算数部会

「自分事の算数」における数学的コミュニケーション（３年次）

１　大切にしている子どもの姿と学びの空間

（１）協働的に学ぶ姿

言葉の背後にある思いや過程も受けとめながら，互いの考えを聴こうとすることは，他者への感度を高め，考えの差異や考えのよさに気付くとともに，皆で学ぶことのよさを実感することにつながる。さらには，算数の学習において，自分の考えを相手によくわかってもらおうとするならば，理由や例を挙げて説明することや,式や図等の数学的表現を用いて表現すること,そして論理的一貫性が求められる。このような協働的な学びを通して，数学的に考える力が育まれていくと考える。

（２）責任をもって学ぶ姿

問題に主体的に関わるとともに，自分（自分たち）の考えに責任を持ち，一応の解決が得られたとしても,「他の方法でも同じ答えになるか」,「他の数値であったらどうか」などと問い，吟味することは大切である。考えに責任を持つことは，最初の考えに固執することではなく，十分に比較し，吟味した上で,別の考えがよければそれを受け入れることでもある。これらは忍耐の要ることである。だからこそ,自分（自分たち）の考えに向き合い，吟味できるように問うことは教師の役割でもある。そして，責任をもって学ぶことを積み重ねることで，最終的には子どもが自ら問い，思考し続けるようになってくれればと願っている。

（３）安心して議論できる空間

安心とは，何でも受け入れられる空間ではない。違和感や困ったなどといった思いを素直に言葉にできる空間であり，よりよいものを求めて意見を聴きあい，議論できる空間である。考えたことや感じたことを安心して自分の言葉で表現し，考えを聴きあい，互いを尊重しながら高め合っていくような空間の中でこそ，間違いを恐れることなく主体的に思考し続けることができると考える。

２　研究の内容

（１）これまでの研究

上述した子ども像や学びの空間を育むために，2015年度から，研究テーマを「自分事の算数」として研究を進めてきた。「自分事の算数」とテーマ設定の理由は下記の通りである。

> 「問題に主体的に関わり，よりよいものを求めて自分の考えを吟味し，責任をもって思考し続けていく」学びが展開されていく時，学んでいる算数が自分事になっていると言える。そして，このような学びを「自分事の算数」とする。

解いて終わりではなく，他者の考えや問題場面と関係づけながら自分の考えを吟味し，思考し続ける学びとするためには，問題に対して主体的に関わることが第一歩であると考えた。また，自分事として捉えた学びであれば，問題解決を通して学んでいる算数のよさを感得できるはずである。このような理由から，研究テーマを「自分事の算数」とした。さらに2021年度からは，研究テーマを「『自分事の算数』における数学的コミュニケーション」とし，主に個の学ぶ姿に焦点を当ててきた研究を，他者との関わりの中での学びという視点から捉え直し，数学的コミュニケーションの意味や役割を考えてきた。

（２）「自分事の算数」における数学的コミュニケーション

自分事という言葉から身近な題材や日常事象から学びを始めることを思い描くが，算数の学習場面から始めることもある。重要なのは,子どもにとって解決したい問題,必要感のある問題になるかである。

ある事象や問題と向き合った時，子ども達は，生活経験や学習経験と関係づけて状況や意味を捉えていくが，自分（自分たち）との距離が近ければ近いほど，捉えに個々の経験や価値観，思いが影響すると考える。個々の捉えを共有しながら，一人ひとりとっての問題を，皆の問題，数学の問題として定式

化し，問題解決していく必要がある。その過程において，必要な数量に着目することや，場面や問題を理想化したり，条件を仮定したりするような思考がなされ，説明するために「もしも…」「かりに…」といったやりとりがなされる。また，考えを検討していく際にも，もともとの場面や問題の条件と関係づけて考えを吟味していくような思考がなされ，説明するためのやりとりがなされる。このようなやりとりを，本校算数部では「自分事の算数」における数学的コミュニケーションとして捉えている。

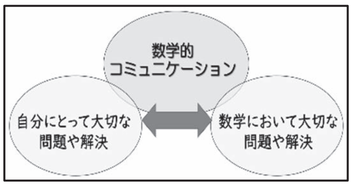

図１「自分事の算数」における
数学的コミュニケーション※1

（３）数学的コミュニケーションを促す教師の役割

①問わざるを得ない状況，問いが生じる場面をつくる

問題解決を通して，問わざるを得ない状況，問いが生じる場面をつくることが教師の役割として挙げられる。そのためには，問題に取り組んでいった際に生まれるであろう，面白さや不思議さ，そして違和感や困ったといった思いを大切にしたい。なぜなら，そういった感情こそが，問いを生み，思考し続ける際の原動力になると考えるからである。問題解決を通して，そういった感情が生じるかどうかを，教材研究を行い，子どもの生活や既習をもとに見極めていく必要がある。

