

数学科学習指導案

授業者 藤原 大樹
(お茶の水女子大学附属中学校)

1. 日時 令和5年9月19日(月) 10:00~10:50(校内師範授業), 13:50~14:40(公開授業)

2. 対象 南城市立大里中学校 1年生1クラス

3. 単元 「一次方程式」

4. 単元目標 (学習指導要領の内容及び第1学年目標より作成)

- (1) 一元一次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って検討しようしたり、多面的に捉え考えようとしていたりしている。

5. 単元観

本単元「一次方程式」は、学習指導要領における第1学年「A 数と式」領域(3)にあたる。本単元は、多くの生徒にとって困難性が伴いやすい。その理由としては、

- ・文字式やその計算についての基礎的な知識と技能の定着が不十分な生徒が多いこと
- ・恒等式における等号の役割と方程式における等号の役割の違い・変化について理解が不十分であること
- ・恒等式と方程式そのものの区別が生徒の中では明確になっていないこと

などが考えられる。このような困難性を乗り越えるには、方程式の必要性を生徒が十分に理解して学習に臨んでいるかといった、単元の学習に対するモチベーションが重要である。粘り強い取組や自らの学習の調整(「学びに向かう力、人間性等」)の向上に直結するとともに、方程式の必要性と意味の理解(「知識及び技能」)や具体的な場面での活用(「思考力、判断力、表現力等」)にも大きく影響を及ぼすからである。方程式の意味や計算だけではなく、「なぜ方程式を用いるとよいのか」「方程式にはどんな便利さをもたらすのか」など、方程式の必要性と意味に重点を置いた学習指導が単元を通して必要であると考えられる。

6. 単元の評価規準 (単元の目標などから作成)

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none">・方程式の必要性と意味及び方程式の中の文字や解の意味を理解している。・簡単な一元一次方程式を解くことができる。	<ul style="list-style-type: none">・等式の性質を基にして、一元一次方程式を解く方法を考察し表現することができる。・一元一次方程式を具体的な場面で活用することができる。	<ul style="list-style-type: none">・一元一次方程式のよさに気付いて粘り強く考え、一元一次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、一元一次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしていたりしている。

7. 指導計画（飛び込み授業なので割愛。本時は「方程式の利用」の第1時）

8. 教材名 「過不足の問題」

9. 教材観

本教材は教科書でも扱われている、いわゆる「過不足の問題」である。問題文は単純であるが、立式が難しく、苦手な生徒も一般的には多くいる。

一次方程式の利用の小単元、特にその初期段階では、生徒の中には方程式を使うことにまだ抵抗がある者も一定数いると考えられる。そこで本時では、方程式を用いない方法も並行して扱い、その解決で用いられた図を問題理解や方程式の立式に生かすという指導の手立てを講じることとする。

例えば、東京書籍の教科書「新しい数学1」p.104の例2では「折り紙を何人かの子どもに配ります。1人に4枚ずつ配ると9枚足りません。また、1人に3枚ずつ配ると15枚余ります。子供の人数と折り紙の枚数を求めてみよう。」が扱われている。まず「足りない」事実、次いで「余る」事実を情報として載せており、同ページの間3も同様である。「足りない→余る」の順では、方程式を用いずに解決する方法が出にくいのではないかと考えた。つまり、まず「余る」事実があって、余ったので1枚ずつ追加して配ったという場面を想像できれば、数学が苦手な生徒も自分の力で問題に積極的に関われるのではないかと考えた。

そこで、以下の問題を扱うこととした。

先生が画用紙を生徒に配ります。1人に2枚ずつ配ると、10枚余りました。そこで今度は、1人に3枚ずつ配ると、5枚足りませんでした。これらのことから、生徒の人数と画用紙の枚数をいろいろな方法で求めよう！

