネルギー保存を疑ったともいう。しかし、パウリはエネルギー保存に基づいて、ニュートリノの存在という発想を得た。

確かに初めに「保存則ありき」では純粹には論理的ではない。「言葉（エネルギー）を定義してから使え」は建前上は正しい。しかし「時間とは・・・」と時間の定義を与えずに時間は用いられている。物理学では、そこはある程度、直感で済ませて先に進む。問題が生じなければ先へ進むのだ。素粒子分野には「何故だか分からないが保存する量」が良く出てくるし、それが威力を発揮している。結局、物理学で用いられている論理は必ずしも普通の意味での完璧に厳密なものではなく、うまくいけば良しとする実用主義的な論理が使われているとも言える。

というわけで、力学においても、初めから「エネルギー保存則ありき」で良いのではないかと思うのである。教育の現場であっても、そのスタンスはおかしくない。エネルギー保存則に反する例は今まで見出されていないのだから、それこそ科学的な態度と言えるだろう。

#### 4. 授業の展開

エネルギーの具体的なイメージとして、次頁の写真1～3のような演出を行った。ここで“エネルギー”を演じているのは、体育祭での応援用のボンボン（or ポンポン）であり、もちろん「半分本気、半分ギャグ」である。写真のように「ばねの弾性エネルギー（写真1）→台車に働く力がする仕事：“エネルギー”の移動（写真2）→台車の運動エネルギー（写真3）」というエネルギー移動のイメージをこの単元の最初の授業で演じた。



写真 1



写真 2



写真 3

以下に授業展開の概要を述べる。p.36～p.41に、授業で配ったプリントのコピーを載せてある。このプリントは主に授業内容の要約と補足で、家での復習用として用意してあるが、例題は授業中に必ず取り上げていた。また問題も半数程度は授業中に取り上げた。以下の説明では、プリントを参照する場合の便宜を考え、各項目には、プリントと同じ番号を振った。

## [10] エネルギーと仕事

### ① (復習+ $\alpha$ )

仕事や力学的エネルギーについては中学理科で既に扱っている。ただし、あまり定量的な扱いではない。ここでは、中学で学習した内容を思い出し、加えて中学で定性的に扱った内容を「高校ではこんな風に計算できる形にします」と予告をしている。ちなみに問題61は、富士急ハイランドのジェットコースターFUJIYAMAを題材にしている。計算結果を出した後、HPをスクリーンに投影、FUJIYAMAの公表データと比べた。この展開はなかなか説得力があった。

### ② (力によるエネルギーの移動：仕事)

“エネルギー物語”の始まりであると共に、最も重要なメッセージの発信でもある。中学理科で学んだ「仕事」に対して意味づけを行っていることになる。生徒達はこの意味づけを聞いて「あ、そうだったんだー！」といった好意的な反応で応えてくれていた。問題62の「てこの例」で“物語”の信憑性(?)を伝えているが、これは普通、仕事の原理と呼ばれている事柄である。“エネルギー物語”では仕事の原理は、当然の出来事と位置付けられる。

### ③ (運動エネルギーと仕事の“物語”を創る)

運動方程式を変形することにより、①で紹介した運動エネルギーと②で定義した仕事“物語”通りの関係で結ばれて出てくることを伝える。しかも、出てきた式自体も有用であることを説明した。

### ④ (力の向きと仕事)

プリントp.25の式[27]は力学的エネルギー保存則を導くときの道具を用意している。「変位に垂直に働く力」のする仕事が0であることは、仕事の定義からすると、全くもって形式的に明らかなことだが、“エネルギー物語”の観点からは必ずしも自明ではない。つまり、エネルギーの受け渡しはないとすんなり断言はできないだろう。ベクトル解析を使った大学レベルの理論的説明では何も悩まずに結論を得てしまうの

だが、高校物理の立場としては様々な例を挙げて「なるほどそうだ」と不自然さなく納得してもらおうという方法をとった。

問題68, はいろいろな場面で力がする仕事の「正・負・0」を答えるものである。ここでは、「仕事の定義からの結論」と「エネルギーの移動、つまり“物語”としての妥当性」をしっかりと考えてもらう。(1)～(4)までは生徒達もスイスイと答えられる。“物語”の説明に対し生徒達は「うんうん」と納得した表情で反応を返していた。(5)はなかなか難しいが、扱う価値が十分にある。これは仕事の定義からの説明では面白くないし、事の本質を見逃してしまう。答えは「0」だが、これは「選手はバーベルにエネルギーを与えていない」「バーベルにとっては、床に置かれているのと同じ」と説明すると「なるほど」と改めて納得したといった雰囲気になる。このバーベルの題材は必ず取り上げるべきだと感じた。

#### ⑤ (仕事率)

ここは特に新しい内容は含まれていない。中学で既習でもあるので授業では、いきなり問題71で身近な話題を扱って親しんでもらった。

#### [11] 力学的エネルギー保存の法則

##### ① (重力の位置エネルギー)

仕事の意味を用いて“エネルギー物語”を展開し、重力の位置エネルギーを導いている。ここは“物語”のおさらいを兼ねている。

##### ② (力学的エネルギー保存の法則)

例題7を使って、ジェットコースターの例において、力学的エネルギー保存の法則が成り立つことを示している。ただし、直前に導いておいた位置エネルギー  $mgh$  を、あえて使わずに結論を導いている。これには“エネルギー物語”の正しさを裏付けるという目的がある。なお、この段階で、水平投射を用いた力学的エネルギー保存則検証の生徒実験を行っている。

