

<巻末資料>

統計的内容の「光」と「影」 2024年3月 ver.

お茶の水女子大学附属学校園連携研究 算数・数学部会

※下線部：関連する実践事例・論考などへのリンク

学年 ・ 科目	学習内容	光の部分 =よき (こういうときに使うとよい！ 正しく使えている！ 正しい使い方)	影の部分 =注意点 (こういうときは使ったらまずい！ 誤った使い方・読み取り方 技能の難しさ)
小3	二次元の表	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2つの集団の情報を横に並べることで比較でき、集団ごとの特徴の違いや、全体の特徴を考えることができる。(例えば、学級ごとの好きなあそび) ・ 二次元表にまとめることで一次元表では見えなかった特徴を見いだすことができる。 (例) けがについて、教室での打撲が多い。 校庭で骨折…大きな怪我は校庭で起きている。 ・ 右に対して、一方で、ひとまず、2つの観点からまとめてみると、そこで初めて気付く発見がある。 1年生と遊ぼう (小2)・けがを減らすためには (小3) 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 無理矢理2つに分けて分析してしまいがちである。 ・ どういった観点で二次元表をまとめるのかを、目的に応じて考える必要がある。

小3	棒グラフ	<ul style="list-style-type: none"> ・部分と部分が比較しやすい。 ・全体の傾向や特徴が捉えやすい。 ・右に対して、身の回りを見ると、縦軸が省略されたグラフがある。そのようなグラフをよみ、気づきを共有することによって、グラフの見方を育むことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・配列の順序が決まっている場合もあるが、3年生では判断が難しい。 ・縦軸の目もりが省略されていると、小さな差も大きい差があるように見え、誤解をしてしまう。省略することによって誤った見方を誘発してしまう。(縦軸を省略してはいけない。)
小4	折れ線グラフ	<ul style="list-style-type: none"> ・時間の経過に伴う変化を表すことができる。 ・二つのデータを1つのグラフに表すことによって変化の違いや差の変化を示すことができる。 ・縦軸のめもりのとり方を工夫することによって変化の仕方を強調することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・縦軸のめもりのとり方(省略記号を使うかどうか)によって、変化の仕方(傾き)が変わる。作成する側の意図によって、印象が変わる。 ・横軸の数値が等間隔になっているのかを確かめることは大事なことである。 ・点と点の間の値は推測であり、必ず正確とは言えない。 ・グラフを書く際、紙面の大きさや目的に応じて、適切に目もりの大きさやグラフ全体の大きさを決めることに難しさがある。
小5	測定値の平均	<ul style="list-style-type: none"> ・比例的推論を用いる時の必要なデータとなる。 (例) 長距離歩いたときにかかる時間を推測する際には、200m歩いたときにかかる時間を計り、それをもとに考える。 (例) およその距離を知ろうとする時、自分の5歩分の長さを測り、それをもとに考える。 ・平均を求めることで、その値をもとに予想したり大体の数を把握したりすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・かけ離れた値があるのにそのまま平均を求めて(これを何倍かして)使ってしまう。 ⇒外れ値の扱いについては、しっかり分析することで、光にもなる。 ・ぎゅっと固まっていたら、平均でいいが、いつもそうとは限らない。

小5	帯グラフ	<ul style="list-style-type: none"> ・全体に対する部分の割合が視覚的によくわかる。 ・帯グラフを複数縦に並べることによって、全体に対する部分の割合の変化をみることができる。 ・棒グラフや円グラフなどを含めて、どういう場合にどういうグラフを使うのかを考えることで、それぞれのグラフの特徴やそのよさを知ることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・全体に対する部分の割合を示しているものであって、数量を示しているわけではないことを理解する必要がある。 ・帯グラフを複数縦に並べた際、見た目の増減によって数量が増減したと勘違いをしてしまう。 (全体の量の確認が必要となる。) ・棒グラフとの違いが見えにくい。
小5	円グラフ	<ul style="list-style-type: none"> ・項目が少ない時には、どの割合が多いか比較しやすい。 <p>※グラフ全般の扱いについて</p> <ul style="list-style-type: none"> ・小学校では、小3で棒グラフ、小4で折れ線グラフ、小5で帯グラフ・円グラフのように、順に学んでいくが、生活の中では様々なグラフに出あっている。複数のグラフを扱いながら、それぞれのグラフの特徴やよさをもとに、子どもが必要に応じて選択できる力を育むことも必要である。 	<ul style="list-style-type: none"> ・立体的な円グラフは、実際の数値と違う印象を与えてしまうこともある。 ・割合のグラフ全般に言えることだが、比較する際、割合が多いからこちらの方が量的に多いというわけではない。勘違いを起こしやすい。 <p>※グラフ全般の扱いについて</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グラフに表すことが目的（技能重視）になってしまい、グラフに表し、そこからよみとれることは何かを考え、判断するような場面が少なくなりがちである。 ・どんな問題を解決したいのかという目的が大切になる。それがグラフをもとに判断する際、その妥当性を検討する際に生きていく。そのためには、実際の場面で考えていくことが必要である。一方で、実際の場面を基に進めていくと、時数が増え、他教科等と関連付けながらカリキュラムマネジメントをしていく必要が生じる。また、