なお、方程式を用いないで解決する反応を想定して認め、方程式を用いて解決する反応と並行して扱う。その際、これらの考えにはそれぞれ次のようなよさがある。

○方程式を用いない算術的な方法のよさ

新たな知識を使わずとも、小学校で学習した知識や考え方で解決することができる。

○方程式を用いる代数的な方法のよさ

わからない数量を文字で表すことで、問題場面における数量の相等関係をそのまま式表現することができる。また、いったん立式すれば、後は形式的な操作により解が得られる。

本時ではこの2種類の方法を並行して扱う。算術的な方法は、上記のよさの一方で、問題の文脈に応じて個別的に立式していく必要があり、不便さや限界もある。それぞれのよさと限界を比較し、味わうことを通して、方程式を用いる方法のよさを徐々に実感させていきたい。ただ、生徒の実態を踏まえ、方程式を用いる方法については無理に強いることはせず、「両方の方法ができるとよい」程度の勧め方とする。そのために、算術的な方法に固執している生徒にも、方程式を用いた代数的な方法についても関心をもたせられるように丁寧に扱うことで、代数的な方法を十分に解釈できるようにしたい。

その際、算術的な方法で用いる「生徒」や「画用紙」の離散量の図を立式に生かせるように、何度も関連付けて意味理解の深化を促したい。このような学習指導を、一次方程式の利用の小単元で複数時間の授業で行うことを通じて、生徒各自の捉え方が方程式を用いた方法に少しずつ向いていくことを願うこととする。

なお、生徒の人数を x 人、画用紙の枚数を y 枚として、2つの2元1次方程式（連立方程式）をつくる生徒もいると思われる。その場合には、この考え方を紹介し、2年生の学習内容であることを伝えた上で、2つの式を1つの1元1次方程式にまとめることができるということを理解させるようにする。ただ、どの程度

扱うかについては、時間的な制約を鑑みて判断したい。

また、過不足の問題の立式には困難さが伴う（国立教育政策研究所，2008）。多くの教員が経験的にも把握している事実であろう。過不足の問題の立式については、清水（2017）が以下の点を明らかにしている。

○過不足の問題において立式できない生徒が、文字を物として理解していること

○それ以外にいくつかの文字の理解には次の相があり、方程式を正しく立式している生徒の中にも見られること

・問題文の言葉の置き換えとしての文字の理解

（例： $3x+20$ は折り紙の枚数を表しているにもかかわらず、「3枚ずつ1人に配ると20枚余る」を表している、といったように操作として捉える）

・数値の置き換えとしての文字の理解

（例： $3x$ も 20 も折り紙の枚数を表しているにもかかわらず、「 $3x$ は人数を表し、 20 は枚数を表す」といったように別々の数量を表す式と捉える。）

・物そのものの置き換えとしての文字の理解

（例：生徒の人数 x を使った式は生徒の人数を表すと捉える）

生徒の記述や発話から素朴な反応を拾い上げ、文字、項、文字式（左辺，右辺），方程式それぞれの意味の解釈に留意しながら学習指導にあたりたい。その際には、上記の離散量の図が有効に働くはずである。

10. 本時の目標

- ・一元一次方程式を具体的な問題解決の場面で活用することができる。（思考力，判断力，表現力等）
- ・一元一次方程式のよさに気付いて粘り強く考え、一元一次方程式を具体的な問題解決に生かそうとしたり、一次方程式を生かした解決方法を解釈しようとしたり、一元一次方程式を活用した問題解決の過程を振り返ってよりよく改善しようとしたりしている。（学びに向かう力，人間性等）

11. 本時の評価規準（指導に生かす評価として、次時も継続する。）

思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
一元一次方程式を具体的な問題解決の場面で活用することができる。	一元一次方程式のよさに気付いて粘り強く考え、一元一次方程式を具体的な問題解決に生かそうとしたり、一次方程式を用いた解決方法を解釈しようとしたり、一元一次方程式を活用した問題解決の過程を振り返ってよりよく改善しようとしたりしている。