##### ③ (ばねの弾性エネルギー)

ばねが伸びたり縮んだりすれば、誰でもそこにエネルギーがたまっているとイメージできる。ばねの弾性エネルギーは重力の位置エネルギーに比べて“物語”の観点からはずっと扱いやすい。その好ましいイメージを温存するために、弾性エネルギーの式  $\frac{1}{2}kx^2$  の導出は問題78に回し、授業では定量的な演示実験と問題演習で内容に親しんでもらった。

プリント p.29 のにある「重力の位置エネルギーはどこにあるの？」はやや時間を掛け、弾性エネルギーからの類推に基づいて“物語”を語った。もとより完全に理論的整合性をもった話ではないことは生徒に伝えた上での話だが、かえって「ホントにい？」と考える余裕をもったのか、生徒達は安心して聞き入っている様子だった。時空の歪みの話題は、聞いたことがあるという生徒も多い。物理学において、現在では常識の事柄であり、物理の授業でもその話題を出すべきで、ここがちょうどよいと考えた。

## 5. むすび

ある日の掃除の時間、準備室にあったビニール袋入りの大量のボンボンを捨ててくれるように当番の生徒に頼んだところ、「え、これ捨てるんですか？エネルギーですよッ！」と言われた。もちろん生徒はギャグとして言っているのだが、そんな洒落た会話はとても嬉しい。少なくとも“エネルギー”が印象に残っている証拠であるし、私が“エネルギー物語”を強調していたことを理解してくれていたわけである。実際、授業で“エネルギー（ボンボン）”を持ち出すと生徒達はいつも、にこやかだった。「エネルギーって見えないけれど、こんなふうになっていて・・・」と“物語”を語ると生徒達は和やかな表情で肯くのが常であった。それが“物語”であることは、何度も強調していた。ただし「良く出来た“物語”で、計算も出来るし結果も実験・観察とちゃんと合う」とも強調した。ついでに、このような“物語ふう”な例は物理学の中に多くある、とも付け加えておいた。

運動の法則の単元が終わり、熱分野で「圧縮・膨張に伴ってエネルギーが移動・・・」を説明するとき、再び“エネルギー”の出番である。これも効果的であった。生徒達の表情を見ていると、そのような説明（イメージを強調した説明）が自然で分かりやすいのだと改めて納得する。

次の図1～3は、本稿の話題をそのまま設問にしたテスト問題（小問(4)）と生徒の解答例2つである。物理基礎2学期中間テストの最後の設問である。この小問(4)の配点は4点で、正答率（得点4点）は41%だったが、部分点も含めて単純に修正した正答率は64%であった。○×問題とは異なり、内容をしっかり理解できていないと正答は書けない問題だ。それを考えると、高い正答率と言えるだろう。図2は、物理

6 ばね定数  $k$  [N/m] のばねでピククリ箱を作った。図のように、ばねを箱の中に入れ、その上に質量  $m$  [kg] のボールをのせて箱のふたを閉めた。そのとき、ばねは自然長より  $d$  [m] だけ縮んでいた。なお、このときのボールの下面の位置を原点  $O$  とする。箱のふたを素早く開けるとボールが鉛直真上に飛び上がった。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし、ばねの質量、摩擦の影響は無視して次の各問に答えよ。

- (1) ふたを閉じていた状態での、ばねに蓄えられていた弾性エネルギーを求めよ。  
 (2) ふたを素早く開けた。ばねが自然長に戻った時点におけるボールの運動エネルギーを求めよ。

ばねが自然長になった直後、ボールはばねを離れて上昇していった。

- (3) 原点  $O$  を基準にして、ボールが達した最高点の高さを求めよ。

- (4) ばねがボールを持ち上げている状況において「エネルギーの移動・転換」がどのように行われていたかを、右図の例に倣って矢印で表し、それに関わった力を、下記の番号を使って該当する矢印に付記せよ。

- ① ボールがばねから受ける力 ② ボールに働く重力

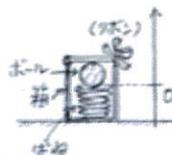


図1

(1) $\frac{1}{2}kd^2$	[1]
(2) $\frac{1}{2}kd^2 - mgd$	[1]
(3) $\frac{kd^2}{2mg}$	[m]
(4)	

図2

(1) $\frac{1}{2}kd^2$	[1]
(2) /	[1]
(3) /	[m]
(4)	

図3

を比較的得意とする生徒の答案である（図中の数値は100点満点での得点で、学年の平均点は56点）。図3は、明らかに物理を不得手とする生徒の答案だが、(4)は正答している。図3のような例は意外に多く、11名（全受験者116名）ほどいた。図3のタイプの生徒は、計算は苦手だが、イメージ的（概念的）なことはしっかり理解していたと考えられる。これは重要なことと思う。本校では物理基礎は必修なので、「苦手だが履修している生徒」は多くいる。そのような中でも、イメージ的な部分ならおそらく興味を持ち、理解していたという生徒が少なからずいたということだろう。計算なんていうものは、続けていないとそのうち忘れる。しかしイメージはなかなか消えない。

さて、“エネルギー物語”も、重力の位置エネルギーを扱う際には問題がないわけではない。位置エネルギー  $mgh$  はどこに蓄えられるのか、という興味深い問題が生じる。