			<p>実際の場面の問題解決と指導内容との関連も考えていく必要がある。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実際の場面, 身近な場面を用いて問題解決をしていくと, 場面が子どもたちにとって近ければ近いほど, データをもとに判断していく際には, データにもとづいた判断ではなく, 主観や思いが反映されてしまう。何をもとに判断しているかを問うことが大切となる。一方で, 主観や思いによる判断である場合, それについて, 本当にそうであるのかを問うことによって, 統計的な問題解決のプロセスを再度進めていくことにつながる。
小6	代表値としての平均(平均値 相加平均)	<ul style="list-style-type: none"> ・多くのデータを均した値(意味)を知りたい時に求める。 ・外れ値, 異常値がないとき, 集団の傾向を比較するための1つの指標となる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・データが散らばっていても平均に慣れているので何でも平均値を使って判断する傾向にある。 ・外れ値, 異常値があったときには引っ張られるので, 代表値としてはふさわしくないが, そのようなことを実感できる場面が見つけづらい。(たとえば理科の学習と関連付けることも考えられる。)
小6	(値の)最頻値	<ul style="list-style-type: none"> ・最も多く出た値(意味)を知りたいときに求める。 ・単峰性の分布のとき(場面)に使いやすい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・多峰性の分布のときは異種の集団が混在していると考え, 複数の単峰性の分布に層別してから分析すべきであるが, 指導しきれていない。 ・子どもが誤解する場面があまりない。平均値ばかりを使うことが多い。 ・最頻値のよさを実感できる場面が少ない。
小6	中央値	<ul style="list-style-type: none"> ・真ん中の値(意味)を知りたい時に求める。 ・外れ値に左右されないよさがある。 	<ul style="list-style-type: none"> ・左右対称でない分布では平均値と異なりやすいが, 混同しがち。

		<p>→平均値があまり意味をもたない場面をもってきて、平均値と中央値をセットで指導したい。(例えば、クラスのテストの点は、平均より傾向を掴むのはリアルである。)</p> <p>→複数の道具をどう使い分けるか、それを考えることが大切となる。</p>	<p>・中央値を使いたくなる場面 が少ない。</p> <p>※代表値について</p> <p>・妥当性をどのように判断すればいいのかわからない。対象になるものによる。どれが適切なのか。</p> <p>(例) 実際の場面に対して、平均値、最頻値、中央値を用いてくらべるような学習を行わなければ、どういう場面でどの代表値を使うことがよいのか、妥当性まで扱うことが難しい。</p>
小6	ドットプロット	<p>・分布の様子を具体的に見ることができる。</p> <p>・平均が同じ集団でも、傾向が違うことがわかりやすい。</p>	<p>・複数の点があると重ねて表示しにくい。</p>
小6 中1	柱状グラフ ヒストグラム	<p>・大きな数、端数のある数、連続的な数であっても、階級で分けて度数を表現するので扱いやすい。</p> <p>体感 10 秒 (小6)</p> <p>ICT 活用 単元指導全体</p>	<p>・棒グラフと混同しがち。</p> <p>→質的データと量的データの違いを説明した上で、そのグラフの違いを理解できるようにすることが大切である。</p> <p>・柱状グラフは必ずしも柱の面積に意味を持たせなくてもよいが、ヒストグラムは柱の面積が頻度(確率密度)を表すことが、あまり認識されていない。</p> <p>・集団の優劣をどう判断するかが不明確</p> <p>→代表値や相対度数などについて、「A よりも B の方が中央値が 2.3cm 短い」などと複数の集団の差を明確に表現させるように指導する。</p>