12. 準備物 ワークシート（生徒分）

13. 本時の展開

教師の発問と生徒の学習活動	留意点（・）
1. 問題を理解する。	・生徒の図（7人と6人）と2枚ずつ配る画用紙の図を使って場面理解を促す。
<p>先生が画用紙を生徒に配ります。1人に2枚ずつ配ると、10枚余りました。そこで今度は、1人に3枚ずつ配ると、5枚足りませんでした。これらのことから、生徒の人数と画用紙の枚数をいろいろな方法で求めよう！</p>	
	・問題提示後にワークシートを配付する。

2. 自分なりの方法で考える。

S：条件を満たす生徒の数を少しずつ増やすなどして、画用紙の枚数を試行錯誤しながら求める。

生徒の人数が 14 人のとき、画用紙の枚数は

$$14 \times 2 + 10 = 38 \quad 38 \text{ 枚}$$

$$14 \times 3 - 5 = 37 \quad 37 \text{ 枚} \quad \text{一致しない。惜しい。}$$

生徒の人数が 15 人のとき、画用紙の枚数は

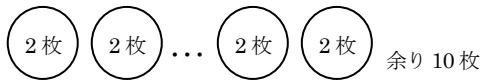
$$15 \times 2 + 10 = 40 \quad 40 \text{ 枚}$$

$$15 \times 3 - 5 = 40 \quad 40 \text{ 枚} \quad \text{一致する。}$$

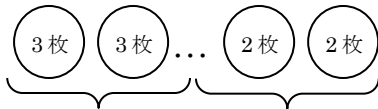
よって、生徒の人数が 15 人で、画用紙の枚数が 40 枚のとき、問題の条件に合う。 答 生徒…15人, 画用紙…40枚

S：図を描いて、文字を使わずに解決しようとする。

2枚ずつ配ると…



次に、余った 10枚を 1人ずつに追加していくと…



よって生徒の人数は $10 + 5 = 15$ (人)

また画用紙の枚数は $15 \times 2 + 10 = 40$ (枚)

答 生徒…15人, 画用紙…40枚

S：生徒の人数を x 人とおいて、画用紙の枚数を式で表し、方程式を立てて解決しようとする。

生徒の人数を x 人とおくと、

$$2x + 10 = 3x - 5$$

$$2x - 3x = -5 - 10$$

$$x = 15$$

よって生徒の人数は 15 人。また画用紙の枚数は、 $2 \times 15 + 10 = 40$ (枚)

答 生徒…15人, 画用紙…40枚

S：生徒の人数を x 人とおいて、式 $2x = 10$ とかいている。

S：生徒の人数を x 人とおいて、画用紙の枚数を式で表し、方程式を立てて解決しようとする。

生徒の人数を x 人とおくと、

$$2x + 10 = 3x + 5$$

・画用紙の配り方や過不足の様子など、問題場面の意味をよく理解していることを褒める。他の方法も考えるように声掛けする。

※まず自分で考えた後、離席して友達同士で考えを交流させる機会を設ける。その際、ノート（ワークシート）とペンを持参して、他者の考えや授業者からの助言などを即座に加筆できるようにする。

・自力で解決できたことを褒め、自分の考え方がよくわかるようにワークシートにまとめるように伝える。まとめ終わった生徒には、他の方法も考えるように声掛けする。

・学習したことをうまく利用したことを褒めた後、導いた答えが問題に適しているかどうかを確かめるように伝える。他の方法も考えるように声掛けする。

※方程式の文字、左辺と右辺、項がそれぞれ何の数量を表しているのかを問いかけて、考えさせるようにする。

・条件から立式したことを認め、図を基に $2x$ と 10 が表す数量を確認する。

・配った画用紙の枚数の式 $3x$ 、 $2x$ の意味や項の意味、大小関係を問いかけるなどして、全ての画用紙の枚数を 2 種類の式で表すように修正を促す。

S: 画用紙の枚数を x 枚とおいて、生徒の人数を表し、方程式を立てて解決しようとする。

画用紙の枚数を x 枚とおくと、

$$\frac{x-10}{2} = \frac{x+5}{3}$$
$$\frac{x-10}{2} \times 6 = \frac{x+5}{3} \times 6$$
$$(x-10) \times 3 = (x+5) \times 2$$
$$3x-30=2x+10$$
$$3x-2x=+10+30$$
$$x=40$$