重力の位置エネルギーを「 $mgh$ 」と表現（モデル化）している限り、この位置エネルギーは数学的な存在で、“エネルギー”が蓄えられている場所は考えられていない。質量  $m$  の物体は、いわゆるテスト粒子として扱われているのだ。その点は、万有引力の位置エネルギーを使っても似たようなもので、そこは、ばねの弾性エネルギーと異なる。ばねの場合、ばねが変形してそこにエネルギーが確実に蓄えられているのだが、重力の位置エネルギーの場合はそうはいかない。物体が上昇しようが重力場自体は変化しないとして扱っているからだ。一般相対性理論（私もほんの少しはかじった）であっても、例えば Schwarzschild の metric を使うというのなら、時空の歪みは固定されていて、物体が上昇しても時空の歪みは変化しない。位置エネルギーの問題は、専門的にも手強い相手のように、例えば、マイスナー、ソーン、ウィラーの有名な著書『重力理論』（若野省己訳、丸善）の p.490 には「なぜ重力場のエネルギーは局在化されえないか」と題された解説が載っている。興味はあるが、正直に言って今の私にはまだ理解できない。しかし、前述の素朴な問題点とも、どこかでつながりがあると思われる。

“エネルギー物語”のメリットを考えるなら、前述のように、重力の位置エネルギーの在処<sup>あつか</sup>に関して「とりあえず物体の周囲の空間にある」として良いのではないかと思う。何なら「これは実は問題（奥の深い問題）もあるのだが」と断っておけば良い。電場の中での電子の電気力の位置エネルギー（ $eV$ ）でも同様で、その場合、電子の位置エネルギーは（ホントは）電場に蓄えられるが、電場の変化は微小なので無視しているとすれば良い。

57 質量100gのおもりをつるすと5.0cm伸びるばねがある。

- (1)このばねのばね定数の値を求めよ。
- (2)このばねとばね定数が同じばねを、右図のようにつなげ、100gのおもりをつるすと、全体で何cm伸びるか。

弾性と弾性限界

ばねだけでなく、身の回りのほとんどの物体についても、加えた力とそれによる変形の量には比例関係があり、これもフックの法則といい、少なくとも小さな変形に対しては成り立っている。物体の変形が限度を超えると、物体は元の形に戻らなくなる。この限界を弾性限界という。フックの法則は、物体の弾性限界内において、変形が比較的小さい場合には、ほぼ例外なく成り立つ法則である。

③ (浮力)

身体が水に浮いたり、ヘリウム入りの風船が空中に浮くの浮力は働くからである。浮力の原因は圧力差である。物体に下から働く圧力が上から働く圧力より強い場合、その差が浮力となる。しかし、浮力は次のように簡単に計算できる：



$$\text{浮力} = \text{物体が排除した流体(液体・気体)の重量 } mg = \rho V g \text{ [N]} \dots [17]$$

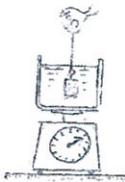
$\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]は流体の密度、 $V$  [m<sup>3</sup>]は物体の体積、 $g$  [m/s<sup>2</sup>]は重力加速度である( $\rho V$  [kg]は排除した流体の質量)。

浮力を計算する上記[17]式は次のようにして導ける。図のように、静止している水の一部(領域A)に注目し、その部分の水を「水A」と呼ぼう。水Aの形は任意である。

水全体が静止しているとすると、水Aに働く重力と浮力は釣り合っているはずである。水Aに働く重力を $mg$  [N]、水Aにまわりから働く圧力の和(つまり浮力)を $F$  [N]とすると  $F + (-mg) = 0$  であり

$$F = mg = \rho V g \text{ [N]} \dots [18]$$

水Aと同じ形の物体が水に浸かっているとき、力 $F$ は「物体にまわりから働く圧力の和」であり、換言すれば、物体に働く浮力である。



58 右図のように、水槽に1kgのおもりを入れたとき、はかりの針はどう反応するか。

59 空気の入ったガラス瓶の口に栓をして水に入れたら、浮いた。ガラス瓶の中が真空の場合はどうなるか？

10. エネルギーと仕事

エネルギーという用語は日常よく使うし、そのイメージについても、気になるほどの曖昧さを感じていないと思う。運動エネルギー、電気エネルギー、熱エネルギー等々、エネルギーはその形態は変えても、総量は変化しない(エネルギー保存の法則)——そう言われて特に疑問は感じないだろう。事実、エネルギー保存の法則に反する現象は観測されていない。

物体の運動を、エネルギーという発想を使って扱う方法を手に入れよう。実は、「エネルギー」は既に学んだ事柄の中に潜んでいるのである。エネルギーと呼ぶに相応しいものを既習事項の中から探し出し、それを活用しよう。エネルギーに対してもっている私達の直感的イメージは概ね正しいと信じてよい。それを大いに活用しよう。

① (復習+α)

中学校で学習した「力学的エネルギー保存の法則」を思いだそう。ジェットコースターを考えるのが一番良いだろう。車体(コースター)が高いところにあるとき、位置エネルギーを多くもち、降下してくると位置エネルギーは減るがその分、運動エネルギーが増える。言い換えると、

位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定(保存される)という法則だ。もちろん、「摩擦などが無視できるとして」といった条件付きだが、実用上も便利な法則だ。位置エネルギーと運動エネルギーの和を力学的エネルギーという。

さて、上記の位置エネルギーや運動エネルギーがどのように計算されるか。とりあえず紹介しておこう。

質量 $m$  [kg]の物体が、基準の場所からの高さ $h$  [m]のところにある場合、重力の位置エネルギー $U$ は、重力加速度を $g$  [m/s<sup>2</sup>]として(基準の場所は任意)

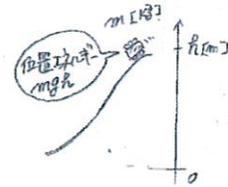
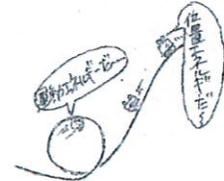
$$\text{重力の位置エネルギー } U = mgh \text{ [J]} \dots [19]$$