②数学的コミュニケ—ションの拠り所をつくる※2

授業において，問題場面や文脈に対する捉えを言語化しながら図や式などに表すことは，皆で考えていく際の議論するための拠り所をつくることになる。それにより，考えの共通点や重なり，相違点やズレに気づき，数学的コミュニケーションが活性化していく。さらには，拠り所をもとに，図や式をもともとの場面や問題と関係づけ，行き来させながら，概念の探究や式や解の解釈を行うことで，互いの考えや対象への理解が促されていく。

３　研究主題「学びをあむ」との関連－算数の学びを通して育む，発揮される資質・能力－

研究主題である「学びをあむ」とは，「自分の思いを大切にして，様々なひと・もの・ことと関わりながら新たなものを創り出し，自己を更新していく」ことである。算数の学びにおいても，異なる他者の考えや思いに触れ，自己内対話をしながら自己を更新していく姿は「学びをあむ」姿と考える。

表１は，メタ認知スキルや社会情意的スキルの視点から，大切にしたい資質・能力を，算数を学ぶ子どもの姿から見とりまとめたものである。算数ならではの資質・能力を中心に据え，それを支え，算数の学びでも必要な教科横断的でより汎用的なメタ認知スキルや社会情意的スキルを表の左右に据えた。

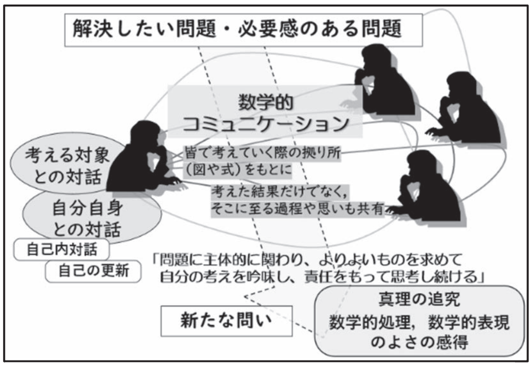

図２「自分事の算数」と「学びをあむ」の関連

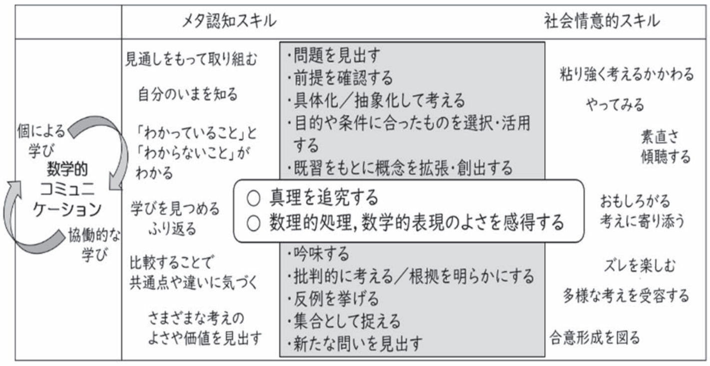

表１　「自分事の算数」の学びを通して育む，発揮される資質・能力

４　授業実践からみた子どもたちの学ぶ姿

（１）５年生の実践事例　「単位量当たりの大きさ」

本実践で取り上げた題材は，「スーパーボールすくい」である。はじめに，スーパーボールの個数が違う同じ大きさの２つのプールの写真（A：300 個，B：900 個）を見せ，「どちらでスーパーボールすくいをしたいですか？」と子ども達に聞いた。選んだ理由を聞いてみたところ，A を選んだ理由は，「B だと，

ポイ（紙をはった道具）ですくった時に，たくさんボールがのると重くて破れてしまうから，ポイの上に乗る数が少ない方がいい」というものであった。また，Bは，「たくさんポイの上にのった方が多く取れるからいい」という理由だった。ここで，Aを「ひとすくいで少なく取れる，スカスカのプール」，Bを「ひとすくいで多く取れる，びっしりのプール」と呼ぶことにした。

次に，別のプールCとDを提示した。広さの違うC（縦10マス横20マス）とDのプール（縦10マス横30マス）に，スーパーボールを想定したマグネットをCに50個，Dに60個バラバラに貼っていった。「Bを選ぶ人はCを選んで，Aを選ぶ人はDを選ぶ」という子どもの発言もあり，「B と同じようにひとすくいで多く取れる方はどちらのプールか」考えることとした。