よって画用紙の枚数は 40 枚。また生徒の人数は $\frac{40-10}{2} = 15$ (人)

答 生徒…15人, 画用紙…40枚

S: 生徒の人数を x 人, 画用紙の枚数を y 枚とおいて方程式を立てて解決しようとする。

生徒の人数を x 人, 画用紙の枚数を y 枚とおくと

$$y=2x+10, \quad y=5x-5$$

(しかし, どのように解を求めたらよいかわからない)

S: 方程式を立てて考えようとしているが, 何を x としているのかが明記されていない。

S: 方程式を立てて考えようとしているが, 正しく立式ができていない。

S: 正しく方程式を立てているが, 計算方法を間違えている。

S: 問題の意味を理解できていない。あるいは, 何も手を付けられていない。

• 学習したことをうまく利用したことを褒めた後, 導いた答えが問題に適しているかどうかを確かめるように伝える。他の方法も考えるように声掛けする。時間的な制約から, 進んだ生徒向けの一部の扱いにとどまる可能性もある。

※左辺と右辺が何の数量を表しているのかを問いかけ, 考えさせる。

• 2つの式の y は同じ数量を表すので, 右辺同士が等しいということに気付けるように対話する。また, その相等関係を式で表すことができるかと問う。

• 学習したことを利用して解決しようとしていることを褒め, 何を x としているのかと問う。 x が何を意味するのかをワークシートに明記させ, その意義を理解させる。

• 学習したことを利用して解決しようとしていることを褒め, 図に表すなどして, 立式を支援する。

• 学習したことを利用して解決しようとしていることを褒め, 解をもとの式に代入させるなどして, 計算方法の違いに気付かせる。

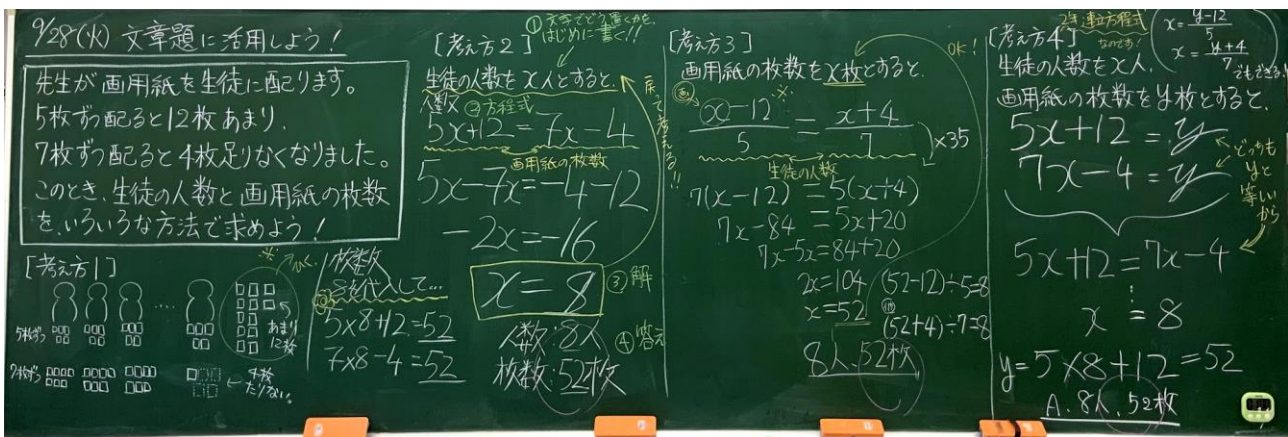
• 問題をもう一度ゆっくり説明し, 理解を促す。図に追加して配る画用紙の絵を書かせるなど, 算術的な方法を促す。