単位[J]はエネルギーを表す単位で「ジュール」と読む。位置エネルギーは物体付近の空間に蓄えられていると考えてよい。

一方、質量 $m$  [kg]の物体が速さ $v$  [m/s]で動いている場合、運動エネルギー $K$ は

$$\text{運動エネルギー } K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ [J]} \dots [20]$$

以上、結論のみ記したが、次の問題を解き、何はともあれ力学的エネルギー保存の法則と仲良しになっておこう！

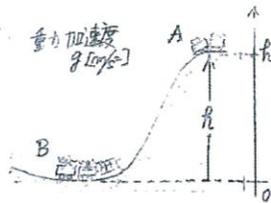


☆ 次の各問では、地表付近の重力加速度を  $g[m/s^2]$  or  $9.8 m/s^2$  とせよ。  
摩擦は無視できるとする。

60  $v_0 [m/s]$  で鉛直上方に投げ上げられたボールの最高点の高さを、力学的エネルギー保存の法則を使って求めよ。

61 落差  $h [m]$  のジェットコースターがある。車体の質量を  $m [kg]$ 、最下点を重力の位置エネルギーの基準の場所とし、最高点での初速は無視せよ。摩擦は無視する。

- (1) 最高点での、車体の位置エネルギーを求めよ。
- (2) 最下点での、車体の運動エネルギーと、速さを求めよ。
- (3)  $h=70 m$  の場合、最下点での速さは何  $km/h$  か。
- (4) もし、途中でループがあったら(3)の値はどうなる？



“エネルギー物語”をつくらう！

様々な形態のエネルギーが存在するが、エネルギーそのものは目には見えない。例えばボールを投げるとき、エネルギーが手からボールに移動する様子を見ることはない。そこで、ここでは「エネルギーとは」といったまじらった定義は求めず、そのかわり、ジェットコースターの例のように「エネルギーとは、現象の奥でどんな場合にでも保存されているなにか」といった程度のイメージをもとに話を進めていこう。このイメージは、エネルギーに対して私たちが思い描いている(あるいは期待している)ものと言ってよいだろう。そして、既習の事例の中からそのような「エネルギー」を見つけ出す探検をしていくことにしよう。そういう意味で、これからの話は、エネルギーについての物語をつくることでもある。

② (力によるエネルギーの移動; 仕事)

“エネルギー物語”の第一話として「エネルギーの移動」について考えよう。ここでは中学校でも習った「仕事」がキーワードとなる。

ジェットコースターは、降下時には位置エネルギーが運動エネルギーになり、上昇時にはその逆が起きている。これを「重力によってエネルギーが移動している」と見る。手でボールを投げる場合でも、ボールに加わる力によって、手(身体)からボールにエネルギーが渡されていると見るのは自然な発想だろう。そして、このような「力によるエネルギーの移動」の過程を「仕事」という用語で呼んでいるのである。「力が仕事をした」というように表現する。

ボールを投げる例のように、力によるエネルギーの移動には物体の動きが伴っているが、力によってどれだけのエネルギーが移動したか、すなわち力がした仕事は



力がした仕事 = 力 × 物体の変位 …[21]

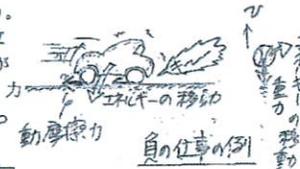
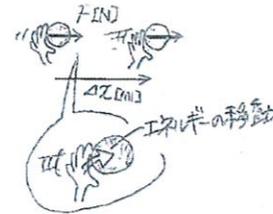
と定義しておくとうまくいくのだ！(例えば問題62参照)。  
上式を数式で表現しておこう。右図のように、物体に力  $F [N]$  が加わり、変位が  $\Delta x [m]$  だったとしよう。このとき、力  $F$  がした仕事  $W$  は次式で定義される。

力  $F$  がした仕事  $W = F \Delta x [N \cdot m] = [J]$  …[22]

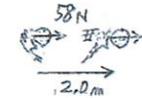
例えば、 $F=1N$ 、 $F$ と同じ向きに  $\Delta x=1m$  なら、仕事  $W=+1J$  であり「力  $F$  が物体に  $+1J$  の仕事をした」あるいは「力  $F$  が  $1J$  の正の仕事をした」と表現する。これは「力  $F$  が  $1J$  のエネルギーを物体に与えた」ということを意味する。

正の仕事・負の仕事

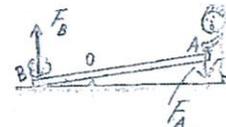
上述の通り「 $W=+1J$ 」の符号「+」は、力  $F$  によって物体にエネルギーが与えられる過程を意味し「正の仕事」という。正の仕事は、座標軸を設定してみれば分かるが、力  $F$  と変位  $\Delta x$  が同じ向きの場合である。一方、動摩擦力によって物体が減速するときや、投げ上げられて上昇中のボールのように、力  $F$  と変位  $\Delta x$  が逆向きの場合は「負の仕事」といい、力によって物体からエネルギーが奪われる過程を意味する。



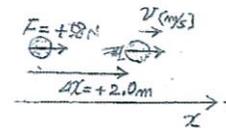
例題6 ボールに  $58 N$  の力を加え、力の向きに  $2.0 m$  動かして投げ出した。初速は  $0 m/s$  で重力の影響は無視せよ。  
(1) 力がした仕事は何  $J$  か。正の仕事か負の仕事か？  
(2) 投げ出されたボールの運動エネルギーは何  $J$  か。  
(3) ボールの質量が  $145 g$  なら、(2)での速さは何  $m/s$  か。  
(4) 既習事項からも(3)と同じ結果になることを確認せよ。