中1	度数折れ線 (度数分布多角形)	<ul style="list-style-type: none"> ・重ねることで複数の集団の傾向が比較しやすい。 ・縦軸を度数ではなく相対度数にすることで、起こりやすさを考察しやすくなる。 ・折れ線だけでなく、面積にも意味がある。 単元指導全体	<ul style="list-style-type: none"> ・折れ線グラフと混同して、時系列の変化を表しているように誤読してしまう。
中1	相対度数	<ul style="list-style-type: none"> ・データの個数が違うグループ同士の比較ができる。 ・量的データにおいて全体に対する割合がわかりやすい。 小指ギャップ	<ul style="list-style-type: none"> ・割合で比較しているのに、「人数が多い」などと表現してしまう。
中1	(度数分布の) 最頻値	<ul style="list-style-type: none"> ・どの階級にデータが最も集まっているかがわかる。 ・代表値として、平均値以外の観点として。 	<ul style="list-style-type: none"> ・階級の設定の仕方によって最頻値が変わるので、どう設定すればよいか迷う。 ・多峰性の分布のときは異種の集団が混在していると考え、複数の単峰性の分布に層別してから分析すべきであるが、指導しきれていない。
中1	累積度数	<ul style="list-style-type: none"> ・中央値の階級が把握しやすい。 ・データの値が、全体の中で大きいほうか、小さいほうか確認しやすい。 お小遣いアップ大作戦 病院の待ち時間	<ul style="list-style-type: none"> ・累積度数もあまり社会では見かけないため、データの分析の中では重要な見方であっても気づかれない。 ・いくつかの階級を「まとめて」比較するという視点が難しい。

中1	統計的確率	<ul style="list-style-type: none"> ・具体例を用いて、目に見える形での説明が可能。(起こりやすさを表現することができる) <p>ICT活用 いかさまダイス</p> <ul style="list-style-type: none"> ・相対度数を統計的確率とみなす場面は、統計と確率を関連付けて考える力を付けるのに適している。 <p>貸し出し靴1 貸し出し靴2 (ICT)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・実験で統計的確率を確認する場合、ある程度データの量がないといけない。 <ul style="list-style-type: none"> ・データの割合を用いて、未来予測を行ったとしても、それが「確率」というものであるという考えにつながらない。「(「みなす」ということが難しい) <ul style="list-style-type: none"> ・データの値の個数が少ない場合、数学的には、確率とみなしてよいかどうかの判断がつきにくい。(現実の社会では大いに用いられているが)
中2	箱ひげ図 (四分位数)	<ul style="list-style-type: none"> ・量的データの分布の概形が簡易にわかる。 ・並べることで、四分位数などを基に、多くのデータを縦や横に並べることで比較しやすい。 <p>相手投手を攻略しよう 大谷投手の球速低下など</p> <p>メルボルン留学</p> <p>生徒会ルールをよくしよう 生徒会ルールをよくしよう2</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ひげや箱が長いと、その中にデータの値がたくさん含まれていると誤解しがち。 ・データの値の個数が異なる場合はわからない。 ・ヒストグラムなどと比べて、データの詳しい分布の様子がわからない。 ・どのようなタイミングで使えばよいかわかりにくい。 <p>→箱ひげ図を単体で使わないで、必要に応じてヒストグラムや度数分布表などで表し直して、詳しい分布を調べるようにさせる。</p>