※生徒を指名し, 板書を指示する。

<p>3. いろいろな方法について発表・解釈する。</p> <p>S: 図をかいて、文字を使わずに算術的に解決する方法を発表する。他の生徒は発表した考えを解釈する。</p> <p>S: 生徒の人数を x 人とおいて、画用紙の枚数を 2 種類の文字式で表し、方程式を立てて解決する方法を発表する。他の生徒は発表した考えを解釈する。</p> <p>S: 画用紙の枚数を x 枚とおいて、生徒の人数を 2 種類の文字式で表し、方程式を立てて解決する方法を発表する。他の生徒は発表した考えを解釈する。</p> <p>S: 生徒の人数を x 人、画用紙の枚数を y 枚とおいて方程式を立てて解決しようとするが、どのように解けばよいかわからない、という現状での考えを発表する。他の生徒は発表を解釈する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・小学生でもわかる方法であるというよさに気付かせる。(その一方で、個別的に解決しなくてはいけないという限界もある。) ・方程式の文字、左辺と右辺、項がそれぞれ何の数量を表しているのかについて、全体でじっくり確認し、図と関連付けながら板書する。「$2x$ は人数を表し、10 は枚数を表す」などという素朴な綾った発言を引き出すことができれば、じっくりと時間をかけ、他の生徒の考えも引き出して、生徒の理解を深める。 ・ここでも、方程式の文字、左辺と右辺、項がそれぞれ何の数量を表しているのかについて、全体でじっくり確認し、図と関連付けながら板書する。立式が難しいが、上記のよさを理解させる。まだ分数を含む方程式の解き方が定着していないようであれば、次時以降に扱うことにし、本時では問いを棚上げしておく。 ・中学校 2 年生で学習する方法であることを伝える。2 つの式の y は同じ意味なので、右辺同士も等しくなることにも続けば、上記の方程式ができる。時間が許せば、このことを紹介する。 <p>※それぞれの式で、両辺が何の数量を表しているのかを確認する。</p>
<p>4. それぞれの方法を振り返って比較し、よさや限界を見いだす。</p> <p>T: それぞれの方法にはどんないいことがありますか。</p> <p>S: 方程式を用いる方法は、式を立ててしまえばあとは授業でやったとおりに自動的に解けて、答えが得られる。</p> <p>S: 方程式を用いない方法は、小学生でもわかりやすいと思います。</p> <p>T: 逆に、限界とかデメリットはありますか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・それぞれの解決方法を比べて、それぞれのよさと限界について考えさせることを通して、方程式を利用した解決方法のよさを深く印象付ける。

<p>S: 方程式を用いない方法は、場面から式を立てるのが難しいです。</p> <p>T: そうなんです。問題ごとに式の立て方が異なります。</p> <p>S: 方程式を用いる方法は、式を立てるのがちょっと難しいです。</p> <p>T: 黒板を見てください。方程式を用いる方法はすべて、同じ数量を2つの別々の文字式で表し、それらが等しいことから等号で結べば方程式を立てていますね。</p>	<p>・方程式の立式する方法についての共通点に触れ、生徒に印象付ける。</p>
---	---

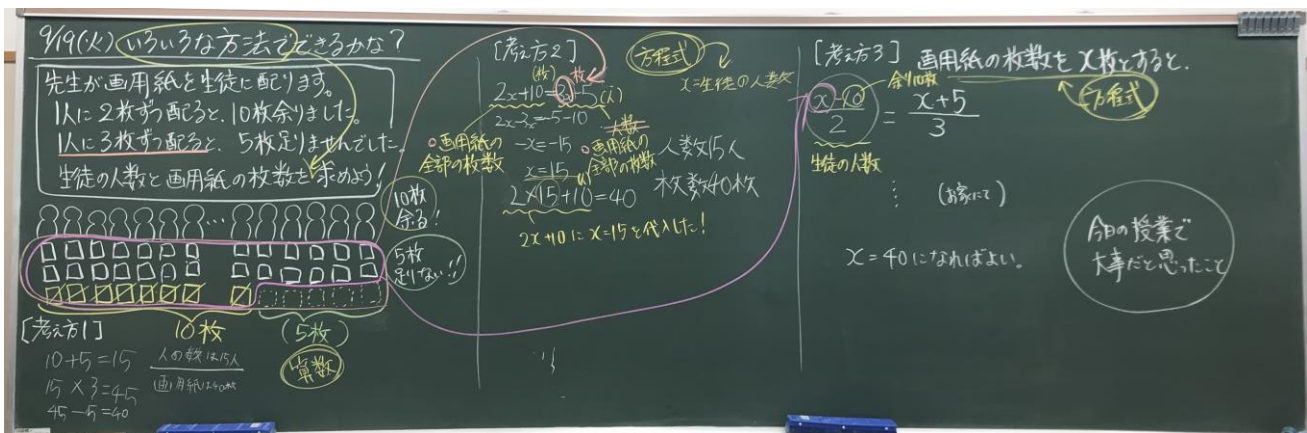
14. 最終板書のイメージ (例 授業者の勤務校での授業の最終板書) ※問題は少し異なります。