その後，個々の考えを共有するため，式だけを発表させた。４通りの式が出てきたが，その中で多くの子どもが考えていた「200÷50＝４」の式について取り上げ，式や商は何を表しているのか，また，その式や商を成り立たせる条件について話し合った。「200÷50＝４」の解釈について，「４マスに１つ磁石がある」，「１個当たりの磁石の陣地が４」，「４マス当たり１個」などの発言があった。しかし，実際に貼られている磁石の貼り方には偏りがあり，発言しているような状況にはなっていない。実際のスーパーボールの浮かび方にはムラがある。このように，式が扱う「理想化された世界」と「現実の場面」には違いがあることについて，十分な説明はせずに立式していた。教師は，数理的処理ができるように現実の場面を理想化していることに気づかせたいと考え，T３で「バラバラで，どうみても１個あたり４マスには見えてこないんだけどさ」と問い直している。理想化していたことが表出した場面としては，C７「仮定して」C９「全部『当たり』『同じ』だと仮定して」C14「こうやって並べたらって考えて」といった発言に現れている。

そして，等間隔に並べるという仮定を説明するにあたっては，実際に図にマグネットを並べ，それを元に思考を進めていた。S児が実際にマグネットを４マスに１個になるように並べ変えた際に，C12「水だから，無理なんだよ」，C13「動くし」という現実場面についての発言もあったが，C14「こうやって並べたらって考えて」という発言によって，仮定して思考していたことを共有することができた。

今回の授業では，現実の場面と算数をつなぐにあたり，数理的に処理できるよう，ボールが等間隔であることなどを仮定して考えることを丁寧に扱った。仮定していたことを意識せず答えを求めてしまうと，現実場面と算数が乖離してしまう。数学的コミュニケーションを通して，数理的に処理して得られた式や結果から，思考の前提としていた仮定を顕在化することが肝要である。思考を表出させるための問い直しを行うことも，教師に必要な手立てである。

C1：あの，もし，これが同じ場面だとして，それで，１個当たりの磁石の陣地というのが４なの。１個当たりの平均で，全体がこれの場合が２００で，個数が５０だから，平均が，割って４。
C2：４マスに１つ。　C3：４マス当たり。
T1：2人の意見を書いておくね。平均とか，４マス当たりとか，１つ当たり４マス。
C4：それでもおかしい。
C5：それはあってるよ。
T2：Y君続き言って。
C6：４マスあたり１個。
T3：伝わった？先生は，バラバラで，どうみても１個あたり４マスには見えてこないんだけどさ。
C7：仮定して。
C8：当たりだから平均。
T4：待って，これやったよね。
C9：全部「当たり」「同じ」だと仮定して。
（何人かで黒板の磁石を並び始める）
〜途中省略〜
T5：（バラバラに磁石が貼られた図を指して）これだと，１個当たり４個って見えないんだけど，どういう状態なんだろう。Sさん。
Sさんが磁石を整理して綺麗に並べ始める。
T6：いま，Sさんが並び始めているんだけど，どうしようとしているか伝わる？（途中まで並べたところで）以下省略するそうです。
C10：めっちゃ見えるわ。
C11：これで，１個当たり４マスってことは，４つのマスに１つの磁石があるってことだから，こういうふうに並べたら…。
T5：こうやって並べたらってことだ。
C12：水だから，無理なんだよ。
T6：そうだよね。
C13：動くし。
C14：こうやって並べたらって考えて。

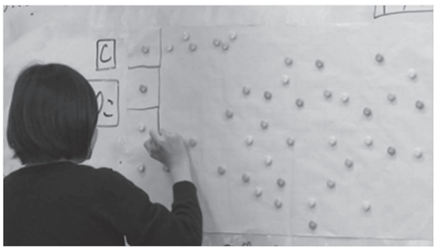

図３　等間隔に並べる仮定を説明する姿

（２）６年生の実践事例「円の面積」

①実践の概要

本実践は第５学年の「図形の面積」に引き続き，６年生の初めに行った実践である。5年生の３学期に扱った基本図形の求積では，既習の図形の求積を自分の選んだ順番で自力解決する個別探求の時間と，探求したことを全体で共有する時間に分けて学習を進めてきた。ここでは，公式として一般化すること

を目標に，各々が任意の大きさで作図した基本図形について求積方法を考え説明する活動を行った。子どもたちにとって円の求積はその集大成として位置づいている。よって，問いはシンプルに「円の面積を調べよう」としてこれまでと同じ流れで活動がスタートした。

第１時は個別に取り組む時間とし，最初に 10 分程度自力解決の時間をとった後，困っていることを共有した。これまでの図形とは異なり，直線がないために既習の図形に直せないことが問題であり，解決策として円に近い形を探したり，切り貼りして等積変形したりするアイディアが共有された。そこで，使えそうな既習事項（アイテム）を確認して，再度自力解決の時間をとった。