62 右図で、摩擦や棒の質量が無視できるなら、力  $F_A$  がする仕事と力  $F_B$  がする仕事等しいことを示せ。これは仕事の原理と呼ばれているものの一例である。テコは「弱い力  $F_B$ 」を「強い力  $F_A$ 」に増幅する道具だが、エネルギーを発生させてはいない。エネルギーはテコを素通りしている、と想像しよう。



例題6(解)(1)右図のように座標軸を設定すると  $W = F \Delta x = (+58 N) \times (+2.0 m) = +1.16 \times 10^2 J = +1.2 \times 10^2 J$ 、正の仕事 (2) (1)の値に等しく  $1.2 \times 10^2 J$  (3)  $+mv^2 = +0.145 \times v^2 = 1.16 \times 10^2 J$  と置いて、 $v = 40 m/s$  (4) 加速度  $a = 58 / 0.145 = 4.0 \times 10^2 m/s^2$ 、 $v^2 - v_0^2 =$



$2a \Delta x$ より  $v^2 - v_0^2 = 2 \times 4.0 \times 10^2 \times 2.0$  で  $v = 40 \text{ m/s}$

③ (運動エネルギーと仕事の“物語”を創る)

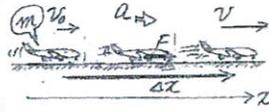
なぜ「仕事」は「 $F \Delta x$ 」と定義するの？それに、そんなふうに関連した仕事、エネルギーの移動の量だなんてなぜ言えるの？

運動エネルギーが  $\frac{1}{2}mv^2$  だなんて、どうして言えるの？

“エネルギー物語”の第二話は、運動エネルギー「 $\frac{1}{2}mv^2$ 」を既習の事柄の中から探し出し、同時に仕事の定義「 $W = F \Delta x$ 」の必然性を確認することである。

例として、質量  $m[\text{kg}]$  のジェット機が離陸のために滑走している場面を考えよう。機体はエンジンの推力  $F[\text{N}]$  によって加速する。空気抵抗はとりあえず無視する。機体の加速度を  $a[\text{m/s}^2]$  とすると、機体の運動方程式は、運動の向きを正の向きとして

$$a = \frac{F}{m} \quad \dots [23]$$



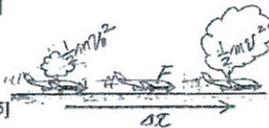
一方、機体の初速を  $v_0[\text{m/s}]$ 、 $t[\text{s}]$  後の速度を  $v[\text{m/s}]$ 、 $t[\text{s}]$  間の車体の変位を  $\Delta x[\text{m}]$  とすると、等加速度運動の公式より

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \quad \dots [24]$$

運動方程式の  $a$  を [24] 式に代入して整理すると

仕事と運動エネルギーの関係  $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F \Delta x$

... [25]



上式は、運動方程式と等加速度運動の公式(←実は、これは加速度の定義と同等)から導かれていることに注目しよう。つまり、運動方程式から自動的に導かれているのであって、それ以外の法則は使われていない。さらに上式は、p21②で説明した「仕事」についてのイメージ(物語)とぴったり合っている：

運動エネルギーの増加 = 力によって与えられたエネルギー(力  $F$  がした仕事)

…というわけで、既述の通り、運動エネルギーを「 $\frac{1}{2}mv^2$ 」、仕事を「 $F \Delta x$ 」と定義し、仕事は「エネルギーの移動過程」と解釈すれば、うまくいく！

重要な補足：個々の力(分力)がする仕事

上式 [25] で注意すべきことは、力  $F$  は「物体に働く力の和」であることだ。これは、[25] 式の力  $F$  が運動方程式  $a = F/m$  の  $F$  であることから理解できるだろう。例えば、右図の



ように、エンジンの推力を  $f[\text{N}]$ 、機体に働く空気抵抗を  $f'[\text{N}]$  とするならば、機体に働く力の和は  $F = f - f'$  であり、この力  $F$  のする仕事が運動エネルギーの増加になる。

ただし、このような場合、力  $f$  と力  $f'$  が、それぞれ同時に仕事をしたと考えるとよい。式で書けば次の通りである：

$$F \Delta x = (f - f') \Delta x = f \Delta x + (-f') \Delta x$$

力  $f$  は正の仕事をして機体にエネルギーを与え、力  $f'$  は負の仕事をしてエネルギーの一部を奪っていると解釈できる。

ニュートンは気付かなかったのかも！

エネルギーに関する精密な議論は、ここから始まった([25]式)。ニュートン以降、多くの人に関わって、エネルギーという考え(概念)が確立し、応用・発展と共に、その重要性・有用性が認識されて現在に至った。上記[25]式は、完全にニュートンの理論だけからの結論なのだが、ニュートン自身がエネルギーという概念を使った形跡はない。「優れた理論は、創った本人を超えていく」とよく言われるが、ニュートンの理論も、その典型的な例と言えよう。

6 3 [確認] 物体に働く力(の和)がした仕事と、運動エネルギーの変化の関係を説明せよ。

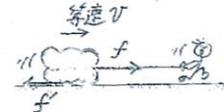
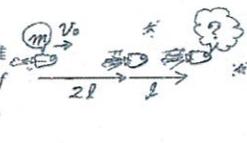
6 4 無重力空間を  $v_0[\text{m/s}]$  で進む質量  $m[\text{kg}]$  の宇宙船が、推力  $f[\text{N}]$  のエンジンを噴射して  $2l[\text{m}]$  進み、そこから推力を  $2f[\text{N}]$  に上げて  $l[\text{m}]$  進んだ。宇宙船の運動エネルギーを求めよ。

6 5  $10.0 \text{ m/s}$  で走っていた  $500 \text{ kg}$  の車が、ブレーキをかけた  $10.0 \text{ m}$  移動して静止した。