中2	確率	<ul style="list-style-type: none"> サイコロの出る目の確率など、身近な場面で、計算で確率を求めることができる。(起こりやすさを表現することができる) <p>エフロンサイコロ</p>	<ul style="list-style-type: none"> 質的データで度数や相対度数を定義していないので、生徒にとって唐突感がある。 どの事柄が起こることも同様に確からしいとき以外は、数学的確率を用いることはできない。 数学的確率と統計的確率の区別がつかない生徒もいる。 自分の感覚と数学的確率がずれる場合もある。
中3	標本調査	<ul style="list-style-type: none"> 世の中にある調査のかなり多くが標本調査である。(全数調査ができることなどほとんどない) 多様な抽出方法の比較・検討ができる。 <p>睡眠時間 身の回りの課題解決 (レポート)</p>	<ul style="list-style-type: none"> 標本調査における母集団が何なのかを誤って理解していることが多い。 「無作為抽出＝標本調査」と認識している生徒がいる。 標本「らしきもの」の妥当性につかみにくい。(調べたいことに対してその標本は質、量ともに妥当なのか?) →調査を鵜呑みにせず、データの出所などを確かめたり、いえる結論の範囲を正確に捉えたりする学習を設ける。
中3	無作為抽出	<ul style="list-style-type: none"> 標本調査における無作為抽出のよさが実感できる。 乱数さいを振り、確率(同様に確からしい)と関連付けられる。 無作為抽出ができたかを批判的に振り返る機会を持てる。 <p>複数の簡易実験 (標本再捕法)</p> <p>標本の大きさによる標本平均の分布</p>	<ul style="list-style-type: none"> 実生活では無作為抽出として妥当かどうかを判断するのが難しい例が多い。(層化抽出法に触れるとよい。) 標本調査の限界の見極めが難しい。 標本の大きさについての妥当性の定義が無いので、疑問も起こる。(高校の内容をどこまで伝えるかが難しい) 標本ごとに平均(標本平均)に差があることを理解するのは難しい。

高数 I	・分散・標準偏差	<ul style="list-style-type: none"> ・中学で学習した四分位範囲・箱ひげ図とも併せて、データの散らばりを数値で表すことの必要性を実感する。 ・偏差を二乗してたすことの工夫や、平方根をとる意味（単位との兼ね合い）などに触れることで、その数値の意味を考えることができる。 ・データをみる上でその散らばりをみることの必要性を理解する。 ・応用例として、偏差値があり、生徒にとっては身近な数でもあるため、生徒の興味・関心にもつながる。（ただし、数学 B の分布の学習内容との関連が重要） 	<ul style="list-style-type: none"> ・計算が複雑になるため、手計算するには、ある程度制限されたデータで練習をする必要がある。現実的には、大きなデータを扱うことがほとんどであるが、どのような値なのかを深く理解するためにも、自分で計算する場面は大切。一方で、実際に想像させることも重要。 ・変量の変換の公式など証明が難しいものについては、一旦認めて活用することでその有用性を感じることができ。数学の立場としてはきちんと証明することも重要であると考えているが、活用できればよい、という考え方もあり、悩ましい。
高数 I	散布図・相関係数	<ul style="list-style-type: none"> ・2つの変量データの関係を調べたいとき。基本的には、散布図と相関係数をセットで使う。外れ値には注意をする。外れ値を入れた場合と入れない場合両方の相関係数を求めて考察する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・2つの変量の関係を見るとき、相関係数の値だけで相関があると見るのは危険。散布図（外れ値の存在など）と両方を見て判断する。
高数 I	仮説検定の考え	<ul style="list-style-type: none"> ・仮説検定のしくみがわかる。 ・確率を用いて判断するということが学べる。 ・仮説検定の考えは多くの生徒に広められる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・数学的補強が不足しているため、厳密性に欠ける。二項分布、正規分布を学習する前段階なので、教えるのが難しい。 ・また、検定したい事象について、さいころなどの別の事象で説明しようとしているので、混乱する。 ・確率を用いて判断することは危険が伴うことがわかってしまう。 ・不十分な方法を知って実際に使っても役立たない。