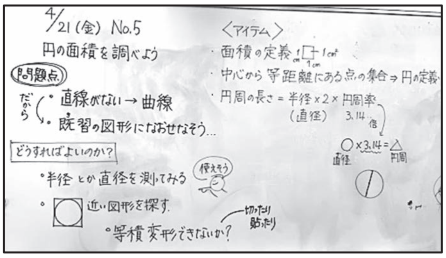

図４　第１時の板書の様子

第２時後半〜第３時はそれぞれの解決方法を発表し，話し合いの時間とした。5 年時同様に，式で求積できるようになることをねらいとし，それぞれの説明に「納得がいくかどうか」を視点として話し合いを進めた。出てきた方法は，「A 単位正方形いくつ分」「B 等分した扇形のピース１つを三角形とみて，そのいくつ分」「C 円を正多角形とみる」「D 等分した扇形のピースを相互に組み合わせて平行四辺形・長方形とみる」「E 糸で巻いた円を半径で切って広げ，大きな二等辺三角形とみる」「F 円周を直線にして正方形を作る」「G 内接する正方形と外接する正方形の平均」の全部で７通り。このうち反例が上がった F，根拠が曖昧である G を除き，皆の合意が得られたのは５通り，公式として採用されたのは B〜E の４通りであった。

②数学的コミュニケーションについて

5 年生の図形の面積から一貫して全員が納得できる説明かどうかを話し合いの視点にしてきた。故に，相手が納得するための明確な根拠を示すこと，逆に聞く側が納得いかない場合は，根拠を問うたり反例を示したりすることが少しずつ教室の文化になってきた。

今回，中でもコミュニケーションが活発に行われたのが E〜G のアイディアである。E と F は円周を直線に直せばよいと考えたもので，少数であったため皆が関心を寄せた。特に F については，納得する子どもたちがいる一方，周の長さが同じ正方形と長方形の面積が異なることが反例として挙げられた。実際に作図してみると見た目でも円の方が大きく見えるため，提案した本人も納得の上，取り下げることになった。しかし，他のアイディアから円の求積公式が導かれた後，もう一度 F の考えに戻り，実際の数値で円と正方形を比べてみた結果，等周であれば円が面積最大になるのではないか，という発見へと繋がっていった。また，本当に平均をとって良いのか根拠が不明瞭で採用にならなかった G の考えも，式にすると半径×半径×３になるので，およその値は求められることが判明した。

数学的コミュニケーションを通して，様々な考え方の根拠を明らかにしたり解釈したりすることが批判的思考力を働かせるだけではなく，この過程がさらなる探究に発展していった。

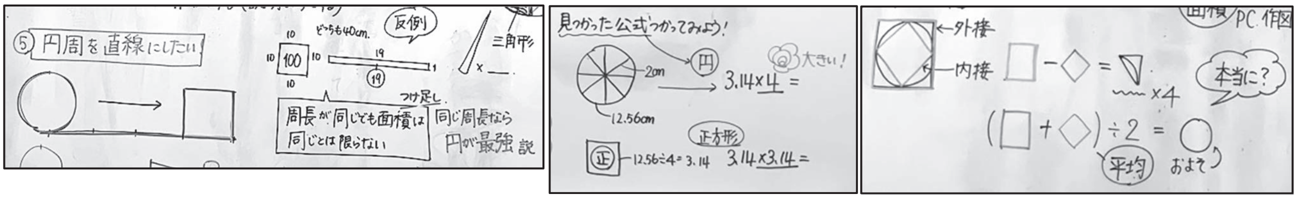

図５　円周で正方形を作る方法と反例　　等周の円と正方形を比較　　円に外接・内接する四角形の平均？

５　今後に向けて

学んでいる算数が自分事となり，問題解決を通して学んでいる算数のよさを感得して欲しいという思いのもと，実践を積み重ねてきた。今年度は，数学的コミュニケーションの意味と捉えを明確にしながら，数学的コミュニケーションを促す教師の役割についても考えてきた。今後はさらに，「自分事の算数」における数学的コミュニケーションの役割について，それが個々の学びにどのような影響を与えるのか，子どもの姿から丁寧に見とり，考えていきたい。

※１，２　図１や「数学的コミュニケーションの拠り所をつくる」という視点は，第 85 回教育実際指導研究会における算数部の提案に対する中村光一先生のご指導で示して頂いた図，そして「数学的コミュニケーションでは，みんなが話しに参加できる対象を準備することが大切。数学的な議論にするために，行うべき活動がある。」という言葉がもとになっている。

（岡田紘・久下谷・倉次・冨田・長濱）