- (1) 静止するまでに動摩擦力がした仕事は何Jか(+を付けよ)。
- (2) このときの動摩擦力の大きさは何Nか。

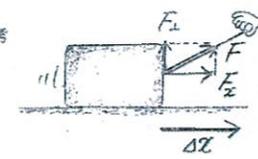
6 6 荷物を  $f[\text{N}]$  で引いたが、動摩擦力  $f'[\text{N}]$  が働いたために等速  $v[\text{m/s}]$  で移動した。 $t[\text{s}]$  間において、どれだけのエネルギーがどのように移動したか。

6 7 手でボールを投げる場合、ボールに働く力の反作用はどのような力か。その力がした仕事は正か負か。その力は、どのようにエネルギーの移動に関わっていたか。



④ (力の向きと仕事)

右図の例のように一般的には、力  $F$  と変位  $\Delta x$  の向きはどんな角度にもなり得る。このような場合、力  $F$  を成分に分けて考えるとよい。そして、変位  $\Delta x$  の向きに垂直な成分  $F_1$  がする仕事は 0 と定義する： $F_1$  の向きへの変位が 0 だからだ。もちろん  $F_2$  によるエネルギーの移動はない。…となると、力  $F$



の成分で仕事が0でないのは変位方向成分  $F_x$  のみであり、力  $F$  のする仕事  $W$  は次式で表される。

$$\text{力 } F \text{ がする仕事 } W = (F \text{ の変位方向成分}) \times (\text{変位}) = F_x \Delta x \text{ [J]} \quad \dots [26]$$

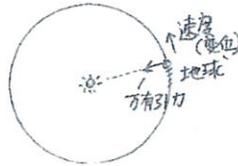
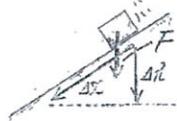
また、見方を変えて右図のように、力  $F$  の方向への変位を  $\Delta h$  [m] とすると、次の表現も成り立ち、重力がする仕事を扱うときなどに威力を発揮する！(問題70参照のこと)

$$\text{力 } F \text{ がする仕事 } W = (\text{力}) \times (\text{力の方向への変位}) = F \Delta h \text{ [J]} \quad \dots [27]$$

本当に  $F$  はエネルギーの受け渡しをしてない？

太陽から地球に働く力(万有引力)  $F$  は、公転半径の向きに働き、地球の移動(変位)の向きに対して常に垂直である。つまりこの力は「 $F$ 」そのものであり、仕事は定義より0である。一方、1年の長さに変化がないことから分かる通り、地球が公転する速さは変化してない。したがって、力  $F$  は地球の運動エネルギーを増減させてないことが分かる。つまり、 $F$  はエネルギーの受け渡しをしてないのである！

力  $F(F)$  の名譽の爲に一言：力  $F(F)$  は地球の運動の向きを変化させている。そういう重要な役割をやってくれている！



68 次の(1)~(4)の力のする仕事は正、負、0のどれか？

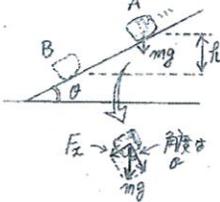
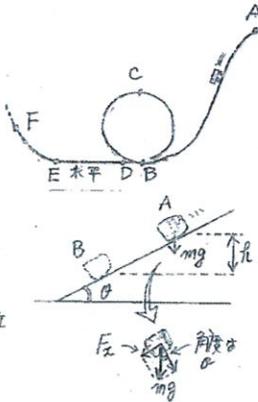
- (1) 太陽が地球を引く力(万有引力)。
- (2) 斜面を降りるときのジェットコースターにはたらく重力。
- (3) (2)において、ジェットコースターにはたらく摩擦力。
- (4) (2)において、ジェットコースターにはたらくレールからの垂直抗力。
- (5) 重量挙げの選手がバーベルを頭上で静止させているとき、バーベルを支えている力。

69 右図のようにコースターがA点から出発してF点に達するまでの間、AB、BC...の各区間において、重力がどのようにエネルギーの移動に関わっていたかを説明せよ。

70 図のように、荷物が斜面をAからBまで滑り降りる間、荷物に働く重力  $mg$  がする仕事を、上の[26]式および[27]式に基づいて計算し、両者が等しいことを確認せよ。

⑤ (仕事率)

単位時間当りにする仕事の量を仕事率という。仕事率の単位は [J/s] = [W] がよく使われ、ワットと読む。W [J] の仕事



を  $t$  [s] の間に行ったなら、そのときの(平均の)仕事率  $P$  [W] は次式で定義される：

$$\text{仕事率 } P = \frac{\text{仕事}}{\text{所要時間}} = \frac{W}{t} \text{ [W]} \quad \dots [28]$$

「仕事」はエネルギーの移動を意味するから、仕事率はエネルギーの移動率とも言える。実際、単位 [W] は、エネルギーの移動率・変換率などの単位としても広く使われている。よく知られているように、消費電力のようなエネルギーの消費率 [J/s] など単位には [W] が用いられている(例 30 W の蛍光灯)。

71 50.0 kg の人が、地上から 8.0 m の高さの3階までを 20.0 s で登った。この人が自分の身体を持ち上げるのに要した仕事は何 J か。また、このときの平均の仕事率は何 W か。重力加速度を  $9.80 \text{ m/s}^2$  とし、身体を持ち上げるのに要する力は身体にはたらく重力に等しいとして計算せよ。この仕事率は 32 W の蛍光灯の消費電力の何倍か。