[引用・参考文献]

- ・藤井良亮・真島秀行他 (2020). 新しい数学1. 東京書籍. p.104
- ・藤原大樹 (2015). 活動に評価は生きているか. 池田敏和・藤原大樹. 数学的活動の再考. 学校図書. pp.98-101.
- ・国立教育政策研究所 (2008). 平成20年度全国学力・学習状況調査報告書中学校数学.
- ・国立教育政策研究所 (2020). 「指導と評価の一体化」のため学習評価に関する参考資料 中学校数学.
- ・文部科学省 (2017). 中学校学習指導要領解説数学編.
- ・清水宏幸 (2017). 中学校数学における文字式の理解に関する研究一過不足の問題の立式に焦点を当てて. 日本数学教育学会誌第99巻数学教育学論究臨時増刊. pp.17-24.

授業を終えて 資料1 最終板書



資料2 ワークシートへの生徒の記述 (比較的良好に書けている生徒)

9月19日(火) いろいろな方法でできるかな?

問題
先生が画用紙を生徒に配ります。
1人に2枚ずつ配ると、10枚余りました。そこで今度は、
1人に3枚ずつ配ると、5枚足りませんでした。これらのことから、
生徒の人数と画用紙の枚数をいろいろな方法で求めよう!

[考え方]
1人に2枚ずつ配る。

① $2x + 10 = 3x - 5$
 $2x - 3x = -5 - 10$ 画用紙の全部分の枚数
 $-x = -15$
 $x = 15$
 $2 \times 15 + 10 = 40$ 答え人数15人 枚数40枚

[考え方]
② $10 + 5 = 15$
 $15 \times 3 = 45$
 $45 - 5 = 40$ 枚

[考え方] 余りの枚数

$$\begin{array}{r} x+0 \\ -x+5 \\ \hline 2 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$
 生徒の人数
 $x = 40$ になれはよい!

式の意味をしっかりと理解することが大切だと思いました。

9月19日(火) いろいろな方法でできるかな?

問題
先生が画用紙を生徒に配ります。
1人に2枚ずつ配ると、10枚余りました。そこで今度は、
1人に3枚ずつ配ると、5枚足りませんでした。これらのことから、
生徒の人数と画用紙の枚数をいろいろな方法で求めよう!

[考え方]
1人に2枚ずつ配る。

[考え方1]

人数 15人
 余った紙の枚数 10枚
 紙が足りなかった枚数 5枚足りない
 $10 + 5 = 15$

枚数 $15 \times 2 + 10 = 40$ 40枚

[考え方2] 生徒の人数をxとすると

$2x + 10 = 3x - 5$
 $2x - 3x = -5 - 10$
 $-x = -15$
 $x = 15$ 15人

$2 \times 15 + 10 = 40$
 $3 \times 15 - 5 = 40$ 40枚

考え方3 画用紙の枚数をx枚とすると

$\frac{x-10}{2} = \frac{x+5}{3}$
 生徒の人数 = 生徒の人数
 x が40になれはよい!

① ②の方法を得意に計算し、求めること。
 ③ 小学校のときの方法と中学校で習った方法をつかう。
 ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