		「仮説検定の考え方」の指導	<p>※その他</p> <ul style="list-style-type: none"> ・パソコンなどを使用すれば、数学力というよりは情報の能力が必要となる。そして、理論の部分が PC というブラックボックスに隠されてしまう。また確率と相対度数の混用があり、生徒が悩むことがある。どうしても、本物の理論に引っ張られて、不自然に感じられることが出てきてしまう。
高数 A	期待値	<ul style="list-style-type: none"> ・宝くじやさいころの目の出方の期待値など、身近な具体例で考えることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・数 B の確率変数の期待値との対応を教員側は意識しておきたい。(現実的には売値の半分いかないくらい。CS には今回から復活した。)
高数 B	確率変数と確率分布 二項分布・正規分布	<ul style="list-style-type: none"> ・確率変数の定義や意味、期待値・分散・標準偏差や、変数の変換の意味など、統計の基礎を学んだ上で、理論に則って正規分布に移行していくので、数 I の仮説検定のような違和感はなく、数学的な概念を重視した構成になっている。 ・確率密度関数や分布曲線、二項分布から正規分布に近似していく流れなどが、一通り理解できる。 ・確率変数が正規分布に従う場合は、確率の計算をする際、標準正規分布のグラフの概形から、どの部分の面積に該当するのかを確認できるので、感覚的に理解しやすい。 ・正規分布の場合は、意味さえ正しく理解していれば、基本的には面倒な計算がない。 	<ul style="list-style-type: none"> ・確率変数であるか、独立であるか、正規分布に従っているかの判断が必要である。 ・正規分布曲線 (e や指数の合成関数など)、積分など、習っていないので理解しづらいのではないかな。 ・統計的な意味がわからなくても公式に当てはめると、それらしい値が求まってしまう。 ・確率変数が正規分布に従っているか確かめずに、正規分布表を使おうとするのは誤り。

高 数 B	母集団と標 本 標本平均と その分布	<ul style="list-style-type: none"> ・中学校の標本調査より知識や技能が増えたので、より正確な理解がしやすい。 ・正規分布の後、標本平均の分布を学習するので、理解しやすい。 ・実際の標本の大きさの違いによる分布の様子から、大数の法則を理解しやすい。 <p>(標本の大きさによる標本平均の分布 (中3 シミュレーション))</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・標本の抽出の方法を誤ると全体の状況からずれ、前提が崩れることがある。 ・実生活の層化抽出法なども対比させて、これらの調査をより現実的に捉えるようにすべきである。 ・標本の分布と標本平均の分布を混同してしまいやすい。 →生徒がイメージを持てるような図を教師が提示したり、生徒がシミュレーションして図を作成したりするとよいかも。(箱ひげ図, ヒストグラムなど)
高 数 B	推定 仮説検定	<ul style="list-style-type: none"> ・数学的を現実的で身近な問題に応用して役立つ事が実感できる。 ・確率を用いるが、一応の白黒の判断がつく。 ・確率変数, 確率分布, 確率変数など確率論を応用して, 推定, 検定の理論が説明されるので, 感動的である。確率論の部分は他の数学の分野, 殆ど未習であるが, と繋がり数学の知力や思考力が鍛えられる。 ・確率論の部分がそれなりにわかれば, 推定や検定は単純明快な理論で作られていることがわかる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・やり方を覚えることに重点がおかれ, その仕組みを気にしなくなる。「統計=暗記」という理解になってしまい, 探究の流れに反する可能性がある。 ・仮説検定の結果を信頼しすぎる。「検定に合格した」という意味でとらえてしまう。 ・確率論の部分が難しい。本格的になるほど高校生には手に負えなくなる。離散型の確率変数はまだ良いが, 連続型の確率変数で確率が区間でしか指定できないことと実数を並べることが困難なことがつながっていると理解できると素晴らしいが, 高校生では難しすぎる。 ・確率論は数学的で深みがあるが統計屋がそれを応用すると間違いではないが論理的に危ないところがある。

	<p>・判断を誤るという危険を承知の上で、白黒の判断がひとまず付けられるということは、つまり、「危険を冒してまで何かを決める、判断する、予想する」「少ない情報で判断、予想ができる」ということである。</p> <p>※初学者には、ベイズ統計を学ぶより、分かりやすい。</p> <p>統計的推測の授業での難所と提案</p>	<p>・推定、検定が魔法のような物と勘違いしている。</p> <p><その他></p> <ul style="list-style-type: none">・確率論の部分は演繹法で考えられていて、推定、検定は帰納法で考えている。その為、推定の式に母分散が入ってくる。でも、それを標本分散で置き換えるという、非論理的かつ適当なことをしているということに気づきにくい。・帰納と演繹の綱引きは、信頼区間の長さや信頼率の関係などに表れていて、仮説検定の場合は棄却域と Not 棄却域に表れているのではないか。・仮説検定には悪い点が指摘されている。ベイズ統計学の方が数学的か。せめて、数IIIの積分がある程度終わっていれば、積率母関数やキュムラント母関数が使えて、分布の期待値・分散が求まって楽…なのに。
--	---	---