72 摩擦のある床の上で、荷物に  $F$  [N] の力を水平に加えて  $v$  [m/s] の等速で動かしているとき、力  $F$  の仕事率を求めよ。

73 電力量(電気エネルギー量)を表すのによく用いられる単位「1 kWh (キロワット時)」は何 J か。

11. 力学的エネルギー保存の法則

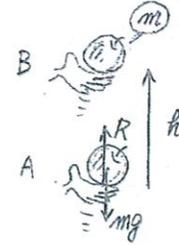
ジェットコースターがレールを昇り降りするとき、位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定に保たれる。これが力学的エネルギー保存の法則の典型的な例であり、とりあえず計算にも親しんできた... かな(17)。ここでは、この法則が語るエネルギー移動のイメージをガッチリ自分のものにしよう。

① (重力の位置エネルギー)

「エネルギー物語」の第三話は位置エネルギーの導出。仕事とエネルギーの関係のイメージ(物語)から、重力の位置エネルギーは簡単に導かれる。右図のように、 $m$  [kg] のリンゴを等速で  $h$  [m] 持ち上げる過程を考えよう(A → B)。この過程で、リンゴに働く力は、重力  $mg$  [N] とリンゴが手から受ける力  $R$  [N] であり、等速で持ち上げているから  $R = mg$ 。したがって、力  $R$  がする仕事  $W_R$  は

$$\text{力 } R \text{ がする仕事 } W_R = Rh = mgh \text{ [J]}$$

したがって、力  $R$  によって、 $mgh$  [J] のエネルギーがリンゴに与えられる。しかし、そのエネルギーは運動エネルギーにはな



っていない!...同時に重力が負の仕事をしていて、上記のエネルギーをすべて“吸い取って”いるのである!そこで、そのエネルギーは重力の位置エネルギー[U]になっていると解釈しよう。もし、リンゴをBから初速0で落下させたなら、Aに達するまでに重力がする仕事は $mgh$  [J]であり、リンゴにその量の運動エネルギーが与えられる。重力の位置エネルギーからリンゴの運動エネルギーへのエネルギーの移動である。

以上の考察からの結論: 基準の位置から $h$ [m]の高さにある $m$ [kg]の物体は重力の位置エネルギーをもち、その値は次式で与えられる(そういう“物語”が矛盾なく成り立つ)。

重力の位置エネルギー  $U = mgh$  [J]

...[29]

② (力学的エネルギー保存の法則)

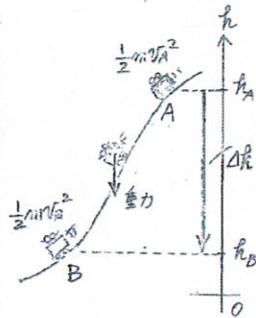
“エネルギー物語”も一つの山場を迎えた。ジェットコースターを例にして、力学的エネルギー保存の法則を、「仕事と運動エネルギーの関係」[25]式を用いて導いてみよう。

例題7 図のように、ジェットコースターがA点からB点に移動した。車体の質量を $m$ [kg]、A、B点での速さをそれぞれ $v_A$ [m/s]、 $v_B$ [m/s]、重力加速度を $g$ [m/s<sup>2</sup>]とし、摩擦は無視できるとする。また、図のように、鉛直上方を正の向きとして $h$ 軸を設定し(原点Oの位置は任意)、A、B点の座標(位置)をそれぞれ $h_A$ [m]、 $h_B$ [m]とする。

- (1) 車体にレールから働く垂直抗力がする仕事 $W_N$ は?
- (2) 車体に働く重力を、符号を付けて表現せよ。
- (3) A点からB点まで移動する間に、車体に働く重力がする仕事 $W_{重力}$ を $m$ 、 $g$ 、 $h_A$ 、 $h_B$ を用いて表せ。
- (4) 次の関係式を導き、その内容を説明せよ。

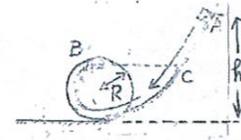
$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_B \quad \dots[30]$$

上の例題7では、重力の位置エネルギー $mgh$ までもが既習の事柄から自然に導き出された。ここまで来ると、 $\frac{1}{2}mv^2$ は運動エネルギーと呼ぶに相応しく、 $mgh$ は重力の位置エネルギーと呼ぶに相応しいと実感できただろう(ダメ?)。そして、この“物語”の核心は「仕事=力×変位」「仕事は力によるエネルギー移動」という着想であることも理解できたのではないだろうか。



「運動エネルギー+位置エネルギー」を力学的エネルギーという。例題7のように、摩擦などでエネルギーの散逸が無視できる状況では、力学的エネルギーが保存されるのである。

エネルギーを使った考察は強力である!ジェットコースターの例では、途中にループがあっても気にせずに計算を進めることができるのだ。以前に学んだ方法でも原理的には計算できるはずだが、非常に手の込んだものになってしまう。



7.4 図のA点を初速なしでスタートしたジェットコースターのB点での速さを求めよ。また「B点を無事に通過するには、C点より少しでも上の位置からスタートすればよい」と判断してよいか。

例題7(解)(1) 垂直抗力の向きは変位(速度)に対して垂直だから、仕事は0である。 $W_N=0$  (2) 鉛直上方を正の向きとしているから  $-mg$

(3) この間の鉛直方向の変位(高標の変化)を $\Delta h$ [m]とすると  $\Delta h = h_B - h_A$  重力は鉛直方向に働くから、車体の水平方向の変位は重力がする仕事には関係せず、鉛直方向の変位のみに着目すればよい(式[27])。したがって、重力がする仕事 $W_{重力}$ は

$$W_{重力} = (-mg) \times \Delta h = (-mg)(h_B - h_A) = mgh_A - mgh_B$$

空間に蓄えられていた重力の位置エネルギーが重力を通して物体に与えられたのである。

(4) 「車体の運動エネルギーの変化=車体に働く力がした仕事」が成り立つから

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_N + W_{重力} = W_{重力} = mgh_A - mgh_B$$

この式から直ちに式[30]が導かれる。既に①で示した通り、 $mgh_A$ 、 $mgh_B$ はそれぞれA、B点での重力の位置エネルギーである。式[30]は、A、B点において車体の「運動エネルギー+位置エネルギー」は不変であることを示していて、力学的エネルギー保存の法則を表現している。

③ (ばねの弾性エネルギー)

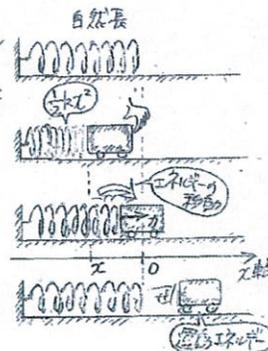
ばねに台車などを付け、変形(伸び、縮み)させてから放すと、ばねの変形が戻るとともに、ばねに蓄えられていたエネルギーが台車に移り、台車の運動エネルギーとなる...と見ることが出来る。ばねに蓄えられるエネルギーは弾性エネルギーと呼ばれている。

ばねの変形(伸び・縮み)が $x$  [m]のときの弾性エネルギーは次式で計算される(問題7.7)。

弾性エネルギー  $U = \frac{1}{2}kx^2$  [J]

...[31]

ただし、 $k$  [N/m]はばね定数である。弾性エネルギーを与える[31]式は、重力の位置エネルギー「 $mgh$ 」とは、かなり違



った形をしている。これは、重力は高さよらず一定と見なせるのに対して、ばねの力はフックの法則(p.18)にしたがって大きく変化するためである。

弾性エネルギーを与える式[31]は、ばねの場合にとどまらず、多くの物体に(少なくとも近似的に)適用することができる。地震にたまる地震のエネルギーに対しても大まかな意味でこの式を用いることができる。変形が2倍になると弾性エネルギーは4倍になる。

75 ばね定数 $k=49 \text{ N/m}$ のばねがある。このばねを水平な台の上に置き、一端を固定し他端に質量 $m=1.0 \text{ kg}$ の台車を押しつけてばねを15 cm縮めてから静かに放した。ばねが自然の長さに戻ったとき、台車の運動エネルギーと速さを求めよ。また、ばねが台車に固定されていたら、ばねは最大何cm伸びるか。

76 問題75のばねでビックリ箱を作った。ばねを鉛直に置き、上に60.0 gのボール(硬式のテニスボール)をのせ、ばねを15.0 cm縮めて箱のふたをした。このときのボールの下面の位置をO点とする。箱を素早く開けた場合、ボールはO点から何cmの高さまで上昇するか(ヒント:ばねと重力の両方が関係している)。ただし、実際にこの実験を行うと、ボールは計算結果ほどには飛び上がらない。その理由を考えよ。

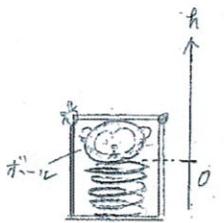
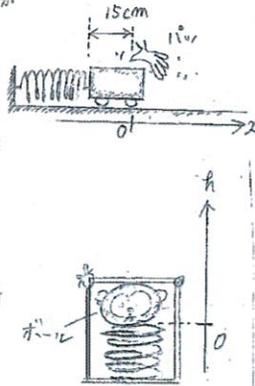
77 ばねを伸ばすとき、「ばねを引く力」と「ばねの弾性力(ばねが引く力)」が同時に存在する(作用反作用)。それぞれの力がする仕事は、どのような形でエネルギーの移動に関わっているか。

78 ばねの弾性エネルギー $U [J]$ を与える[31]式を導出せよ。例えば、ばねを伸ばすのに要する仕事を求める。

重力の位置エネルギーはどこにあるの?

重力の位置エネルギーは $mgh$ で計算されることを知ったが、いったいそのエネルギーはどこに存在しているのだろうか。1階から3階に昇った場合、その人の重力の位置エネルギーは増加する。しかし、そのエネルギーがその人の身体に宿っているとは言えないだろう。本人は位置エネルギーを得て“エネルギー貯蔵”になったと感じないだろう...むしろ多少疲れを感じている。

前にも述べたが、重力の位置エネルギーは空間に蓄えられていると考えておくのが良いだろう。厳密な表現とは言えないのだが、さし当たってそう考えても害はない。人と地球が重力の“見えなばね”でつながっているとイメージするのだ。ばねが伸びれば、そこにエネルギーが蓄えられる。これは直感的イメージとして受け入れ



られるだろう。それと同様に、重力の位置エネルギーは空間に蓄えられていると考えておくとも良いだろう。

ちなみに、重力の原因は空間(厳密には時空)の歪みにあるというのが、アインシュタインの一般相対性理論が教えてくれていることである(ばねの弾性力がばねの歪みによって生じると似ている)。地球の存在(質量)が時空を歪めているのだ!...空間・時空の歪み?! それはどういうこと? 実は、空間が歪めば、例えば三角形の内角の和は $180^\circ$ ではなくなる。そうそう、ノートに描いた三角形の内角の和は、(厳密)には $180^\circ$ ではないのだ。それは非常に小さな効果なので、検出は今のところ技術的に不可能だが、太陽をはじめ天体の周りの空間の歪みは、光の屈折という形で既に多数観測されている。また、ケータイ・スマホに内蔵されているGPSは、4つの人工衛星からの信号を受けて位置を計算しているが、その際に、地球の周りの時空の歪みもちゃんと考慮しているのである(衛星内より地上のほうが時間の進みが遅い)!

